

# 摩擦を考慮した杭係留浮体の非線型動揺解析 と波浪制御機能について

金 憲泰\*・榎木 亨\*\*・青木伸一\*\*\*

## 1. ま え が き

著者ら(1993)は、浮防波堤の波浪制御効果を維持しつつ、浮体の動揺を抑えて上部スペースを活用しようという考えから、杭係留式浮体の波浪低減効果および動揺について実験的に検討した。その結果、浮体にあらかじめ適当な初期反力を与えておくことによって、係留力を増大させずに動揺量を低減させることができるだけでなく、大きなエネルギー減衰が期待できることがわかった。このエネルギー減衰は、浮体にとりつけられたローラーと杭との摩擦の影響によるものと考えられる。そこで本論文では、この摩擦力を浮体の運動方程式に取り込んで非線型動揺解析を行うとともに、等価減衰係数を用いた近似計算法を用いて波動場の解析を行い、摩擦による波浪エネルギーの減衰効果を確認した。さらに、水理実験で得られた初期反力の諸影響について考察を加えた。

## 2. クーロン摩擦を考慮した非線型動揺解析

ここでは、図-1に示すような線形バネとローラーを介して杭係留された浮体の動揺解析法を示す。ただし、杭とローラーの間に生じる摩擦はクーロン摩擦とし、ローラーの運動方向と逆方向に、バネの反力に比例する一定の摩擦力が生じるものとする。

2次元浮体の運動モードを、Sway, Heave, Roll とし、それぞれの変位量を  $x, z, \theta$  で表す。運動方程式は、微小変位の仮定の下に次のように表すことができる。

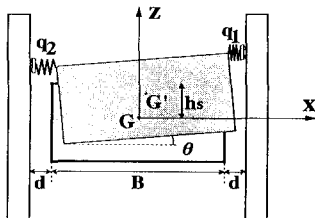


図-1 杭係留された浮体の座標系

### Sway

$$(m + M_{11})\ddot{x} + M_{13}\ddot{\theta} + N_{11}\dot{x} + N_{13}\dot{\theta} = aF_1^* \cos(\omega t + \varepsilon_1) - 2k(x - h_s\theta) \dots\dots\dots (1)$$

### Heave

$$(m + M_{22})\ddot{z} + N_{22}\dot{z} + C_{22}z = aF_2^* \cos(\omega t + \varepsilon_2) - fk\{V_1(s - h_s\theta + x) + V_2(s + h_s\theta - x)\} \dots\dots (2)$$

### Roll

$$(I + M_{33})\ddot{\theta} + M_{31}\ddot{x} + N_{33}\dot{\theta} + N_{31}\dot{x} + C_{33}\theta = aF_3^* \cos(\omega t + \varepsilon_3) + k(-2h_s^2\theta + 2h_sx) - 0.5fkB\{V_1(s - h_s\theta + x) - V_2(s + h_s\theta - x)\} \dots (3)$$

ここに、 $m$ および $I$ は浮体の質量及び慣性モーメント、 $M$ および $N$ は付加質量および造波減衰係数を表している。ただし、添字1, 2, 3は、それぞれSway, Heave, Rollに対応している。 $C$ は復元力係数、 $a$ は波振幅、 $f$ は摩擦係数、 $e$ は位相差であり、 $B = B + 2d$ とされている。また $F^*$ は波力関数であり、 $M$ および $N$ とともに角周波数 $\omega$ の関数として与えている。 $k$ は線型バネ定数で、初期状態で $F_0 = k \cdot s$ ( $s$ はバネの初期変位)なる初期反力が浮体に作用しているものとしている。ただし、ここではローラーが杭から離れない程度に初期反力が与えられているものと仮定する。 $V_1, V_2$ は、それぞれ図-1に示す $q_1$ および $q_2$ のローラーの鉛直方向速度の符号を表す係数で、次式で与えられる。

$$V_1 = \text{sign}[\dot{z} + \dot{\theta}B/2], V_2 = \text{sign}[\dot{z} - \dot{\theta}B/2] \dots (4)$$

次に、運動方程式を無次元量で取り扱うために、以下のような無次元パラメータを導入する。

$$\begin{aligned} X &= x/a, Z = z/a, \Theta = \theta B/a, \tau = \omega t \\ \mu_{13} &= M_{13}/(m + M_{11})B, \mu_{31} = M_{31}B/(I + M_{33}) \\ \lambda_{11} &= N_{11}/(m + M_{11})\omega, \lambda_{13} = N_{13}/(m + M_{11})B\omega \\ \lambda_{22} &= N_{22}/(m + M_{22})\omega \\ \lambda_{31} &= N_{31}B/(I + M_{33})\omega, \lambda_{33} = N_{33}/(I + M_{33})\omega \\ \zeta_{11} &= 2k/(m + M_{11})\omega^2, \zeta_{13} = -2kh_s/(m + M_{11})B\omega^2 \\ \zeta_{22} &= C_{22}/(m + M_{22})\omega^2 \\ \alpha_1 &= F_1^*/(m + M_{11})\omega^2, \alpha_2 = F_2^*/(m + M_{22})\omega^2 \\ \alpha_3 &= F_3^*B/(I + M_{33})\omega^2 \end{aligned}$$

さらに、 $V_1, V_2$ の符号によって運動方程式が異なるので、次の4つの領域に区分して取り扱う。すなわち、  
領域1:  $\dot{Z} \geq |\dot{\Theta}|B/2B$  ( $V_1 = V_2 = 1$ )

\* 正会員 工博 大阪大学助手 工学部土木工学科  
\*\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科  
\*\*\* 正会員 工博 豊橋技術科学大学助教 建設工学科

領域 2 :  $\dot{\theta}B/2 \geq |Z|$  ( $V_1=1, V_2=-1$ )

領域 3 :  $\dot{Z} \leq -|\dot{\theta}B/2B$  ( $V_1=-1, V_2=-1$ )

領域 4 :  $\dot{\theta}B/2 \leq -2|Z|$  ( $V_1=-1, V_2=1$ )

ここにドットは  $t$  に関する微分を表している。これらの領域毎に異なる値をとる係数には上付添字(1)-(4)をつけて表すことにすると、さらに次のような無次元パラメーターが決定される。

$$\zeta_{21}^{(1)} = \zeta_{21}^{(3)} = 0, \zeta_{21}^{(2)} = 2fk/(m + M_{22})\omega^2, \zeta_{21}^{(4)} = -\zeta_{21}^{(2)}$$

$$\zeta_{23}^{(1)} = \zeta_{23}^{(3)} = 0, \zeta_{23}^{(2)} = -2fkh_s/(m + M_{22})B\omega^2, \zeta_{23}^{(4)} = -\zeta_{23}^{(2)}$$

$$\zeta_{31}^{(1)} = -(2kh_sB - fkBB)/(I + M_{33})\omega^2,$$

$$\zeta_{31}^{(2)} = -2kh_sB/(I + M_{33})\omega^2$$

$$\zeta_{31}^{(3)} = -(2kh_sB + fkBB)/(I + M_{33})\omega^2, \zeta_{31}^{(4)} = \zeta_{31}^{(2)}$$

$$\zeta_{33}^{(1)} = (C_{33} + 2kh_s^2 - fkh_sB)/(I + M_{33})\omega^2$$

$$\zeta_{33}^{(2)} = (C_{33} + 2kh_s^2)/(I + M_{33})\omega^2$$

$$\zeta_{33}^{(3)} = (C_{33} + 2kh_s^2 + fkh_sB)/(I + M_{33})\omega^2, \zeta_{33}^{(4)} = \zeta_{33}^{(2)}$$

$$\gamma_2^{(1)} = -2fF_0/(m + M_{22})a\omega^2, \gamma_2^{(2)} = \gamma_2^{(4)} = 0, \gamma_2^{(3)} = -\gamma_2^{(1)}$$

$$\gamma_3^{(1)} = \gamma_3^{(3)} = 0, \gamma_3^{(2)} = -fF_0BB/(I + M_{33})a\omega^2, \gamma_3^{(4)} = -\gamma_3^{(2)}$$

これらを用いると、無次元化された運動方程式はマトリックス表示で以下のように表される。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mu_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ \mu_{13} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Z} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_{11} & 0 & \lambda_{13} \\ 0 & \lambda_{22} & 0 \\ \lambda_{31} & 0 & \lambda_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Z \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_{11} & 0 & \zeta_{13} \\ \zeta_{21}^{(n)} & \zeta_{22} & \zeta_{23}^{(n)} \\ \zeta_{31}^{(n)} & 0 & \zeta_{33}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Z \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \cos(\tau + \varepsilon_1) \\ \alpha_2 \cos(\tau + \varepsilon_2) \\ \alpha_3 \cos(\tau + \varepsilon_3) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_2^{(n)} \\ \gamma_3^{(n)} \end{pmatrix} \dots (5)$$

1~4 のそれぞれの領域内では運動方程式は線形であるから、変位及び速度の初期条件を与えることによって解析解を得ることができる。従って、図-2 に示すように、 $\dot{Z}\dot{\theta}$  の位相平面上で区分された4つの領域のうちの1つの領域内で定義した適当な初期条件から出発し、領域を移る度に境界上での変位と速度を数値的に求めることによって、動揺の時系列を計算することができる。ただし、摩擦力という非線型性を考慮しているため、初期条件によって最終的な解が異なることが考えられるが、今回行った計算では、初期条件はすべて  $(Z, \theta) = (0, 0)$ ,  $(\dot{Z}, \dot{\theta}) = (0, 0.1)$  とし、領域1から計算を開始した。計算は

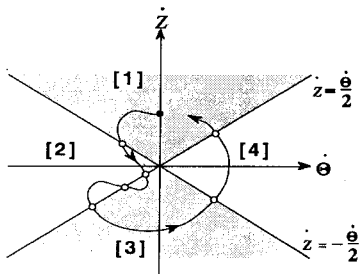


図-2  $\dot{Z}\dot{\theta}$  位相平面上の運動軌跡の模式図

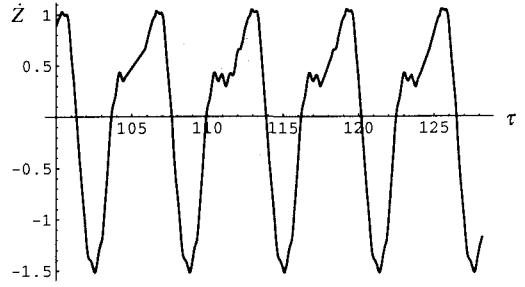


図-3 Heave 運動速度の時系列

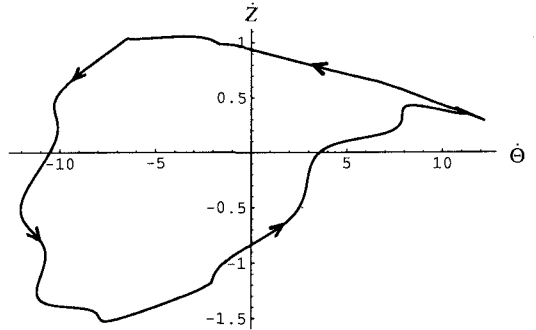


図-4  $\dot{Z}\theta$  位相平面上の運動軌跡

Mathematica を用いて、ラプラス変換法で区分的に定義された解析解を順次求めていく方法を採用した。

図-3 および図-4 は、後述する計算(図-6 の  $T=1.9$  s のケース)における Heave の動揺速度の時系列と、図-2 に対応する位相平面上での運動の軌跡を表したものであるが、摩擦の影響によって時系列には高周波数の運動が現れており、また位相平面上での軌跡もかなり歪んでいることがわかる。

この方法では、波力および流体力係数についてはあらかじめ線型理論から求めた値を用いており、直ちに波動場の情報が得られない。また初期反力や摩擦力が大きくなると領域間の境界上での収束が悪くなり、数値シミュレーション手法としては実用的でない。そこで、本解析法は、次節に示す等価減衰係数を用いた計算法の妥当性を検討するために用いている。

### 3. 等価減衰係数を用いた運動方程式の線形化と波動場の解析

本節では、前述したように杭係留された浮体の動揺解析の実用化、また波動場をも同時に解析できるように、杭とローラーとの間に生じる摩擦による減衰力の線形近似について述べる。係留部で生じる摩擦による減衰力は、ローラーの運動速度  $v$  に関して図-5(a) のように step 状の非線型性を持っており、 $v$  の正弦的な時間変化に対

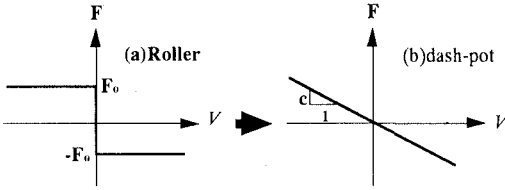


図-5 ローラーの運動速度と摩擦力の関係

してノコギリ歯状の時間変化を示す。そこで本研究では、摩擦による減衰力の代わりに、線形減衰係数  $c$  を持つ dash-pot が付加されていると仮定する (図-5(b))。従って、減衰力の時間変化はローラーの運動速度  $v$  と同様に正弦的になる。このとき等価減衰係数  $c$  は、一周期間に生じる、摩擦によって失われるエネルギーと dash-pot によって失われるエネルギー量を等しくすることによって求めることができる。

すなわち、摩擦力による損失エネルギー  $E_f$  は

$$E_f = \int_0^T F v dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F_0 v_0}{\omega} \cos \theta d\theta = 4 F_0 v_0 / \omega \dots (6)$$

一方、dash-pot による損失エネルギー  $E_a$  は

$$E_a = \int_0^T F v dt = \frac{c v_0^2}{\omega} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = c v_0^2 \pi / \omega \dots (7)$$

ここで  $E_f = E_a$  とおくと、

$$c = 4 F_0 / v_0 \pi \dots (8)$$

従って、 $c$  は摩擦力の大きさとローラーの運動  $v$  がわかれば決まるものである。しかし、 $v$  は等価減衰係数  $c$  が決定できなければ定まらないため、実際計算上ではどちらかに初期値を与え、収束計算によって両者を決定する方法を用いる。また式(4)で示したように、ローラーの運動は浮体の岸・沖側によって異なるため、等価減衰係数  $c$  も岸・沖側別々に求める必要がある。

以上のような、等価減衰係数  $c$  を用いることによって、式(2)の右辺第2項、式(3)の右辺第3項はそれぞれ以下のように簡単に書き直すことができる。

$$-fk \{ V_1(s - h_s \theta + x) + V_2(s + h_s \theta - x) \} = -c_1(\dot{z} + \dot{\theta} B/2) - c_2(\dot{z} - \dot{\theta} B/2) \dots (9)$$

$$-fk B \{ V_1(s - h_s \theta + x) - V_2(s + h_s \theta - x) \} / 2 = -c_1 B(\dot{z} + \dot{\theta} B/2) / 2 - c_2 B(\dot{z} - \dot{\theta} B/2) / 2 \dots (10)$$

また上式(9)、(10)を整理し、heave, roll の運動方程式(2)、(3)を書き直すと次式ようになる。

$$(m + M_{22})\ddot{z} + (N_{22} + b_{22})\dot{z} + b_{23}\dot{\theta} + c_{22}z = aF_2^*(\omega) \cos(\omega t + \varepsilon_2) \dots (11)$$

$$(I + M_{33})\ddot{\theta} + M_{31}\dot{x} + (N_{33} + b_{33})\dot{\theta} + N_{31}\dot{x} + b_{32}\dot{z} + c_{33}\theta = aF_3^*(\omega) \cos(\omega t + \varepsilon_3) + k(-2h_s^2\theta + 2h_s x) \dots (12)$$

ここで、 $b_{22} = c_1 + c_2$ ,  $b_{23} = B(c_1 - c_2)/2$ ,  $b_{32} = B(c_1 + c_2)/2$ ,  $b_{33} = B^2(c_1 - c_2)/4$  である。

以上の線型化された運動方程式と波動場を同時に解く

計算手法として、本研究では吉田ら (1990) によって提案された選点解法を用いた。

#### 4. 計算結果とその考察

##### (1) 非線型解析と線型解析の比較

ここでは前節で行った等価減衰係数を用いた線型動揺解析の妥当性を明らかにするため、非線型動揺解析による結果との比較を行う。図-6, 7 は入射波の周期  $T$  に対する Heave, Roll の無次元振幅を示したものである。浮体は、 $B/L=0.7$ ,  $d/h=0.2$ , 重心位置は座標軸の原点とした矩形を対象に計算を行った。また係留部 (板バネ) のバネ定数は 10 kgf/cm, 摩擦係数  $f$  は 0.2, 初期反力は 0.5 kgf を用いて行った計算の結果である。また図中の、点線は摩擦による減衰力を考慮しなかった運動方程式によるもの、実線は等価線型解析による解を、黒丸は非線型動揺解析による計算結果を示している。Roll 動揺の場合、(図-7)、周期  $T$  が 1.5 s 以下においては何れもほとんど差が現れていない。しかし周期が 1.5 s 以上大きいところでは、摩擦による減衰を考慮した結果と考慮しなかった計算結果とは大きな差が現れている。一方、線型解析による結果 (実線) と非線型解析による結果 (黒丸) とは全周期にわたり非常に良く一致しており、摩擦の等価線型近似モデルによる解の妥当性が立証されている。またこのような結果は、Heave の場合 (図-6) において

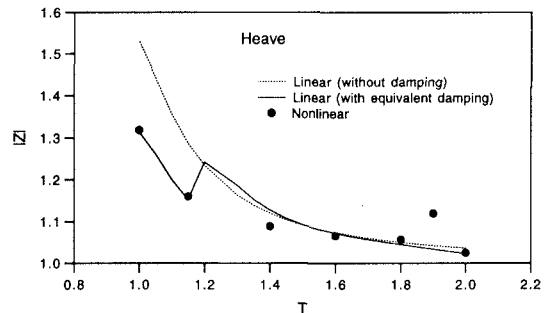


図-6 周期  $T$  に対する Heave 量の比較図

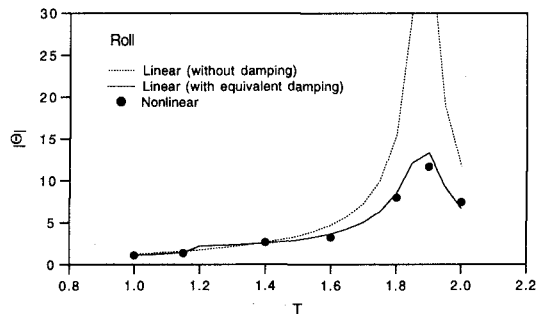


図-7 周期  $T$  に対する Roll 量の比較図

も同様である。

(2) 等価線型解析と実験値の比較

比較対象浮体は側面底部に長さ 10 cm のスカートをもった幅 35 cm、喫水 17.5 cm のサイドフロート型の 2 次元単一浮体である (図-8)。またバネ定数  $k$  は 28.4 kgf/cm

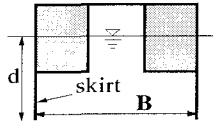


図-8 浮体形状

であり、初期反力は 3.5 kgf ( $s=0.123$ ) を与えた場合である。また計算における摩擦係数  $f$  は 0.2 (実験で用いたローラーの転がり最大静止摩擦係数) を与えた。

図-9~11 は計算値と実験値を比較した図で、横軸  $B/L$  に対する透過率と Heave, Roll の無次元振幅を示したものである。透過率の場合、 $B/L=0.08$  と  $0.2$  付近で

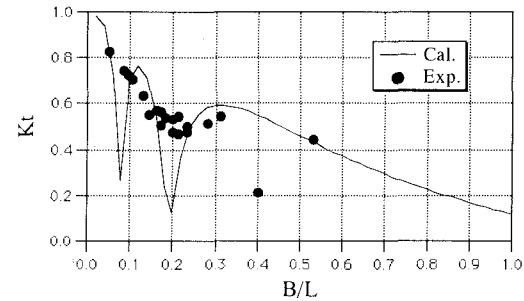


図-9 透過率の比較図

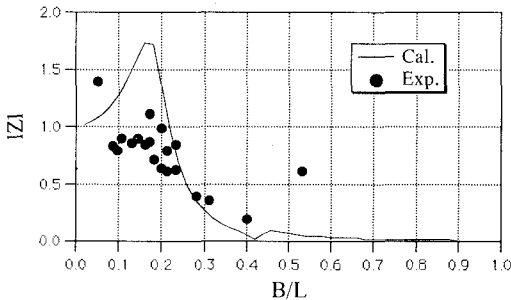


図-10 Heave 量の比較図

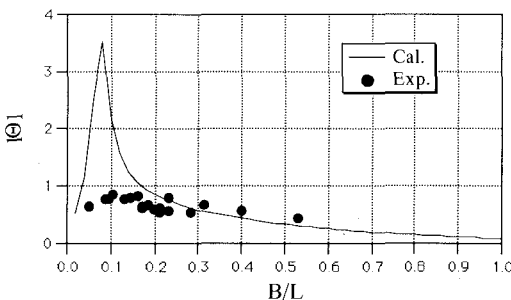


図-11 Roll 量の比較図

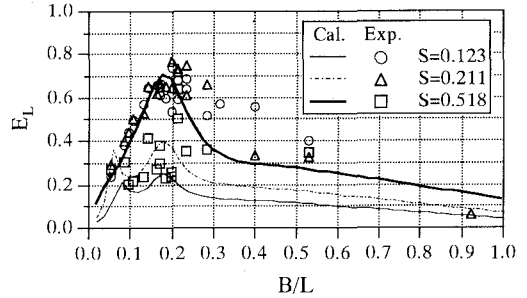


図-12 エネルギー逸散率の比較図

計算値が実験値より小さい値を示しているほか計算値と実験値は全般的により一致を示していることがわかる。一方、Heave と Roll 運動の場合においては、実験値にはピーク値が現れていないのに計算値においてはピーク値が見られているが、ピーク値以外の部分では計算値が実験値をほぼ再現している。また本論文では示していないが、初期反力が 6.0, 14.7 kgf の場合にも同様の結果を得ており、特に初期反力が大きくなるにつれ透過率と Heave, Roll 運動量共にピーク値が減少する結果となった。一方、図-12 は初期反力が 3.5, 6.0, 14.7 kgf (図中では  $s=0.123, 0.211, 0.518$ ) の場合の摩擦によるエネルギー逸散率の計算値、実験値を  $B/L$  に対して示した図である。この図から実験値では初期反力が大きくなるとエネルギー逸散が小さくなっているが、計算値では逆に初期反力が大きい方がエネルギー減衰が大きくなっている。また初期反力の小さい  $s=0.211, 0.518$  のケースは計算値が実験値より小さい結果となっている。このような結果は摩擦係数の算定にその原因があると思われる。しかし、何れのケースにおいても計算値は、実験値で生じる  $B/L=0.18$  付近のピーク値を良く再現しており、定性的検討が可能であることがわかる。

(3) 初期反力及び摩擦係数の違いによる波浪減衰と動揺低減効果に関する考察

図-13~16 は初期反力によるバネの変位量  $s$  を 0.123 から 0.518 cm まで変化させた透過率、反射率、エネルギー逸散及び浮体の動揺量 (Heave, Roll) の計算値と実験値を示したものである。ただし、計算における摩擦係数が図-13, 14 では  $f=0.2$ 、図-15, 16 は  $f=0.5$  の場合であり、浮体は図-8 に示した形状を用いた。また両方とも  $B/L=0.15$  (計算値),  $0.14$  と  $0.16$  (実験値) を示したものでバネ定数  $k$  は 28.4 kgf/cm である。まず図-13 ( $f=0.2$ ) の透過率の計算結果 (図中実線) は、初期反力の変化に対してはほぼ 0.65 の付近の値を維持し、変化はほとんど見られないもので、実験値 (図中○●) と定性・定量的に良く一致していることがわかる。一方反射率 (図中点線) の場合は、実験値が  $s$  の増加に伴い大きくなる

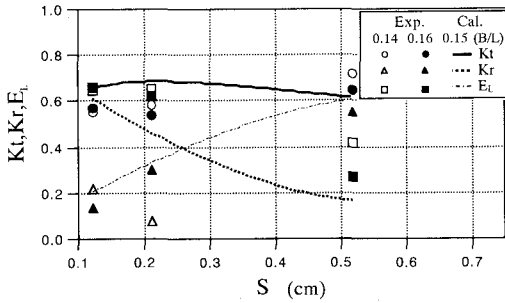


図-13 初期反力の変化に対する  $K_t$ ,  $K_r$ ,  $E_L$  ( $f=0.2$ )

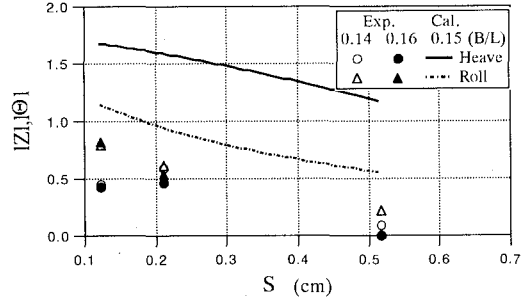


図-14 初期反力の変化に対する動揺量 ( $f=0.2$ )

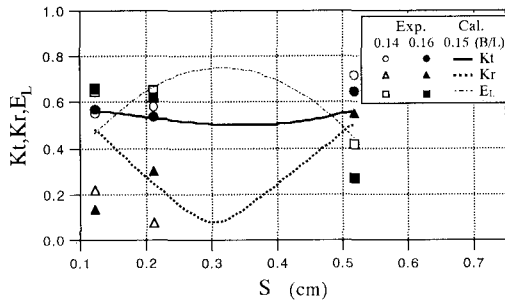


図-15 初期反力の変化に対する  $K_t$ ,  $K_r$ ,  $E_L$  ( $f=0.5$ )

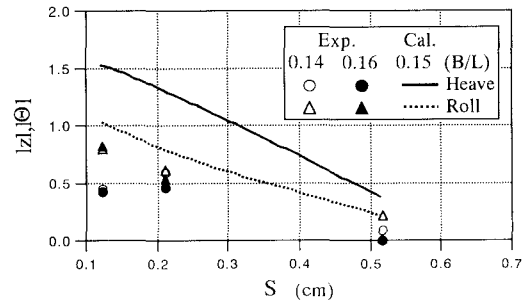


図-16 初期反力の変化に対する動揺量 ( $f=0.5$ )

結果 ( $B/L=0.14$  の場合は一度減少した後再び増加する) となっているのに対して、計算値では  $s$  が大きくなるにつれ急激に減少し、 $s=0.5$  付近でやや緩やかになっている。この場合、図-14 の浮体動揺においては、計算値と実験値との間には大きな差が存在するものの Heave, Roll 共に  $s$  が大きくなるにつれ減少する傾向を示している。一方、 $f=0.5$  の場合に比較した図-15において、まず透過率の場合計算値は  $f=0.2$  のときよりやや小さい値を示すほか実験値と良く一致している。また計算値の反復率は  $s=0.3$  付近で最低値を表す曲線を示しており (このときエネルギー逸散は全エネルギーの 80% まで達する)、実験値とほぼ一致していることがわかる。一方図-16 の Heave 量の場合、図-14 と同様計算値が実験値を大きく上回っている。しかし Roll 量に関しては実験値と良く一致する結果となっている。本稿では示していないが、以上のような結果は  $B/L$  によって若干差はあるものの全体的な傾向は変わらない。またこれは計算のときに与える摩擦係数の算定の重要度を指摘しており、ただ転がり静止摩擦係数だけを用いた今回の計算に問題があると思われる。

5. あとがき

以上本稿では杭係留された浮体に対して数値計算を構

築することを試みた。まず浮体の運動方程式に摩擦力を考慮し非線型動揺解析を行った後、より効率よく解析するため等価減衰係数を用いた近似算法を構築し諸検討を行った。計算の結果、実験によって指摘された、係留部で生じる摩擦によるエネルギー減衰が非常に大きいことが確認できた。また浮体係留時の初期反力を変化させることによって、波浪制御効果を維持しながら浮体動揺を低減できることやエネルギー減衰が最大となる初期反力を導き出すことが計算によって可能となった。しかしながら、定性的にはある程度検討ができたものの浮体動揺、特に Heave 量の過大評価等の定量的算定には問題点が残っており、今後の課題の一つである。また今回は報告していないが、係留力に関する検討や摩擦係数の違いが浮防波堤の諸量に及ぼす影響などについては問題点と共に現在検討中である。

参考文献

金 憲泰・榎木 亨・青木伸一 (1993): 杭係留式浮体による波浪制御に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 901-905.  
 吉田明徳・小島治幸・鶴本良博 (1990): 波動境界値問題におけるポテンシャル接続法の選点解法, 土木学会論文集, 第 417 号, pp. 265-274.