

海中トンネルの波による水平振動変位に関する理論解の誘導

石田 啓*・小村辰彦**・黒崎和保***

1. 緒 論

近年、大延長・大水深海域である海峡横断のための海洋構造物として海中トンネルが提案されている(芳村ら, 1992)。しかし、未だに施工例がなく、今後検討すべき多くの課題が残されていると考えられる。

海中トンネルに作用する主な外力のひとつとして、波力を挙げることができるが、海中トンネルの設計には、波力により刻々と変化するトンネルのたわみとトンネル断面に生じる内部応力を考慮することが、まず必要になるであろう。すなわち、海中トンネルを安全かつ合理的に設計するためには、波によるトンネルの動力学特性を容易かつ正確に解明できる解析手法を確立することが重要となる。Dahleら(1990)およびLøkenら(1990)は、海中トンネルの動的応答について、実験および数値解析による検討を行っているが、いずれもトンネルの動的特性および共振現象を十分解明したものではない。

石田ら(1986, 1987, 1991)は小口径柱体および海洋プラットフォームの波浪による振動変位の理論解を提示しており、この理論解法は海中トンネルの水平振動の解析に容易に適用できる。したがって、本論では、海中トンネルを小口径水平管と仮定し、波力を外力とする梁の横振動方程式を解くことにより、波による海中トンネルの振動変位の理論解を誘導する。さらに、この理論解を用い、現地スケールの海中トンネルのたわみおよび内部応力と共振曲線を算出することにより、海中トンネルの基本的な振動特性を検討する。

2. 海中トンネルの振動変位の理論解

(1) 理論式の無次元化

海中トンネルの諸元および座標系を図-1に示す。座標は、水底を原点とし、トンネルの軸方向に x 軸を、トンネルの軸直角方向に y 軸を、鉛直上向きに z 軸をとり、時間を t とする。 y 軸方向のトンネルの変位を $\xi(x, t)$ 、波の進行方向の水粒子速度を u 、その加速度を \dot{u} で

示す。トンネルに働く y 軸方向の波力を、トンネルの変位速度に対する相対的な水粒子速度を用いたモリソン公式で与えると、トンネルの横振動の方程式は、

$$\begin{aligned} &(\rho A + C_a A_0 \rho_w) \xi_{tt} + (c_0 + C_D \rho_w D) |u \cos \theta| \xi_t + EI \xi_{xxxx} \\ &= \frac{1}{2} C_D \rho_w D u \cos \theta |u \cos \theta| + C_M A_0 \rho_w \dot{u} \cos \theta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表すことができる。ここに、 ρ および ρ_w はトンネルおよび水の密度、 c_0 は減衰係数、 D はトンネルの直径、 A および A_0 はトンネルの断面積およびトンネルが排除する水の面積、 EI はトンネルの曲げ剛性、 C_M は慣性係数、 C_D は抗力係数、 θ は波の入射角(y 軸に対する角度： $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$)であり、 ξ の右下添字の t および x はそれぞれの変数による偏微分を示す。さらに、トンネルの変位速度 ξ_t を u に比べて小さいと仮定する、すなわち、 $u \gg \xi_t$ と仮定し、トンネルの変位速度の2乗項を無視すると(石田, 1986)、式(1)は、

$$\begin{aligned} &\rho A \xi_{tt} + c_0 \xi_{tt} + EI \xi_{xxxx} \\ &= \frac{1}{2} C_D \rho_w (u \cos \theta + \xi_t) |u \cos \theta - \xi_t| \\ &+ (C_M - 1) A_0 \rho_w (\dot{u} \cos \theta - \xi_{tt}) + A_0 \rho_w \dot{u} \cos \theta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

のように近似され、方程式は ξ に関して線形となる。ここに、 C_a は付加質量係数であり、 $C_a = C_M - 1$ である。

次に、微小振幅波理論を用い、トンネル上の x の位置

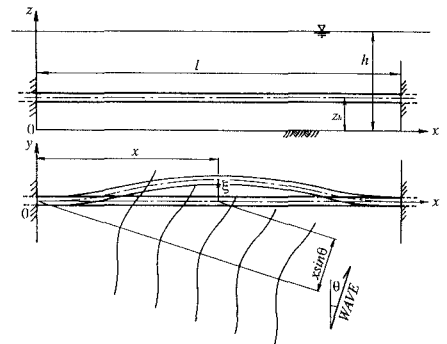


図-1 海中トンネルの座標系

* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科
 ** 正会員 工博 東京コンサルタンツ株式会社
 *** 正会員 工修 株式会社間組 技術研究所

での水面変動を,

$$\eta(x, t) = a \cos(\sigma t - kx \sin \theta) \dots\dots\dots (3)$$

で与えると, u および \dot{u} は,

$$u(x, t) = a\sigma \frac{\cosh kz_h}{\sinh kh} \cos(\sigma t - kx \sin \theta) \dots (4)$$

$$\dot{u}(x, t) = -a\sigma^2 \frac{\cosh kz_h}{\sinh kh} \sin(\sigma t - kx \sin \theta) \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここに, a は波の振幅, σ は波の角周波数, k は波の波数, h は水深, z_h は水底からトンネル図心までの設置高である。

式(4)および式(5)の u および \dot{u} を, 式(2)に代入し, σ, k および D を用いて, t, x, h, z_h および ξ を,

$$t' = \sigma t, x' = kx, h' = kh, z'_h = kz_h, \xi' = \xi/D \dots (6)$$

と無次元化すると, 式(2)は,

$$m\xi'''' + c\xi'' + \xi''_{xxxx} = -c_m \sin(t' - x' \sin \theta) + c_d \cos(t' - x' \sin \theta) \cdot |\cos(t' - x' \sin \theta)| \dots\dots\dots (7)$$

となる。ここに,

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{\sigma^2}{k^4 EI} (\rho A + C_a A_0 \rho_w) \\ c &= \frac{\sigma}{k^4 EI} (c_0 + C_D \rho_w D |u \cos \theta|) \\ c_m &= \frac{C_m A_0 \rho_w a \sigma^2}{k^4 EID} \frac{\cosh z'_h}{\sinh h'} \cos \theta \\ c_d &= \frac{1}{2} \frac{C_D \rho_w a^2 \sigma^2}{k^4 EI} \frac{\cosh^2 z'_h}{\sinh^2 h'} \cos^2 \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

であり, これらはすべて無次元量である。

式(8)中の c は定数 c_0 以外に $|u \cos \theta|$ を含んでおり, t' および x' の関数となるため, $|u \cos \theta|$ の1周期 T にわたる水平方向の平均値

$$\begin{aligned} |\bar{u} \cos \theta| &= \frac{1}{T} \int_0^{T-1} \int_0^1 |u \cos \theta| dx dt \\ &= \frac{2\sigma a}{\pi} \frac{\cosh kz_h}{\sinh kh} \cos \theta \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

を用い, c を定数として扱う。式(7)は ξ' に関して線形であるため, 右辺の波力による変位は, 慣性力および抗力によるそれぞれの変位を重ね合わせたものになる。以下, 各外力項ごとに方程式を解く。

(2) 理論解の誘導

慣性力項による振動方程式は,

$$m\xi'''' + c\xi'' + \xi''_{xxxx} = -c_m \sin(t' - x' \sin \theta) \quad (10)$$

となる。式(10)右辺の $\sin(t' - x' \sin \theta)$ は $e^{i(t' - x' \sin \theta)}$ に置き換えると, 解は変数分離形である

$$\xi'(x', t') = X_M(x') e^{it'} \dots\dots\dots (11)$$

の形で仮定することができる。式(11)を式(10)に代入すると, $x_M(x')$ に関して,

$$X_{Mxxxx} - (m - ic)X_M = -c_m e^{-ix' \sin \theta} \dots\dots\dots (12)$$

が得られる。

式(12)の特解 X_{Ms} および同次解 X_{M0} は,

$$X_{Ms}(x') = -Ge^{-ix' \sin \theta} \dots\dots\dots (13)$$

$$X_{M0}(x') = f_1 e^{S_1 x'} + f_2 e^{S_2 x'} + f_3 e^{S_3 x'} + f_4 e^{S_4 x'} \dots (14)$$

となる。ここに,

$$G = -\frac{(m - \sin^4 \theta) + ic}{(m - \sin^4 \theta)^2 + c^2} c_m \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \mu - i\nu, & S_2 &= -\mu + i\nu \\ S_3 &= \nu + i\mu, & S_4 &= -\nu - i\mu \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \sqrt[4]{m} \sqrt{\{\sqrt{\lambda} + \sqrt{(\lambda+1)/2}\}/2} \\ \nu &= \sqrt[4]{m} \sqrt{\{\sqrt{\lambda} - \sqrt{(\lambda+1)/2}\}/2} \\ \lambda &= \sqrt{1 + (c/m)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

であり, $f_1 \sim f_4$ は複素積分定数である。

以上より, 慣性力項による解は式(13)および式(14)を用いて,

$$\xi'_M(x', t') = X_M(x') e^{it'} = [X_{M0}(x') + X_{Ms}(x')] e^{it'} \dots (18)$$

で与えられるが, 式(10)右辺の位相が $\sin(t' - x' \sin \theta)$ であるため, これに対する変位は式(18)の虚部となる。

抗力項による振動変位は, 式(7)右辺の $\cos(t' - x' \sin \theta) |\cos(t' - x' \sin \theta)|$ の部分を,

$$\begin{aligned} &\cos(t' - x' \sin \theta) |\cos(t' - x' \sin \theta)| \\ &= \frac{8}{3\pi} \cos(t' - x' \sin \theta) + \frac{8}{15\pi} \cos 3(t' - x' \sin \theta) \\ &\quad - \frac{8}{105\pi} \cos 5(t' - x' \sin \theta) + \dots \dots\dots (19) \end{aligned}$$

とフーリエ級数展開し, その第3項までを用いて,

$$\begin{aligned} m\xi'''' + c\xi'' + \xi''_{xxxx} &= \sum_{n=1,3,5} c_n Q_n \cos n(t' - x' \sin \theta) \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

と表すことができる。ここに, $n=1, 3, 5$ であり,

$$Q_1 = \frac{8}{3\pi}, Q_3 = \frac{8}{15\pi}, Q_5 = -\frac{8}{105\pi} \dots\dots\dots (21)$$

である。式(20)の解を求めるが, 慣性力項の場合と同様に, 解を変数分離形で,

$$\xi'_n(x', t') = X_{Dn}(x') e^{int'} \dots\dots\dots (22)$$

の形で仮定すると, $X_{Dn}(x')$ に関して,

$$X_{Dnxxxx} - (n^2 - inc)X_{Dn} = c_n Q_n e^{-inx' \sin \theta} \dots (23)$$

が得られる。式(23)の特解 X_{Dsn} および同次解 X_{D0n} は,

$$X_{Dsn}(x') = -P_n e^{-inx' \sin \theta} \dots\dots\dots (24)$$

$$\begin{aligned} X_{D0n}(x') &= r_{n1} e^{S_{n1} x'} + r_{n2} e^{S_{n2} x'} \\ &\quad + r_{n3} e^{S_{n3} x'} + r_{n4} e^{S_{n4} x'} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

となる。ここに,

$$P_n = -\frac{(n^2 m - n^4 \sin^4 \theta) + inc}{(n^2 m - n^4 \sin^4 \theta)^2 + n^2 c^2} c_n Q_n \dots\dots\dots (26)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{n1} &= \mu_n - i\nu_n, & S_{n2} &= -\mu_n + i\nu_n \\ S_{n3} &= \nu_n + i\mu_n, & S_{n4} &= -\nu_n - i\mu_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_n &= \sqrt[4]{n^2 m \sqrt{\{\sqrt{\lambda_n} + \sqrt{(\lambda_n + 1)/2}\}/2}} \\ \nu_n &= \sqrt[4]{n^2 m \sqrt{\{\sqrt{\lambda_n} - \sqrt{(\lambda_n + 1)/2}\}/2}} \\ \lambda_n &= \sqrt{1 + (c/nm)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (28)$$

であり、 $r_{n1} \sim r_{n4}$ は複素積分定数である。

以上より、抗力項による解は式(24)および式(25)を用いて、

$$\begin{aligned} \xi_D(x', t) &= \sum_{n=1,3,5} X_{Dn}(x') e^{int} \\ &= \sum_{n=1,3,5} \{X_{D0n}(x') + X_{Dsn}(x')\} e^{int} \dots (29) \end{aligned}$$

で与えられるが、式(20)右辺の位相が $\cos(t - x' \sin \theta)$ であるため、これに対する変位は式(29)の実部となる。

したがって、式(7)の解は、式(18)の虚部および式(29)の実部の和として、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \xi(x', y) &= \text{Im}[X_M(x') e^{it}] + \text{Re}[\sum_{n=1,3,5} X_{Dn}(x') e^{int}] \\ &= \text{Im}[\{\sum_{j=1}^4 f_j e^{S_j x'} - G e^{-ix' \sin \theta}\} e^{it}] \\ &\quad + \text{Re}[\sum_{n=1,3,5} \{r_{n1} e^{S_{n1} x'} - P_n e^{-inx' \sin \theta}\} e^{int}] \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

ここに、 $S_1 \sim S_4$ は式(16)に、 G は式(15)に、 $S_{n1} \sim S_{n4}$ は式(27)に、 P_n は式(26)に示すとおりであり、 Im は虚部を、 Re は実部を示す。また、 $f_1 \sim f_4$ および $r_{n1} \sim r_{n4}$ は境界条件から定められる複素積分定数である。

また、海中トンネル断面の曲げモーメント $M(x', t)$ およびせん断力 $S(x', t)$ は式(30)の変位 ξ を用い、

$$M(x', t) = -k^2 EID \xi_{x'x'}(x', t) \dots\dots\dots (31)$$

$$S(x', t) = -k^3 EID \xi_{x'xx'}(x', t) \dots\dots\dots (32)$$

から求まる。

(3) 境界条件と積分定数

海中トンネルを両端固定の梁と仮定すると、海中トンネルの境界条件は固定端において、変位および変位角がゼロである。すなわち、式(30)の ξ を用いると、

$$\left. \begin{aligned} \xi(x', t) = 0, \xi_{x'}(x', t) = 0; x' = 0 \\ \xi(x', t) = 0, \xi_{x'}(x', t) = 0; x' = l' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

で与えられる。ここに、 $l' = kl$ であり、 l はトンネル延長である。これらの境界条件は、時間 t にかかわらず成立しなければならないことから、式(30)の慣性力による変位および抗力による変位の各項ごとに式(33)が成立しなければならない。すなわち慣性力に関する部分に対し、

$$X_M(0) = 0, X_{Mx}(0) = 0, X_M(l'), X_{Mx}(l') = 0 \dots (34)$$

が、また抗力に関する部分に対し、

$$X_{Dn}(0) = 0, X_{Dnx}(0) = 0, X_{Dn}(l'), X_{Dnx}(l') = 0 \dots (35)$$

が成立する。抗力に対しては、 $n=1, 3, 5$ の各場合ごとに式(35)が成立する。式(34)を行列表示すると式(36)となる。式(36)の左辺 4×4 の行列を以下、 A と表すと、 $f_1 \sim f_4$ は A の逆行列を式(36)の左から乗することにより求

まるが、 A および式(36)右辺が複素数であることから、実計算では式(36)をそれぞれ実部と虚部に対して成立する式に書き改めた後、式(37)から求めることができる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ e^{S_1 t} & e^{S_2 t} & e^{S_3 t} & e^{S_4 t} \\ S_1 e^{S_1 t} & S_2 e^{S_2 t} & S_3 e^{S_3 t} & S_4 e^{S_4 t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} G \\ -i \sin \theta \cdot G \\ G e^{-it \sin \theta} \\ -i \sin \theta \cdot G e^{-it \sin \theta} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \check{f}_1 \\ \check{f}_2 \\ \check{f}_3 \\ \check{f}_4 \\ \check{f}_1 \\ \check{f}_2 \\ \check{f}_3 \\ \check{f}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{A} & -\check{A} \\ \check{A} & \check{A} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \text{Re}(G) \\ \text{Re}(-i \sin \theta \cdot G) \\ \text{Re}(G e^{-it \sin \theta}) \\ \text{Re}(-i \sin \theta \cdot G e^{-it \sin \theta}) \\ \text{Im}(G) \\ \text{Im}(-i \sin \theta \cdot G) \\ \text{Im}(G e^{-it \sin \theta}) \\ \text{Im}(-i \sin \theta \cdot G e^{-it \sin \theta}) \end{bmatrix} \dots (37) \end{aligned}$$

ここに、 \check{f}_j および \check{f}_j ($j=1 \sim 4$) はそれぞれ f_j の実部および虚部で、 \check{A} および \check{A} は A の実部および虚部である。

次に、式(35)を行列表示すると、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ S_{n1} & S_{n2} & S_{n3} & S_{n4} \\ e^{S_{n1} t} & e^{S_{n2} t} & e^{S_{n3} t} & e^{S_{n4} t} \\ S_{n1} e^{S_{n1} t} & S_{n2} e^{S_{n2} t} & S_{n3} e^{S_{n3} t} & S_{n4} e^{S_{n4} t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{n1} \\ r_{n2} \\ r_{n3} \\ r_{n4} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} P_n \\ -i \sin \theta \cdot P_n \\ P_n e^{-int \sin \theta} \\ -in \sin \theta \cdot P_n e^{-int \sin \theta} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

となる。式(38)の左辺 4×4 の行列を A_n と表すと、 $f_1 \sim f_4$ の場合と同様に $r_{n1} \sim r_{n4}$ は、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \check{r}_{n1} \\ \check{r}_{n2} \\ \check{r}_{n3} \\ \check{r}_{n4} \\ \check{r}_{n1} \\ \check{r}_{n2} \\ \check{r}_{n3} \\ \check{r}_{n4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{A}_n & -\check{A}_n \\ \check{A}_n & \check{A}_n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \text{Re}(P_n) \\ \text{Re}(-in \sin \theta \cdot P_n) \\ \text{Re}(P_n e^{-int \sin \theta}) \\ \text{Re}(-in \sin \theta \cdot P_n e^{-int \sin \theta}) \\ \text{Im}(P_n) \\ \text{Im}(-in \sin \theta \cdot P_n) \\ \text{Im}(P_n e^{-int \sin \theta}) \\ \text{Im}(-in \sin \theta \cdot P_n e^{-int \sin \theta}) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

から求めることができる。ここに、 \check{r} および \check{r} と Re および Im はそれぞれ実部および虚部を示す。

以上より、海中トンネルの振動変位、曲げモーメントおよびせん断力は式(37)の $f_1 \sim f_4$ および式(39)の $r_{n1} \sim r_{n4}$ を式(30)、式(31)および式(32)に適用することにより算出できる。

3. 理論計算結果

(1) 計算条件

次に、式(30)の理論解を用い、海中トンネルの振動特

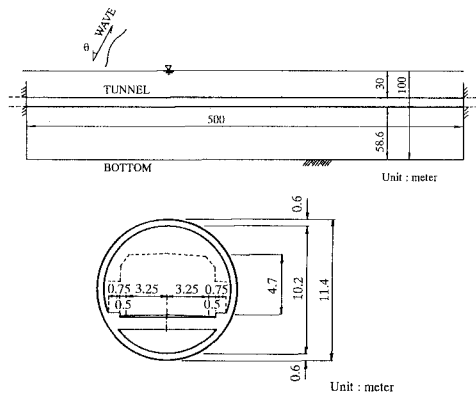


図-2 理論計算用海中トンネル

性について検討する。計算に際しては、図-2に示す現地スケールの海中トンネルを対象とする。自然条件は水深を100mとし、波高を10mとした。海中トンネルはコンクリート製とみなし、比重は2.5、ヤング率は $E=2.8 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ ($2.74 \times 10^4 \text{ kN/cm}^2$)であり、外径は11.4m、内径は10.2mで、2車線の道路専用トンネルを設定した。トンネル延長は $l=500 \text{ m}$ であり、トンネルの天端水深は30mとした。抗力係数、慣性係数および付加質量係数は、それぞれ、最も一般的な値である $C_D=1.0$ 、 $C_M=2.0$ および $C_a=1.0$ を用いた。減衰係数 $c_0=1.0$ の値は、振動現象が明確に生じる程度の値である。

(2) 計算結果

図-3は入斜角 $\theta=0^\circ$ 、すなわち波力がトンネル軸直角方向 (y 軸方向) に作用する状態で、波の周期が $T=9.7 \text{ s}$ の時の海中トンネルのたわみ曲線を各位相ごとに示したものである。このときの波の周期は海中トンネルの固有振動周期 $T_n=9.6 \text{ s}$ に極めて近く、海中トンネルはほぼ共振状態にある。海中トンネルに波峰および波谷が作用する $t/T=0.0$ および $t/T=-0.5$ の時、変位が最大となっている。図-4および図-5は図-3の場合の曲げモーメントおよびせん断力が最大となる位相での応力分布を示す。いずれの場合も、変位が最大となる $t/T=-0.5$

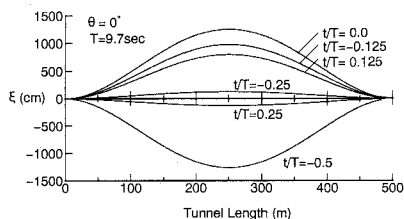


図-3 海中トンネルのたわみ曲線 ($\theta=0^\circ$, $T=9.7 \text{ s}$)

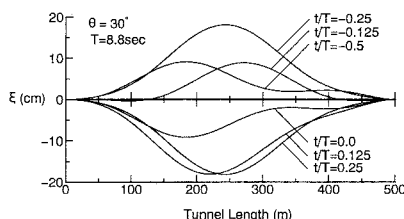


図-6 海中トンネルのたわみ曲線 ($\theta=30^\circ$, $T=8.8 \text{ s}$)

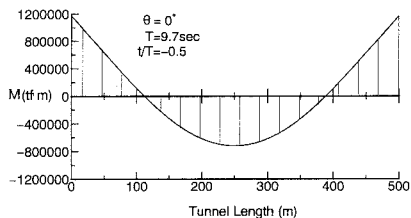


図-4 曲げモーメント図 ($\theta=0^\circ$, $T=9.7 \text{ s}$)

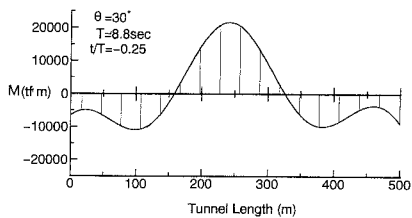


図-7 曲げモーメント図 ($\theta=30^\circ$, $T=8.8 \text{ s}$)

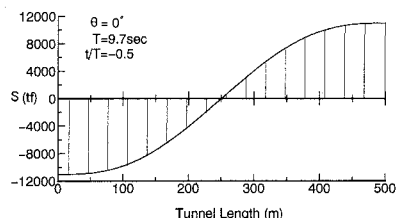


図-5 せん断力図 ($\theta=0^\circ$, $T=9.7 \text{ s}$)

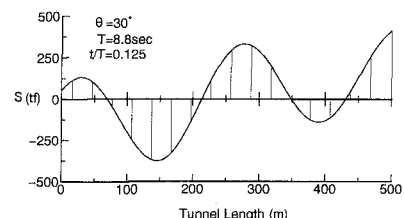


図-8 せん断力図 ($\theta=30^\circ$, $T=8.8 \text{ s}$)

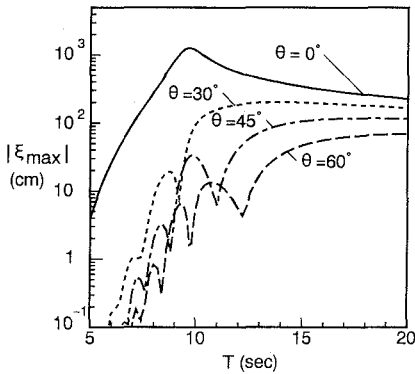


図-9 海中トンネルの共振曲線

($t/T=0.0$ の場合, 符号が逆となる)のときに, 曲げモーメントおよびせん断力が最大となる。図-3~図-5より共振状態においては, 変位および内部応力ともに大きくなることから, トンネルの中間部を係留し, 共振現象を回避する必要があると思われる。

図-6は y 軸に対して $\theta=30^\circ$ の方向から波が作用した場合の海中トンネルのたわみ曲線である。波の周期は $T=8.8$ sで, 波長は120.8mである。各位相は $x=0$ の位置での位相を示す。波の入射角が $\theta=30^\circ$ の場合, 海中トンネル上にはほぼ2周期分の波峰と波谷が常に存在し, 波力が同時に相反する方向に作用するため, 海中トンネルは高次の振動モードが混入したかのようなたわみ形を呈する。 $t/T=\pm 0.25$ のとき変位が最も大きくなるが, 図-3の $\theta=0^\circ$ の場合に比べ, 変位は小さいもののトンネル中央部の凸形状が顕著である。図-7および図-8は図-6の内, 曲げモーメントおよびせん断力が最大となる位相での応力分布図を示す。図-7より最大曲げモーメントは変位と同様に $t/T=0.25$ のときに生じるが, 図-8のせん断力の場合, トンネル中央に対して左右相反する方向に波力が作用するとき最大値が生じるため, $t/T=0.125$ のときに最大値となる。波に入射角を与えた場合, 海中トンネルに過大な変位および内部応力は発生しないが, 変位および内部応力の発生形態が非常に複雑となることから, 海中トンネルを係留する場合, 波の入射角を考慮した振動特性を十分検討する必要がある。

図-9は横軸に波の周期 T をとり, 縦軸に海中トンネルの変位の最大値 $|\xi_{\max}|$ をとって, 共振特性を示したものである。図中の実線は波の入射角 $\theta=0^\circ$ で, 点線は $\theta=30^\circ$ で, 一点鎖線は $\theta=45^\circ$ で, 波線は $\theta=60^\circ$ である。 $\theta=0^\circ$ の場合, 海中トンネル全体に一定方向の波力が周期的に作用するため, 海中トンネルの固有振動周期付近で共振現象が生じる。しかし, 波の入射角が $\theta>0^\circ$ かつ波の波長がトンネル延長より短い場合, 海中トンネルに同時に

相反する方向の水平波力が作用するため, 変位が相殺され, 共振が発生せず, トンネル軸方向およびその直角方向に対して, 周期的に波力が変動するため, 複雑な振動特性を示している。

5. 結 論

本研究により得られた結果を要約すると以下のとおりである。

1) 海中トンネルを小口径水平円管とみなし, 波力式にモリソン公式を用い, 梁の横振動方程式を表す微分方程式を解くことにより, 海中トンネルの水平方向の振動変位の理論解を提示した。

2) この理論解を用いることにより, 振動変位のたわみ曲線および共振曲線を算出するとともに, 変位の理論解を x で微分することにより容易に曲げモーメント図およびせん断力図を算出することができた。

3) 両端固定の1スパンの水中トンネルにおいては, 波の入射角 $\theta=0^\circ$ のとき, 波の周期が海中トンネルの固有振動周期に近似することにより共振が生じるが, 波の入射角 $\theta\neq 0^\circ$ でかつ波の波長がトンネル延長より短くなる時, 海中トンネルに同時に相反する方向に波力が作用するため, 変位が相殺され, 高次の振動モードが混入したような振動変位を呈する。また, $\theta\neq 0^\circ$ の場合, 波の周期が海中トンネルの固有振動周期に一致しても共振現象が生じないことが明らかとなった。

今後の課題として, 本理論解の妥当性を実験により検証すること, あるいは本理論解を係留された海中トンネルへ応用することなどが考えられる。

最後に, 本研究を行うに際し, 金沢大学大学院生の桐畑修一君および当時学生の志茂大輔君(現兵庫県)の協力を得た。ここに記して感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 石田 啓 (1986): 微小振幅波による小口径柱体の振動に関する理論解, 土木学会論文集, 第369号/II-5, pp. 161-170.
- 石田 啓・加島 卓・上野 彰 (1987): ストークス波による海洋プラットフォームの振動に関する理論解とその応用, 土木学会論文集, 第381号/II-7, pp. 121-130.
- 石田 啓・小村辰彦 (1991): 不規則波に対する海洋プラットフォームの共振制御, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 721-725.
- 芳村 仁・高橋喜一・三上 隆 (1992): 水中トンネルの現状と課題, 海洋開発論文集, Vol.8, pp. 475-480.
- Dahle L. A., K. Reed and J. V. Aarsnes (1990): Model tests with submerged floating tube bridges, STRAIT CROSSING, pp. 435-442.
- Loken A. E., H. Carlsen, R. A. Oftedal and F. Kamsvag (1990): Comparison between hydrodynamic numerical methods and results from model tests for submerged floating tube bridges, STRAIT CROSSING, pp. 427-434.