

浮体の動揺計算における流体力の計算精度と その応答に及ぼす影響

青木伸一* ・小林昭男**・喜岡 渉***
高橋俊彦****・池野正明*****

1. まえがき

大型海洋構造物に作用する波力の数値計算法については、線形理論の範囲内では手法的にほぼ確立しており、また実験結果との整合性もよいとされていることから、近年では実際の構造物設計に適用されることが多くなってきている。しかしながら、同一の理論に基づく計算法を用いても、要素分割の方法や解法アルゴリズムの違いなどが原因で、用いるプログラムによって計算結果が若干異なることは避けられない。このような場合に、得られた計算結果がどの程度の精度を有しているのか、また計算結果に含まれる誤差が、例えば浮体構造物の場合には動揺量や係留力などの設計対象に対してどの程度影響するのかということ把握しておくことは、数値計算を設計に利用する実務者にとって非常に重要である。

土木学会(1993)では、大型矩形浮体に作用する波力および動揺量に対して、数多くの研究機関が同一の線形理論に基づいて開発したプログラムによる計算結果を比較検討している。それによると機関毎の計算結果のばらつきは大きく、特定の流体力係数については、最大で30%程度にまで及んでいるものもみられる。また個々の計算結果を見ても、計算精度の指標となる連成流体力係数の相反関係(対称性)が成立していないものが多いが、それにもかかわらず、それらを用いて計算される浮体の動揺量については大きな差となって現れていない。

本研究では、連成流体力係数の対称性に着目した計算精度の評価とその向上策について検討するとともに、浮体動揺に対する流体力係数の感応度解析を行って、流体力係数に含まれる誤差が浮体の動揺量に及ぼす影響を調べている。

2. 流体力の計算精度

2.1 土木学会での検討結果

土木学会海岸工学委員会では、研究現況レビュー小委

員会第4ワーキンググループ(以下WG4と略す)において、長さ $l=390$ m、幅 $B=97$ m、吃水 $d=14.2$ mの矩形浮体を対象に、種々の機関が行った計算結果を比較している。用いられた解析法は、特異点分布法(間接法および直接法)、ハイブリッド型境界要素法、領域分割法などである。その結果、矩形のような単純な形状であっても、波力及び流体力係数は計算実施機関毎に予想以上に大きくばらついており、同種の解析手法を用いても、計算結果に差異が生じることが指摘されている。特に特異点分布法やハイブリッド型境界要素法のように浮体表面を離散化して計算する手法では、計算精度の指標となる流体力係数の相反関係が達成されておらず、計算結果のばらつきも流体力係数において大きく現れている。以下では、間接法を用いた特異点分布法(以下SDMと略す)を用いて、このような誤差が生じる原因およびその対策法について検討する。比較対象とする計算法は、相反関係がほぼ満足されている領域分割法(以下EFMと略す)とした。

2.2 SDMによる数値解析

解析に用いた3次元SDMは、グリーン関数に積分型および級数型のグリーン関数を用いており、各々の使い分けは、 $kr > 0.1$ のときに級数型を、その他のときは積分型を用いることとしている。ここに、 k は波数、 r は湧き出し点と計算点の水平距離である。この級数型及び積分型のグリーン関数の収束がSDMの解析精度に影響を及ぼすため、予め計算打ち切り誤差を変化させてWG4と同モデルの解析結果を比較した。その結果、検討した誤差の範囲(0.05%~0.40%)では解析結果に大きな違いはなく、相反関係が崩れる基本的な要因ではないことがわかったので、級数型及び積分型ともに打ち切り誤差を0.1%に設定して計算を行った。

このようなグリーン関数の性質の他に、解析精度に大きく影響を及ぼす要因となるのは、要素の分割方法である。要素分割したパネルの寸法が小さければ小さいほど精度は向上するが、通常は運動により生じる発散波の波長 L の $1/10 \sim 1/20$ の寸法で十分であると言われている(土木学会, 1993)。WG4が解析対象とした矩形浮体を、波長 L の $1/10$ 程度のパネル寸法で要素分割すると、浮体

* 正会員 工博 豊橋技術科学大学助教授 建設工学系

** 正会員 工博 大成建設(株) 技術研究所

*** 正会員 Ph.D. 名古屋工業大学教授 社会開発工学科

**** 正会員 理修 鹿島建設(株) 情報システム部

***** 正会員 工博 (財)電力中央研究所 我孫子研究所

幅方向の断面図として図-1のようなものが考えられる。ただし、図の奥行き方向（浮体長手方向）の分割寸法は浮体長の1/40である。図中のa)はWG4の解析に用いられたパネル寸法であり、これに対して側面のパネル寸法を小さくしたものがb)である。さらに、隅角部近傍の底面のパネル寸法を側面のものと同じにしたものがc)である。以下では、この3種類の要素分割について検討を行う。

考察の対象とする連成流体力係数は、Roll運動（運動モード4）によるSway（運動モード2）の付加質量および減衰係数（添字を24とする）、およびSway運動によるRollの付加質量および減衰係数（添字42）である。ただし、付加質量については $\rho B D h$ 、減衰係数については $\rho B D h (g/l)^{1/2}$ (ρ は水の密度、 h は水深、 g は重力加速度)でそれぞれ除すことによって無次元化を行い、付加質量係数 (A_{24} , A_{42}) および造波減衰係数 (D_{24} , D_{42}) として取り扱う。なお、SDMの結果を検証するためにEFMの解析を実施したが、解析条件は、ポテンシャルの級数項の項数を5、浮体長手方向の分割数を20、幅方向の分割数を5とした。

2.3 解析結果及び考察

図-2に分割タイプAの計算結果をEFMの結果と比較して示すが、SDMでは連成流体力係数の相反関係を十分満足しているとは言えない。この原因として、分割タイプAでは、側面の圧力分布を忠実に再現できていないことが考えられるので、次に分割タイプBの解析を実施した。分割タイプBは、側面の鉛直方向への圧力変動をより正しく評価するための分割ではあるが、解析結果は図-3の通りであり、付加質量の相反関係は若干改善されているものの、造波減衰係数についてはほとんど変わっていない。このことから、浮体側面のみを細かくする要素分割では、相反関係を満足させるには不十分であることがわかった。

一方図-4は、箱型浮体の隅角部を、吃水長を半径とする1/4円でおきかえた形状の連成流体力の解析を、2次元境界要素法を用いて行った結果を示したものである。図中の縦軸の誤差とは、相反する連成流体力の差を一方の流体力で除したもの(凡例の式)、すなわち相反関係の不成立の程度を示している。この結果は、隅角部がない場合には相反関係が十分に成り立つことを示しており、箱型浮体の場合には、隅角部の存在が相反関係の成立を妨げていることが考えられる。

そこで、分割タイプCのように、隅角部近傍の底部を側面と同程度になるように細分して行った計算結果を図-5に示すが、他のタイプに比べ相反関係を良く満足していることがわかる。図-6は隅角部での速度ポテンシャルのふるまいを調べるために、分割タイプAと分割

タイプCの場合について、Sway運動による速度ポテンシャルの絶対値 ϕ の分布を比較したものである。分割タイプCの場合には、鉛直側面と底面の速度ポテンシャルの値が同程度となって連続的に変化しているのに比べて、分割タイプAの場合には変化は不連続となっている

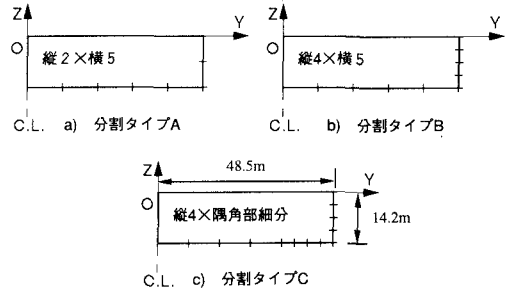


図-1 要素分割のタイプ

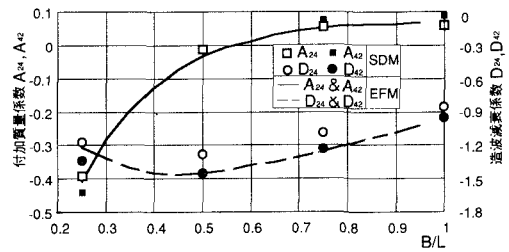


図-2 分割タイプAの計算結果

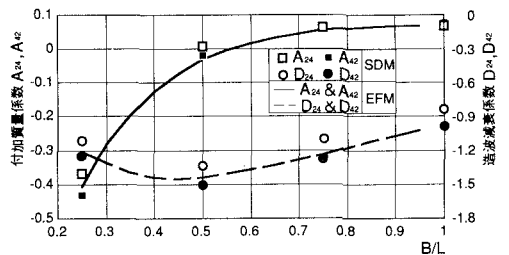


図-3 分割タイプBの計算結果

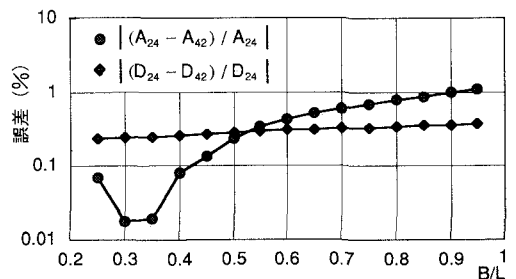


図-4 隅角部を1/4円にした場合の連成流体力の誤差

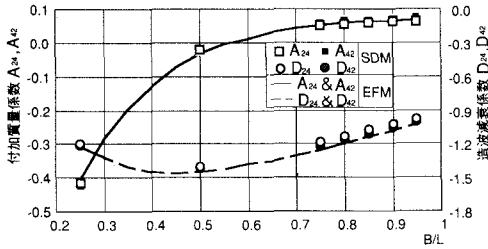


図-5 分割タイプCの計算結果

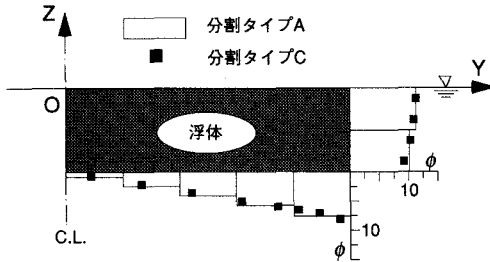


図-6 ポテンシャル分布の比較

る。図-5にみられた相反関係の良さは、このポテンシャル分布（圧力）の連続性を反映しているものと考えられる。以上より、連成流体力の相反関係を満足させるには、隅角部の要素分割方法に注意する必要があることが判明した。

3. 動揺量に及ぼす計算誤差の影響評価

3.1 2自由度系の運動方程式

浮体動揺の連成影響を含めて考察するために、ここでは2自由度の運動方程式を取り扱う。ただし、方程式は線形とし、運動モードとしては、前節と対応づけるためにモード2および4について考える。SwayおよびRollの運動変位をそれぞれ y および θ とすると、運動方程式は一般に次のように表すことができる。

$$(m + M_{22})\ddot{y} + M_{24}\ddot{\theta} + N_{22}\dot{y} + N_{24}\dot{\theta} + c_2y = aF_2 \cos(\omega t + \varepsilon_2) \dots\dots\dots (1)$$

$$(I + M_{44})\ddot{\theta} + M_{42}\ddot{y} + N_{44}\dot{\theta} + N_{42}\dot{y} + c_4\theta = aF_4 \cos(\omega t + \varepsilon_4) \dots\dots\dots (2)$$

ここに m は浮体の質量、 c_i は復元力係数、 M_{ij} および N_{ij} はそれぞれ付加質量および造波減衰係数である。 I はRollの慣性モーメントであるが、これは浮体の代表長 B_s を用いて $I = mB_s^2$ のように表されるものとする。 a は波振幅、 F_i は波力関数、 ω は波周波数、 ε_i は位相差である。

ここで、運動方程式を無次元化して取り扱うために、次のような無次元パラメータを定義する。

$$Y = y/a, \Theta = \theta B_s/a, \tau = \omega t$$

$$\mu_{22} = M_{22}/m, \mu_{24} = M_{24}/mB_s,$$

$$\mu_{42} = M_{42}/mB_s, \mu_{44} = M_{44}/mB_s^2$$

$$\zeta_{22} = N_{22}/2\sqrt{m c_2}, \zeta_{24} = N_{24}/2\sqrt{m c_2} B_s$$

$$\zeta_{42} = N_{42}/2\sqrt{m c_4}, \zeta_{44} = N_{44}/2\sqrt{m c_4} B_s$$

$$\beta_2 = F_2/c_2, \beta_4 = F_4 B_s/c_4, \alpha_2 = \omega/\omega_{n2}, \alpha_4 = \omega/\omega_{n4}$$

上式中、 μ_{ij} は無次元付加質量、 ζ_{ij} は減衰比である。また β_i は波力振幅に相当する外力が静的に作用したときの変位量を波振幅で除した値に対応している。 α_i は、波周波数 ω と固有周波数 ω_{ni} の比であり、 ω_{ni} は次式で与えられる。

$$\omega_{n2} = \sqrt{c_2/m}, \omega_{n4} = \sqrt{c_4/mB_s^2} \dots\dots\dots (3)$$

さらに、定常解を議論するために、次のようにおく。

$$Y = Y^* e^{i\tau}, \Theta = \Theta^* e^{i\tau}$$

$$\beta_2 \cos(\tau + \varepsilon_2) = \beta_2^* e^{i\tau}, \beta_4 \cos(\tau + \varepsilon_4) = \beta_4^* e^{i\tau}$$

ここに Y^* 、 Θ^* 、 β_i^* は複素振幅である。これらを用いて運動方程式を変形すると、最終的に Y^* 、 Θ^* に関する方程式として次式を得る。

$$\begin{pmatrix} -1 - \mu_{22} + i \frac{2\zeta_{22}}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_2^2} & -\mu_{24} + i \frac{2\zeta_{24}}{\alpha_2} \\ -\mu_{42} + i \frac{2\zeta_{42}}{\alpha_4} & -1 - \mu_{44} + i \frac{2\zeta_{44}}{\alpha_4} + \frac{1}{\alpha_4^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^* \\ \Theta^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_2^* \\ \beta_4^* \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

3.2 周波数応答関数と誤差伝播関数

式(4)より、動揺の複素振幅 Y^* 、 Θ^* は次のように求められる。

$$\begin{pmatrix} Y^* \\ \Theta^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{22}^* & H_{24}^* \\ H_{42}^* & H_{44}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_2^* \\ \beta_4^* \end{pmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

ここに H_{ij}^* は静的変位に対する動的な増幅率を表す関数となっており、これを周波数応答関数と呼ぶ。すなわち、2自由度系の連成運動では4種類の応答関数を考えなければならないことがわかる。ただし、 H_{22}^* と H_{44}^* および H_{42}^* と H_{24}^* はそれぞれ添字2と4を入れ替えれば同じ表現式になるので、 H_{22}^* と H_{44}^* についてのみ検討すれば十分である。さらに本論文では複素数 H_{ij}^* の絶対値を H_{ij} と表し、以後これらについて議論する。

図-7は、Swayの応答関数 H_{22} を α_2 に対してプロットしたグラフの一例である。式(3)に示すように、固有周波数 ω_{ni} の定義に付加質量を考慮していないので、 $\alpha_2 = 1$ よりも若干低周波数側にピークを有する形となっている。さらに共振周波数での応答値は、他のモードの周波数比 α_4 の値によって大きく影響されることがわかる。図-8は、連成影響を表す応答関数 H_{24} を $\alpha_2 - \alpha_4$ の周波

数平面上にプロットしたものであるが、 $\alpha_2=1, \alpha_4=1$ のライン上近くで大きな応答値を示しており、 α_2, α_4 がともに1近くになるとき著しく大きな値をとることがわかる。

応答関数 H_{ij} は次式で示すように、10個の無次元パラメータの関数となっている。

$$H_{ij} = f(\mu_{22}, \mu_{24}, \mu_{42}, \mu_{44}, \zeta_{22}, \zeta_{24}, \zeta_{42}, \zeta_{44}, \alpha_2, \alpha_4) \quad \dots\dots\dots (6)$$

これらのパラメータの1つを p とし、いま p が δp なる誤差を有していたとする。このとき応答関数 H に生じる誤差 δH は、次式で表される。

$$\delta H = \partial H / \partial p \cdot \delta p \quad \dots\dots\dots (7)$$

これを次式のように変形すれば、 p に含まれる誤差 $\delta p/p$ と応答関数 H に現れる誤差 $\delta H/H$ を関係づけることができる。

$$\delta H/H = \partial H / \partial p \cdot p / H \cdot \delta p/p \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式の係数を p から H への誤差伝播関数 (EPF) と呼び、次式で定義することにする。

$$EPF(H-p) = \partial H / \partial p \cdot p / H \quad \dots\dots\dots (9)$$

以下ではこの関数の特性を調べることにより、流体力係数の計算誤差が応答関数に及ぼす影響について検討す

る。ただし紙面の都合上、本論文では H_{22} についてのみ示し、パラメータの値は、図-7、図-8中に示した値と同一とした。

3.3 誤差伝播の性質

(1) 付加質量からの誤差伝播

図-9は、無次元付加質量 μ_{22} から H_{22} への誤差伝播関数を、周波数比 α_2 に対してプロットしたもので、 α_4 をパラメータとして示してある。ただし負の値は付加質量の増大によって応答関数が減少することを意味している。

図-7と対比してみると、応答がピークを示す周波数をはさんで最大±60%程度の誤差伝播があることがわかる。また、 $\alpha_2 \rightarrow \infty$ では一定値に漸近しているが、1自由度系の運動の場合は、 $\alpha_2 \rightarrow \infty$ での漸近値が $-M_{22\infty} / (m + M_{22\infty})$ となることが簡単に確かめられる。図-10は、連成影響を表す無次元付加質量 μ_{24} から H_{22} への誤差伝播関数を $\alpha_2 - \alpha_4$ の周波数平面上にプロットしたものである。モード2および4の共振周波数付近で大きな値を示しており、誤差伝播が大きいことがわかる。

図-10は、 μ_{24} が単独で誤差をもった場合の伝播関数であったが、次に μ_{24} と μ_{42} が真値をはさんでプラス側とマイナス側に等しい誤差を持つ場合について考えてみる。この場合の誤差伝播関数は、 M_{24} と M_{42} が等しいとき

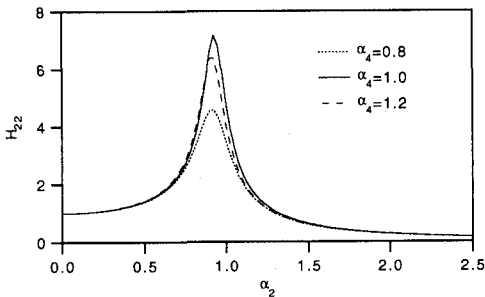


図-7 周波数応答関数 H_{22} ($\mu_{22} = \mu_{44} = 0.2, \mu_{24} = \mu_{42} = 0.1, \zeta_{22} = \zeta_{44} = 0.1, \zeta_{24} = \zeta_{42} = 0.05$)

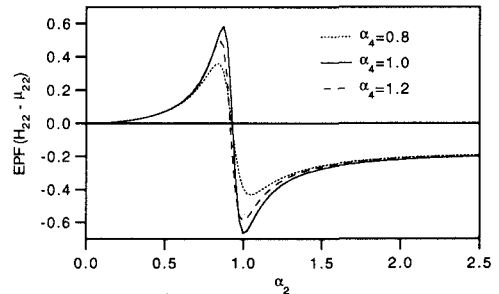


図-9 μ_{22} から H_{22} への誤差伝播関数

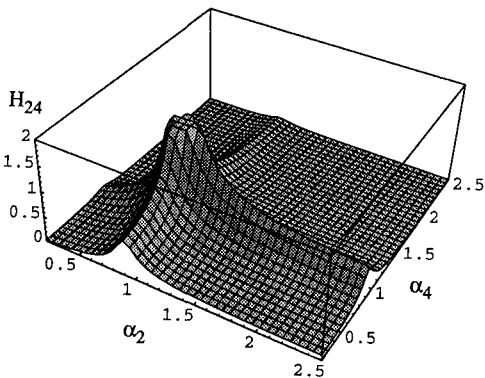


図-8 周波数応答関数 H_{24} ($\mu_{22} = \mu_{44} = 0.2, \mu_{24} = \mu_{42} = 0.1, \zeta_{22} = \zeta_{44} = 0.1, \zeta_{24} = \zeta_{42} = 0.05$)

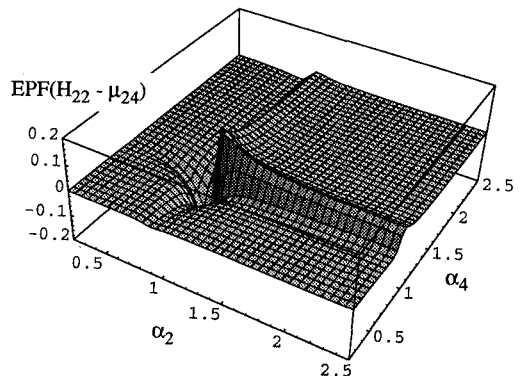


図-10 μ_{24} から H_{22} への誤差伝播関数

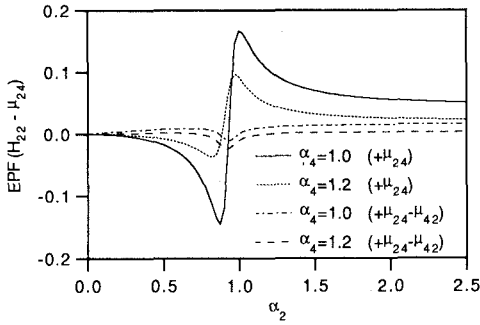


図-11 μ_{24} と μ_{42} を同時に変化させた場合との比較

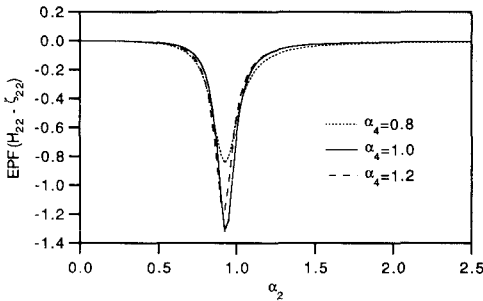


図-12 ζ_{22} から H_{22} への誤差伝播関数

μ_{24} と μ_{42} が同じ値をとることを考慮すると、次式で与えられる。

$$EPF(H_{22} - \mu_{24}) - EPF(H_{22} - \mu_{42}) = \left(\frac{\partial H_{22}}{\partial \mu_{24}} - \frac{\partial H_{22}}{\partial \mu_{42}} \right) \frac{\mu_{24}}{H_{22}} \dots \dots \dots (10)$$

図-11 は、 μ_{24} が単独で変化した場合の誤差伝播関数(実線および点線)と、 μ_{24} をプラス側に μ_{42} をマイナス側に同じだけ変化させた場合の誤差伝播関数(破線および一点鎖線)を対比して示したものである。2つを同時に変化させた場合に誤差伝播が著しく小さくなっていることは興味深く、連成付加質量の相反関係が崩れている場合でも、それらが真値をはさんで分散しているような場合には誤差伝播が小さくなることがわかる。

(2) 減衰係数からの誤差伝播

図-12 は減衰比 ζ_{22} からの誤差伝播関数を示したものである。誤差伝播は共振周波数近傍で大きくなるが、それ以外ではほとんどないことがわかる。1自由度系では、共振周波数での誤差伝播は -1、すなわち +10% の誤差に対して -10% の応答関数の減少があることが確かめ

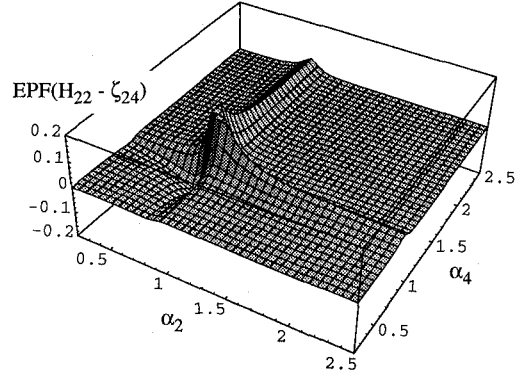


図-13 ζ_{24} から H_{22} への誤差伝播関数

られるが、図に示すように、2自由度系の場合には他のモードの周波数比によっては誤差伝播関数の絶対値が1を越えており、誤差が増幅されて伝播する可能性があることがわかる。

図-13 は、図-10 と同様に、連成影響を表す減衰比 ζ_{24} から H_{22} への誤差伝播関数を $\alpha_2 - \alpha_4$ 平面上にプロットしたものである。ここでも、両モードの共振周波数付近で大きな値を示していることがわかる。

4. あとがき

本論文では、大型矩形浮体を対象に、数値計算では避けることのできない計算誤差に対して、その低減方法および影響評価という両面から検討を加えた。計算精度については、矩形浮体の場合浮体隅角部付近の細分化が有効であることを指摘した。また誤差の影響については、運動の共振周波数付近で誤差伝播が大きくなることを指摘した。このことは、不規則波に対して定数係数の運動方程式を用いて動揺計算を行う際、単に波スペクトルのピーク周波数に対応する流体力係数を用いるのでは、共振周波数付近の運動成分への誤差伝播が非常に大きくなることを暗示している。今後、流体力係数の適切な選び方が検討されなければならない。

参考文献

土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー-小委員会 (1993): 波・構造物・地盤の調査・設計手法 調査・研究 報告書, 第IV編, pp. 293-429.