

弾性変形を考慮した長大浮体の波浪中の動揺特性の検討

白石 悟*・米山治男**・上田 茂***

1. まえがき

沿岸域の有効利用のため、近年、各種の浮体構造物が計画され建設されている。通常、浮体構造物は、その剛性が十分大きいものとして、剛体として浮体の動揺量を評価している（例えば、井島ら、1971；上田ら、1980）。しかしながら、海上浮体都市や浮体式海上空港等のように従来に増して大型の浮体が検討されるようになり、また、浮体橋梁、水中トンネル、マリナーの浮棧橋のような浮体は、浮体幅に比較して浮体長が相対的に長大であるので、その波浪中の動揺を剛体として取り扱うことが適当でない場合も生じている。

このような問題に対処するためには、浮体の弾性変形を考慮した波浪応答解析を行う必要がある。これまでの研究として、Toki (1979) が平板カラム支持浮体に対して、浮体を1次元の両端自由の梁と仮定して動揺解析を行っている。また、遠藤 (1983) は、平板カラム支持浮体に対して有限要素法を用いることで、浮体の波浪応答を1次元的に算定している。ところが、1次元の浮体モデルでは入射波の波向を考慮することができないため、一般的な浮体の弾性応答特性を評価することは困難である。そこで、浮体を2次元的に取り扱った解析手法を確立しなければならない。浮体を2次元的にモデル化し、浮体の弾性変形と流体との動的相互作用に着目した研究としては、長方形平板の浮体構造物の動揺解析を行ったWen (1974) や、円形平板に対して波浪応答解析および地震応答解析を行った濱本ら (1991) の例がある。

本研究では、浮体橋梁などのような長大浮体を平板浮体と仮定し、平板の振動方程式を適用することにより浮体と流体間の相互干渉効果を考慮した解析手法を提示する。また、水平方向の動揺を評価するために、水平波力を作用させることにより、有限要素法を用いて水平変形および断面力を算定する手法を示す。そして、これらの解析手法を用いることにより、長大浮体の波浪中の動揺特性に及ぼす入射波の波向、波周期の影響、また浮体剛

性の影響を検討する。

2. 計算手法

2.1 解析モデル

弾性変形する浮体構造物を平板であるとして、浮体の動揺解析に板の振動理論を適用する。弾性浮体の動揺解析モデルを図-1に示す。

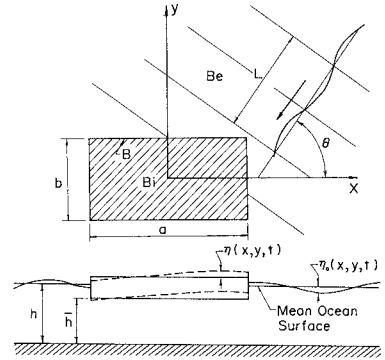


図-1 弾性浮体の動揺解析モデル

浮体の中心に x および y 座標の原点をとり、浮体の長辺方向を x 座標、短辺方向を y 座標で表示する。浮体長、浮体幅は、それぞれ a および b で示し、入射波の波長を L 、振幅を $\eta_0(x, y, t)$ 、入射角を x 軸から y 軸方向に向かっての角度 θ で表す。また浮体設置点での水深を h 、浮体の鉛直動揺量を $\eta(x, y, t)$ で表示する。浮体は一様水深の海域に設置されているものとし、また材質様の板状構造とし、その弾性変形による自由振動モードを考慮する。その際に、弾性浮体の波浪中での挙動と流体力の連成を考慮する。入射波は微小振幅規則波とし、入射方向は水平面内で任意に与えることができる。不規則波の場合は、規則波に対する浮体応答量の線形重ね合わせにより動揺量を算定する。

2.2 平板の振動方程式と境界条件

弾性浮体の外縁を境界 B として、海中を2つの領域に分割する。板状浮体の外側を外部領域 B_0 、内側を内部領域 B_i とする。外部領域において速度ポテンシャルを ϕ^e

* 正会員 博(工) 運輸省港湾技術研究所構造部海洋構造研究室長

** 正会員 工 修 運輸省港湾技術研究所構造部海洋構造研究室

*** 正会員 工 博 鳥取大学教授 工学部土木工学科

とすると、浅海理論における速度ポテンシャルの支配方程式は式(1)のようになる。

$$\nabla^2 \phi^e = \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \phi^e}{\partial t^2} \quad \text{in } B_e \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 、 ϕ^e ：外部領域での速度ポテンシャル、 g ：重力加速度、である。

平板浮体の振動方程式は、次式の様になる。

$$D\nabla^4 \eta + C \frac{\partial \eta}{\partial t} + m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\rho \frac{\partial \phi^i}{\partial t} - \rho g \eta \quad \dots\dots(2)$$

ここで、 $\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2$ 、 D ：板の剛性 $= E\bar{l}^3/\{12(1-\nu^2)\}$ 、 ν ：ポアソン比、 E ：ヤング率、 C ：等価線形減衰係数、 m ：単位面積あたりの質量、 ρ ：水の密度、 \bar{l} ：板厚、である。浮体において静的浮力と重力は釣り合っているので、動揺解析では動的な力成分のみを考慮すればよい。式(2)の右辺は流体の動的圧力を示している。

また、内部領域において速度ポテンシャルを ϕ^i とすると、板状浮体底部での速度の連続条件により、水深と鉛直方向変位の関係である式(3)が得られる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\bar{h} \nabla^2 \phi^i \quad \text{in } B_i \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 \bar{h} ：海底面から板の下部までの距離、である。

平板浮体の境界上 B における内部領域と外部領域のポテンシャルの接続条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \phi^i}{\partial t} = \frac{\partial \phi^e}{\partial t} \quad \text{on } B \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial \phi^i}{\partial n} = \frac{h}{\bar{h}} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} \quad \text{on } B \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 ϕ^i ：内部領域の速度ポテンシャル、 ϕ^e ：外部領域の速度ポテンシャル、 n ：面に垂直な単位ベクトル、である。式(4)および(5)は、境界 B を通過する水塊の質量およびエネルギーの保存を表している。

2.3 浮体の波浪応答解析

浮体と流体間の相互作用を考慮した動揺解析を行うにあたって、平板浮体の振動をモード分解することにより浮体の変形量を算定する解析手法を適用する。

入射波を正弦波として速度ポテンシャル ϕ と振幅 η を変数分離で表示すると、

$$\phi(x, y, t) = \Phi(x, y) \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\eta(x, y, t) = \bar{\eta}(x, y) \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここで、 ω ：正弦波の角振動数、 Φ ：複素振幅関数、 $\bar{\eta}$ ：複素振幅関数、である。

式(6)および(7)を(1)～(5)式に代入すると、それぞれ(8)～(12)式の様になる。

$$\nabla^2 \Phi^e = -\frac{\omega^2}{gh} \Phi^e \quad \text{in } B_e \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$D\nabla^4 \bar{\eta} + i\omega C \bar{\eta} - m\omega^2 \bar{\eta} = -i\omega \rho \Phi^i - \rho g \bar{\eta} \quad \dots\dots(9)$$

$$i\omega \bar{\eta} = -\bar{h} \nabla^2 \Phi^i \quad \text{in } B_i \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\Phi^i = \Phi^e \quad \text{on } B \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\bar{h} \frac{\partial \Phi^i}{\partial n} = h \frac{\partial \Phi^e}{\partial n} \quad \text{on } B \quad \dots\dots\dots(12)$$

これらの方程式を厳密に解くことは一般的に困難である。そこで近似的に解を求める手法として Galerkin 法を用い、平板の自由振動時の長辺方向および短辺方向の振動モードを規定することにより、平板の変形量を2種類の振動形の関数として表す。よって、 $\bar{\eta}$ は次式のように示される。

$$\bar{\eta}(x, y, \omega, \theta) = \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N A_{kl}(\omega, \theta) \mu_k(x) \psi_l(y) \quad \dots\dots(13)$$

ここで、 μ_k ： k 次モードたわみ関数、 ψ_l ： l 次モードたわみ関数、 $A_{kl}(\omega, \theta)$ ：複素振幅、 θ ：入射波の入射角度、である。たわみ関数の境界条件は両端自由の梁と同様なのであり、剛体運動を示す2つのモードを低次振動モードに含んでいる。

(13)式を(10)式に代入し Φ^i を未定関数をもった式に規定する。また、Summerfieldの発散条件と(8)式より、運動が固定された場合での平板浮体による波浪の散乱波の速度ポテンシャル Φ_s が定まる。さらに入射波の速度ポテンシャル Φ_i を次のように仮定する。

$$\begin{aligned} \Phi_i(x, y, \omega, \theta) \\ = \frac{iga}{\omega} \exp\left\{ \frac{i\omega}{c} (x \cos \theta + y \sin \theta + ct) \right\} \quad \dots\dots(14) \end{aligned}$$

ただし、 c ：波速、 a ：入射波の振幅、である。ここで、 $\Phi^e = \Phi_i + \Phi_s$ であるから、(11)および(12)式より連立方程式を作成することができる。この連立方程式を解いて Φ^i を $A_{kl}(\omega, \theta)$ の関数として決定し、この Φ^i と $\bar{\eta}(x, y, \omega, \theta)$ を(9)式に代入し、モード間の直交条件を用いて $\eta(x, y, t)$ を算定する。不規則波に対する浮体の応答を算定する際には、規則波に対する浮体応答量の線形重ね合わせにより応答値を算定する。

上述した解析手法は浮体の鉛直方向の変形のみを取り扱ったものであるが、長大浮体の場合には水平方向の波力に対する変形も考慮する必要がある。本研究では、水平方向の動揺を鉛直方向の動揺解析とは別個の解析手法を用いて算定する。水平方向の動揺を計算する際には、対象構造物が長大であることを仮定し単純梁として取り扱い、この構造物に対して三次元領域分割法より得られる波力を与え、有限要素法による解析を行い水平方向の変位と断面力を求める。なお、波力計算プログラムから動揺及び断面力の計算プログラムへ波力及び流体力をファイル入力する際には、波力を計算した際の断面の中点が動揺及び断面力解析の節点となるようにモデル化する。

3. 長大浮体の波浪応答の検討

数値解析の事例として、表-1に示すような長大浮体の波浪中の動揺を検討した。

表-1 浮体の諸元

浮体長	(m)	1.000×10^3
浮体幅	(m)	20
浮体高さ	(m)	10
喫水	(m)	5
水深	(m)	50
単位面積当たり質量	(kg/m ²)	5.125×10^3
ヤング率	(kgf/m ²)	1.123×10^9

浮体の諸元は、長さ1,000 m、幅20 m、高さ10 m、喫水5 mであり、浮体の断面あたりの質量は5,125 kg/m²、ヤング率はPCコンクリート製として 1.123×10^9 kgf/m² (1.100×10^4 MPa)とした。動揺解析においては、浮体の短辺の長さが長辺の長さに比較して非常に小さいことから、 x 軸方向のモード次数を10、 y 軸方向のモード次数を2とした。なお、入射波は規則波を作用させた。

3.1 浮体の動揺に及ぼす波向の影響

図-2は、波周期12 sにおける浮体の上下変位の最大値分布（上下変位振幅を入射波の振幅で除した値）を示す。横軸は、上下変位を算定した点の位置座標を浮体長で除し、無次元化したものである。なお、波の入射方向は図-1で定義した入射角に一致させてある。浮体の上下変位の最大値分布は、やや複雑な形状を示し、浮体が弾性的に動揺していることがわかる。また、波の入射角が大きくなるにつれて浮体の動揺が大きくなり、この例では入射角が60度のとき上下変位振幅が最大値を示し、その値は入射振幅に対して約2.3倍である。これは、入射角が小さい場合は、浮体の長辺方向により平行な角度で波が作用するため、浮体と流体との連成効果により入射波のエネルギーの減衰が大きくなり、入射角が大きい場合は、浮体の短辺方向に近づいた角度で波が作用するため、浮体と流体との連成効果が得られず、入射波の減衰が小さいためと考えられる。図-3は同じ条件の浮体に

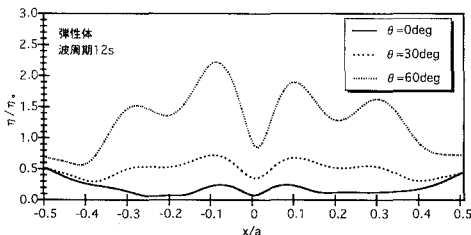


図-2 浮体の上下変位の最大値分布

ついて、浮体剛性を仮想的に大きくし、剛性が動揺特性に及ぼす影響について示している。ヤング率は図-2の100倍としている。上下振幅の最大値分布は中央で小さく、両端で大きくなっている。これは、浮体の動揺が剛体運動に近くなり、しかもヒープの振幅は小さくピッチが卓越していることを表す。ただし、波上側と波下側の動揺はやや異なり弾性変形の影響が多少残っている。また、図-2の場合と同様に波の入射角が大きくなるにつれて浮体の動揺が大きくなり、この例では入射角が60度のとき動揺の最大値を示し、その値は入射波振幅に対して約0.3倍である。これは、図-2の場合の最大応答値の約1/10であり、浮体が弾性的な挙動を示す場合には、入射波高に比してかなり大きな応答変位を示すことがわかる。平石ら(1992)は、フロートを有したマリーナ用柔構造浮体についての水理模型実験を行っており、浮体の変形によるエネルギー吸収により、剛性が小さな場合の方が応答変位が小さくなる場合もあることを示している。ただし、この実験では、浮体がフロートを有しており、実験条件として、波長・浮体長比が $L/a=0.74 \sim 5.95$ であり、本研究の解析条件(浮体がポンツーン型、波長・浮体長比 $L/a=0.03 \sim 0.31$)と大きく異なっている。以下、図-2で示した計算条件の浮体を弾性体、図-3で示した計算条件の浮体を弾性体(剛性100倍)と表記する。

3.2 浮体の動揺に及ぼす剛性の影響

図-4(a)~(c)はそれぞれ波向0度で波周期8 s, 10 s, 12 sにおける浮体の上下変位の最大値分布（上下変位振幅を入射波の振幅で除した値）を示す。また、図-5(a)~(c)は、それぞれ波向60度で波周期8 s, 10 s, 12 sにおける浮体の上下変位の最大値分布（上下変位振幅を入射波の振幅で除した値）を示す。図-4および図-5では、弾性体、弾性体(剛性100倍)、剛体の上下変位を比較して示したものである。すべてのケースについて、弾性体の上下変位は、弾性体(剛性100倍)および剛体の上下変位よりも大きい。また、弾性体(剛性100倍)と剛体の上下変位の値はおおむね一致していることがわかる。また、上下変位の最大値は剛体では浮体端部で生ずるが、弾性浮体では、浮体端部のほかに中央部でも生ずる。

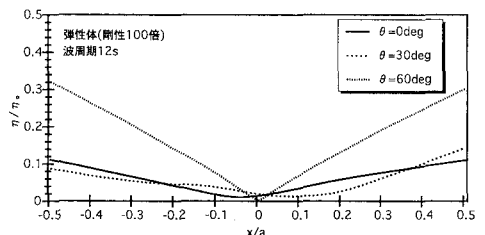
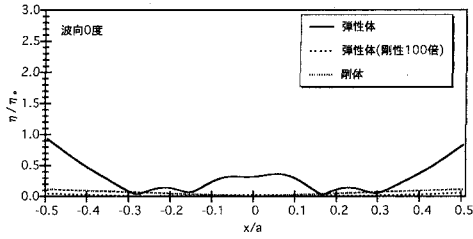
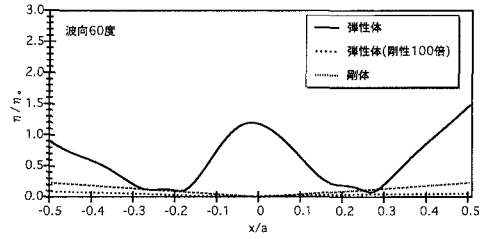


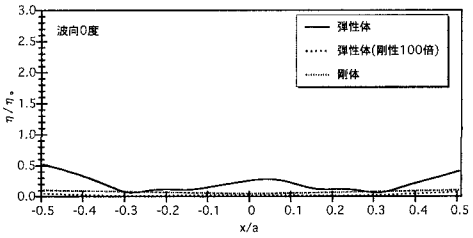
図-3 浮体の上下変位の最大値分布(剛性100倍)



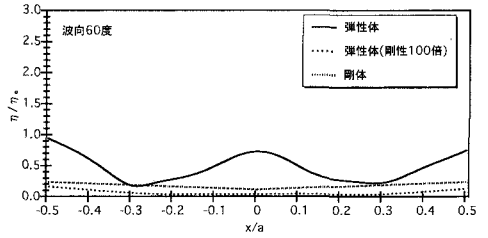
(a) 波周期 8 s



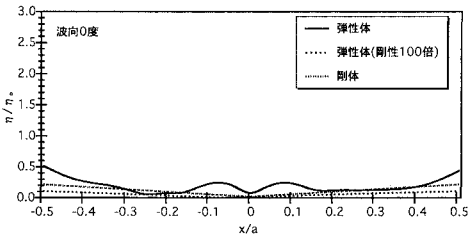
(a) 波周期 8 s



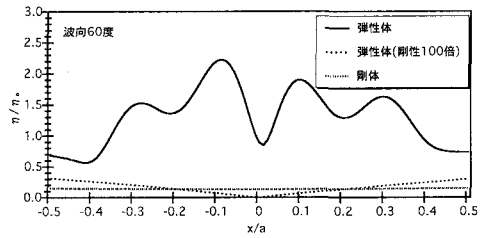
(b) 波周期 10 s



(b) 波周期 10 s



(c) 波周期 12 s



(c) 波周期 12 s

図-4 浮体の上下変位に対する剛性の影響 (波向 0 度)

図-5 浮体の上下変位に対する剛性の影響 (波向 60 度)

3.3 浮体の動揺に及ぼす波周期の影響

図-6 は、浮体端部における上下変位を波周期ごとに表示したものである。弾性体による計算値は、弾性体(剛性 100 倍)および剛体の値に比べて大きい。また、弾性体(剛性 100 倍)の計算値は、剛体の値とおおむね等しいことがわかる。

図-7 は、浮体の上下変位の最大値を波周期ごとに示している。この図においては、浮体全体で上下変位が最大となる点の値をプロットしているが、図-6 と比べると弾性体においては波周期 10 s までは両者は等しいので、上下変位の最大は浮体の端部で発生していることがわかる。波周期 12 s 以上では、図-7 の数値は図-6 に比較して大きく、端部以外の点で上下変位の最大値が生じていることがわかる。また、弾性体(剛性 100 倍)と剛体とは図-6 と図-7 において数値が等しいことから、どの周期においても上下変位の最大値は浮体の端部で生じている。

3.4 浮体の断面力に及ぼす剛性の影響

図-8 および図-9 は、浮体の垂直曲げモーメントの最

大値分布を示している。図では垂直曲げモーメントを $M = \eta_0 \rho g L^2$ で除して無次元化している。弾性体では、浮体の中央部のほかに ± 0.25 付近においてもモーメントの大きな点が生じているが、これらは図-4(a)~(c) に示すように、浮体の上下変位が小さな位置に対応する。弾性体(剛性 100 倍)では、図-9 に示すように垂直曲げモーメントの最大値は浮体中央部で生ずる。

4. 結 論

- 1) 長さ 1,000 m の長大浮体では、浮体の弾性変形の影響が顕著にみられる。
- 2) 弾性変形の影響は斜波中(波向 60 度)で顕著に生ずる。
- 3) 剛性 100 倍の浮体では、波浪応答はおおむね剛体運動とみなすことができる。また、剛体として解析した計算結果に近づく傾向がみられる。
- 4) 上下変位の最大値は、剛体では浮体端部で生ずるが、弾性浮体では浮体中央部付近で生ずる傾向にある。

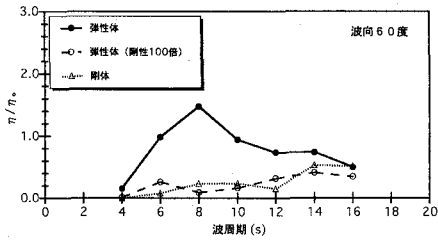


図-6 浮体端部における上下変位の比較

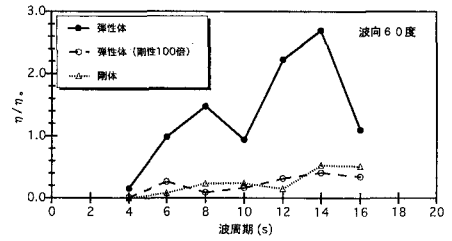


図-7 浮体の上下変位の最大値の比較

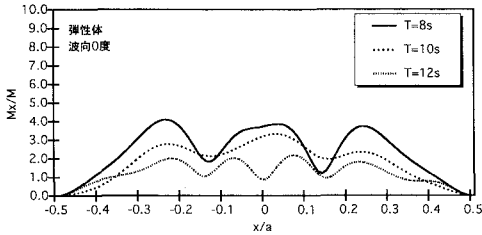


図-8 浮体の垂直曲げモーメントの最大値分布

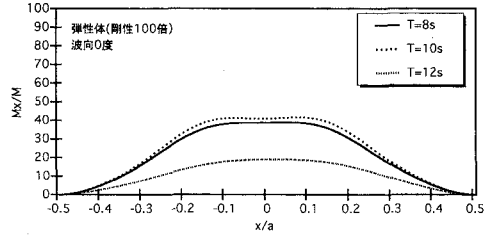


図-9 浮体の垂直曲げモーメントの最大値分布 (剛性100倍)

5. あとがき

本手法は長大浮体の動揺解析手法として活用できる。今後は水理模型実験を行い、浮体の剛性が動揺および断面力に及ぼす影響を確認する予定である。なお、水平方向の動揺も考慮した波浪応答解析結果については、別の機会に報告したい。また、ここでは浮体の両端の上下拘束条件は自由としているので、今後は拘束条件の影響についての検討も必要である。

参考文献

井島武士・田淵幹修・湯村やす (1971): 矩形断面をもつ浮体の浅海波による自由運動-1, 理論-, 第18回海講論文集, pp.

173-180.

上田 茂・白石 悟 (1980): 大型矩形浮体の波浪中の動揺と係留力に関する研究 (第2報) -数値シミュレーション手法について-, 港研報告, 19巻, 3号, pp. 105-143.
 遠藤久芳 (1983): 超大型プラットフォームの波浪中弾性応答特性, 第41回船舶技術研究所研究発表会講演集, pp. 76-79.
 濱本卓司・高橋浩史 (1991): 円形平板と液体及び弾性パネとの連成定常ランダム応答, JCOSSAR '91 論文集, pp. 169-176.
 平石哲也・高山知司・鹿籠雅純・松永栄一 (1992): マリーナ用柔構造浮体の特性に関する水理模型実験, 海岸論文集, 第39巻, pp. 796-800.
 Toki, N. (1979): A study on the behavior of huge floating structure in regular waves, Jour. of Society of Naval Architects of Japan, Vol. 146, pp. 185-194.
 Wen, Y. K. (1974): Interaction of ocean waves with floating plate, Proc. ASCE, Vol. 100, No. EM1-6, pp. 375-395.