

海底の地盤条件を考慮した地震時流体力の解析法

森 田 知 志*

1. ま え が き

海洋構造物の大規模化や設置海域の大水深化を背景に、構造物に作用する地震時流体力の精密な評価手法として速度ポテンシャルを仮定した Green 関数法による解析法が注目されている(清川ら, 1990; 中村ら, 1992; 山崎ら, 1993 など)。この解析法は構造物まわりの流体場において水中疎密波に対する波動境界値問題を設定し、境界積分法によって解を求める方法であり、構造物の形状を比較的自在に設定できることや、大水深海域で顕著となる海水の圧縮性の影響を考慮できることなどの特長がある。そして海底面において鉛直方向への流速をゼロとする境界条件が採用されていることから水面との間で疎密波の共振が生じ、周波数によって大きく変動する流体力特性を引き起こすことになる。しかしながら、海底の地盤には岩盤が露出した剛なものから砂やシルトのような軟弱なものまで様々な状況があり、上記したような境界条件、すなわち海底面における疎密波の完全反射条件を一律に採用することに対しては大きな疑問が残る。事実、貯水ダムの動水圧に関して畑野(1966)や Nakagawaら(1974)は実物による加振実験結果の参照や室内実験、理論解析を行い、湖底に砂が堆積している場合には疎密波の共振現象は現われないことなどを報告している。

本研究は海洋構造物に適用可能な地震時流体力の解析法を疎密波の海底面での部分反射条件を考慮した上で開発すると共に、大水深海域に設置された大型浮体構造物などについて数値計算を行い動水圧の特性などの検討を行うものである。

2. 解析方法

(1) 基礎方程式と境界条件

図-1に示すように、水深 h が一定の海域に設置された任意断面形状の剛な構造物を考える。海水は非粘性であるが圧縮性を有し、密度 ρ_0 および水中疎密波の伝播速度 c_0 は一様である、そして運動は非回転であるものと仮定した上で速度ポテンシャル ϕ を導入する。海底や構造

物は角振動数 $\omega=2\pi f$ (f : 周波数) で調和振動をするとき、 ϕ を式 (1) のように表わす。

$$\begin{aligned} \phi(x, z, t) &= \phi(x, z) e^{-i\omega t} \\ &= \{\phi_I(z) + \phi_D(x, z) + \phi_R(x, z)\} e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ϕ_I : 海底面の上下振動による入射波ポテンシャル、 ϕ_D : 回折波ポテンシャル、 ϕ_R : 構造物の剛体振動による発散波ポテンシャル、 i : 虚数単位。なお本研究では地震に伴う海底面の運動を上下または水平方向への一様な振動としている。

速度ポテンシャルの空間変動項 ϕ は、以下の境界値問題の解として与えられる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k_0^2 \phi = 0 \quad (\text{in fluid}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\phi = 0 \quad (\text{on water surface}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{i\omega}{\beta c_0} \phi = 0 \quad (\text{on bottom}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \phi_D}{\partial n} = g_D = -\frac{\partial \phi_I}{\partial n} \quad (\text{on body}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_R}{\partial n} = g_R &= \frac{\partial X_1(x_s, z_s)}{\partial t} n_x + \frac{\partial X_2(x_s, z_s)}{\partial t} n_z \\ &+ \frac{\partial X_3(x_s, z_s)}{\partial t} (x_s n_x - z_s n_z) \quad (\text{on body}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $k_0 = \omega/c_0$, $\beta = \rho_s c_s / \rho_0 c_0$, ρ_s, c_s : 海底材料の密度および疎密波伝播速度、 $n = (n_x, n_z)$: 構造物表面 (x_s, z_s) に立てた外向き単位法線ベクトル、 X_1, X_2, X_3 : 構造物の

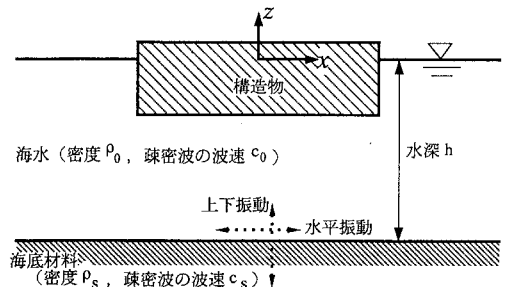


図-1 解析モデルおよび座標系

* 正会員 工修 (株)熊谷組 技術研究所

サージ、ヒーブ、ピッチ運動変位、である。

式(4)に示した境界条件は畑野(1966)による条件と同じものであり、海水中と海底材料中における進行波と反射波の、海底面での接続条件を考慮して誘導される。左辺第2項中の β は海水と海底材料の音響インピーダンスの比率であり、水中疎密波の海底面での反射、透過の程度を表わす。また式(3)は水中での動圧力が静水面で大気圧に接続する条件式である。なお、この式の妥当性は後で計算結果を用いて示すこととする。

(2) 速度ポテンシャルの算定式

入射波ポテンシャル ϕ_I は、式(2)–(4)から式(7)のように導くことができる。

$$\phi_I(z) = \frac{ia g}{\omega k_0} \frac{\beta \sin k_0 z}{\beta \cos k_0 h - i \sin k_0 h} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 g ：重力加速度。なお、式(7)は地震によって発生したP波(縦波)が、海底面に対して鉛直下方から入射する場合を想定している。そしてその振動振幅は、海水層が存在しない海底面(露出地盤)上で加速度振幅 ag の観測値となる地震動のそれに相当するものとしている。このような取扱いにより、観測例の多い地表での振動条件を基準とした検討が容易となる。

一方、 ϕ_D と ϕ_R は式(2)の基礎方程式を式(3)–(6)の境界条件の下で満足する関数として得られる。そしてこれらは境界積分法の中のわきだし分布法(たとえば、榎木：1991)によるならば、後述するGreen関数 G を用いて式(8)により算定できる。

$$\begin{pmatrix} \phi_D(x, z) \\ \phi_R(x, z) \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^N \begin{pmatrix} f_D(\xi_j, \zeta_j) \\ f_R(\xi_j, \zeta_j) \end{pmatrix} P_j(x, z) \dots\dots\dots (8)$$

ここに f_D, f_R は構造物表面上 (ξ, ζ) に分布されるべきわきだし強度関数であり、これらの決定方程式は式(9)のとおりである。

$$\sum_{j=1}^N \begin{pmatrix} f_D(\xi_j, \zeta_j) \\ f_R(\xi_j, \zeta_j) \end{pmatrix} Q_{ij} = \begin{pmatrix} g_D(x_i, z_i) \\ g_R(x_i, z_i) \end{pmatrix} \quad (i=1-N) \dots\dots\dots (9)$$

なお、上式中の和記号 Σ は構造物表面にわたる積分を、数値計算が容易となるように、 N 個の線素分 dS で構造物表面を近似した数値積分として表現したものである。また P_j, Q_{ij} は以下のような積分関数を表わす。

$$P_j(x, z) = \int_{dS_j} G(x, z; \xi, \zeta) dS(\xi, \zeta) \dots\dots\dots (10)$$

$$Q_{ij} = \int_{dS_j} \frac{\partial G(x_i, z_i, \xi, \zeta)}{\partial n} dS(\xi, \zeta) \dots\dots\dots (11)$$

式(8)によって決定される ϕ により、構造物に作用する動水圧の複素振幅は次式を介して算定される。

$$P(x_s, z_s) = i \rho_0 \omega \phi(x_s, z_s) \dots\dots\dots (12)$$

(3) Green関数の誘導

ここでのGreen関数は、式(2)–(4)に類似した下記の基礎方程式と境界条件を満足する関数である。

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + k_0^2 G = \delta(x-\xi)\delta(z-\zeta) \dots\dots\dots (13)$$

$$G=0 \quad (z=0) \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} + iqG=0 \quad (z=-h) \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 δ ：Diracのデルタ関数、 $q = \omega/\beta c_0$ 。

本研究では上記の式からGreen関数を求めるに際しては、各々の式をフーリエ変換して解いた後、得られた解を逆フーリエ変換して最終的な解を得るという手法を用いた。式の詳細な展開は省略するが、この手法によるとGreen関数の逆フーリエ変換公式による表示式が次のように求められる。

$$\begin{aligned} G(x, z; \xi, \zeta) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k^2 + k_0^2}} \frac{k \cosh k(z_c + h) - iq \sinh k(z_c + h)}{k \cosh kh - iq \sinh kh} \\ &\quad \times \sinh kz_c \exp(i\sqrt{k^2 + k_0^2}(x-\xi)) dk \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここに、 $z_s = \max(z, \zeta)$ 、 $z_c = \min(z, \zeta)$ 。

さらに式(16)中の積分は被積分関数の複素平面上での特異点を見い出した後、留数定理により展開される。ここでの特異点は被積分関数の分母がゼロとなる場合、すなわち複素数 $k = k_m (m=1, 2, 3, \dots)$ が式(17)を満足する場合である。

$$k_m \cosh k_m h - iq \sinh k_m h = 0 \quad (m=1-\infty) \dots\dots\dots (17)$$

式(16)に対して留数定理を適用した後、無限遠方における解の有界性を考慮して多少の演算をおこなえば、最終的に級数型のGreen関数が次式のように誘導できる。

$$\begin{aligned} G(x, z; \xi, \zeta) &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{i}{u_m} \frac{k_m^2 + q^2}{(k_m^2 + q^2)h + iq} \\ &\quad \cdot \sinh k_m z \sinh k_m \zeta e^{i u_m (x-\xi)} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここに、

$$u_m^2 = k_m^2 + k_0^2$$

式(18)で表示されたGreen関数は、海底面において水中疎密波が全反射する場合すなわち β が無限大のときには、清川ら(1990)の示したGreen関数に一致するものであり、海底面での部分反射条件が考慮可能な、より一般的なものと言えよう。

(4) 固有値の出現特性

式(17)の固有値の決定方程式は複素未知数 k_m に関する超越方程式であり、表面重力波に対する分散関係式の場合と同様、ニュートン法により数値的に解くことができる。算定結果の一例として、 $u_m h (m=1-5)$ の複素平面上での分布状況を図-2, 3に示す。これらは、無次元角振動数 $\omega^* (=4fh/c_0)$ が0.68および2.16の条件下において、パラメータとして β を1, 5, ∞ の場合について示す。

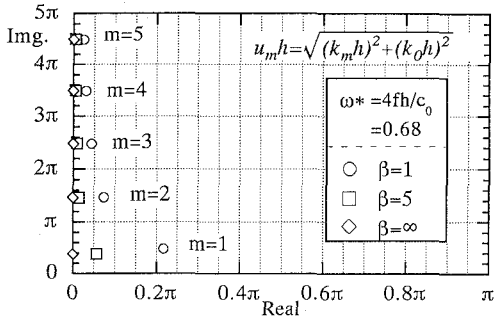


図-2 $u_m h$ ($m=1\sim 5$) の出現状況 ($\omega^*=0.68$)

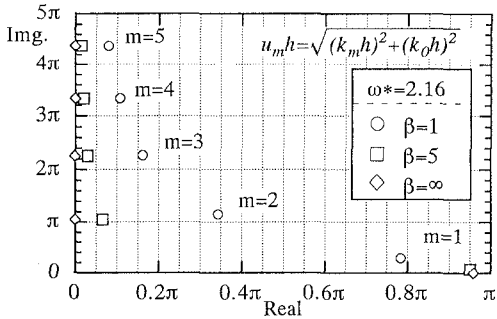


図-3 $u_m h$ ($m=1\sim 5$) の出現状況 ($\omega^*=2.16$)

畑野 (1966) によれば、 $\beta=1$ は海底に砂が堆積した状態で疎密波の反射率がゼロ、 $\beta=5$ は岩盤が露出している状態で反射率は 67%，そして $\beta=\infty$ は全反射の状態に相当する。また ω^* は海底面が全反射の条件下において疎密波の共振現象の程度を表わす量であり、 ω^* が 1.0 以上となる条件下で進行性疎密波が出現する。

まず $\beta=\infty$ の場合についてみると図-2 ではすべての m について虚数成分であった固有値が、 $\omega^*>1.0$ の図-3 においては $m=1$ のものが実数として出現し、上述したように遠方においても減衰しない進行波が出現することがわかる。これに対し $\beta=1, 5$ の場合には ω^* や m に拘わらずすべての固有値は複素数となり、この場合には出現する進行波には常に減衰が伴うことからもはや長大距離にわたって伝播する波は現われぬ。このことから、水中疎密波の評価法に海底面での部分反射条件を取り入れることの必要性が理解されよう。

(5) Green 関数の計算

式 (18) に示した Green 関数は、 $(x, z)=(\xi, \zeta)$ の条件下で無限大へと発散することから、式 (10) や (11) の積分計算を精度よく行うには工夫が必要である。本研究では中村ら (1982) が示した表面重力波に関する Green 関数の積分計算手法を応用して P_s, Q_{ij} の計算を行った。これは充分大きな m に対する $k_m \approx i(2m-1)\pi/2h$ なる近

似式の成立を利用して式 (18) 中の無限級数処理するものである。無限級数とその積分計算は解析的に行われるので、精度のよい結果が得られる。ここでの詳細な説明は省略するが、算定法の考え方については中村ら (1982) や榎木 (1991) を参照されたい。

3. 鉛直壁に作用する地震時流体力

ここでは貯水ダムに類似した鉛直壁型構造物を対象に解析を行い、本解析法の妥当性について検証する。

地震によって鉛直壁が水平方向に振幅 ag の加速度で調和振動をするとき、壁表面に発生する動水圧により壁全体には加速度に比例する慣性力と速度に比例する減衰力が作用する。この場合の減衰力は表面重力波に関する造波減衰と水中疎密波の発生に関する放射減衰とが考えられるが、本解析法では水表面での境界条件として式 (3) を用いていることから造波減衰力は考慮できない。そこで造波装置の理論を参照してこの場合の造波減衰力 F_D と慣性力 F_I の大きさについて調べた結果を図-4 に示す。図中には各々の力の大きさと合力に占める F_D の比率が示してある。これによると振動の周波数が増加するにつれて F_D は相対的に小さくなり、 ω^* が 0.1 以上の領域でほぼゼロとみなせることなどがわかる。以上より水の圧縮性の影響が顕著となる高周波数・大水深条件を扱う時には、式 (3) の適用が可能と考えられる。

次に図-5, 6 は作用水平力に占める放射減衰力の比率および動水圧の鉛直分布を示すもので、図中のマーカーが本解析法による算定結果、ラインが Nakagawa ら

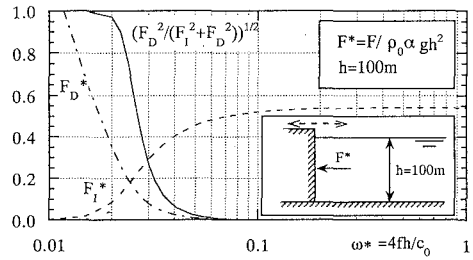


図-4 鉛直壁に作用する慣性力と造波減衰力の特徴

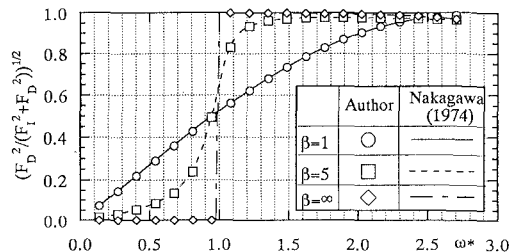
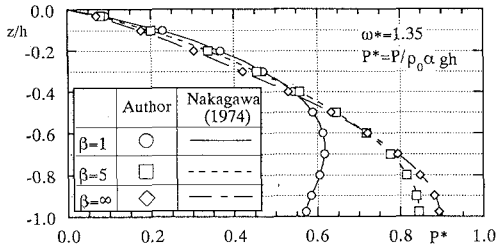
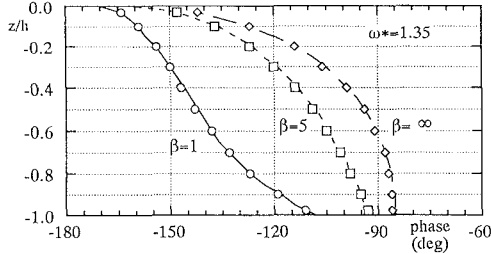


図-5 鉛直壁に作用する全水平力と放射減衰力の比率 ($\beta=1, 5, \infty$)



(a) 振幅の鉛直分布



(b) 位相の鉛直分布

図-6 鉛直壁に作用する動水圧の振幅と位相

(1974)の理論解による結果である。減衰力水平力比の周波数による変動特性、動水圧の鉛直分布特性とも β 値によって特性に顕著な差異が生じているが、本解析法の結果と理論解との対応は良好であり、本解析法の妥当性が検証されたものと考えられる。

4. 大型浮体構造物に作用する地震時流体力

幅 $2B$ の矩形浮体が設置された海域に、地震による P 波が鉛直下方から襲来し、海底面に一樣な上下振動が生じた場合を想定する。なお具体的な構造条件としては、浮体の幅 $2B=1000$ m, 喫水 $d=5$ m, 水深 $h=50-300$ m, 地震波の周波数 $f=0.5-10$ Hz としている。

最初に浮体全体に作用する鉛直力 F_z の周波数特性に関する検討を行った。この場合の計算結果を示すのが図-7, 8, 9であり、これらは3種類の β 値をパラメータにとり水深条件が各々50, 100, 300 m の場合を示す。まず水中疎密波が海底面で全反射となる $\beta=\infty$ の場合をみると周波数が増加していくにつれて F_z の極大点が断続的に表われているのがわかる。そして β が5へと減少するにつれ応答値としては小さくなるものの、極大化の現象は残ったままである。これについては共振現象の発生がうかがえるが、各図中で特に $f=0.8$ Hz 前後で現われているものは水深条件に拘わらずほぼ一定の周波数で発生していることなど、水深方向への共振だけによるものとは考えにくい。そこで水深方向に加え水平方向への共振現象を考察するために式 (19) に示す共振周波数 f_r

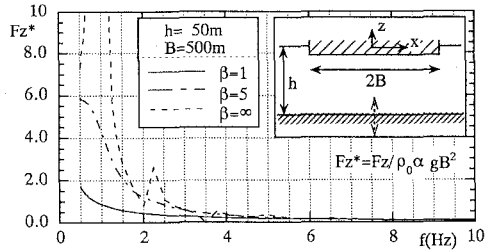


図-7 浮体に作用する鉛直力 ($h=50$ m)

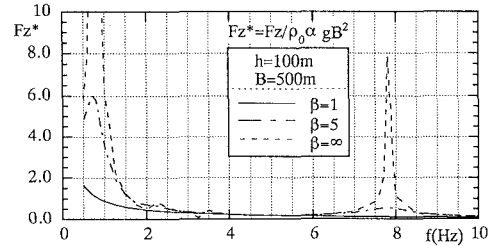


図-8 浮体に作用する鉛直力 ($h=100$ m)

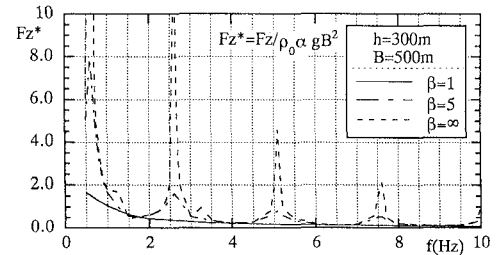


図-9 浮体に作用する鉛直力 ($h=300$ m)

の概略式を導入してみた。

$$f_r = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{l}{2B}\right)^2 + \left(\frac{n}{h-d}\right)^2} \quad (l, n=0, 1, 2, \dots) \dots (19)$$

これは浮体直下の長方形水域を閉鎖性と考え、域内の固有振動周波数を求めたものである。これを上記の場合に適用してみると $f=0.8$ Hz 前後での共振点は $l=1, n=0$ の場合に相当し、浮体幅方向への1次共振点となっていることが判明した。このことは大型の海洋構造物まわりでは疎密波の共振が水深方向のみならず水平方向へも発生し、しかも影響度の大きい1次共振点の発生周波数は構造物の規模によって決定されるということであり、耐震性の検討に際しては充分な注意を払うべき事項と言えよう。

図-10は各水深条件での1次共振周波数において浮体の底盤に作用する動水圧の分布を示したものである。共振点下での動水圧は浮体の中央において最大となるこ

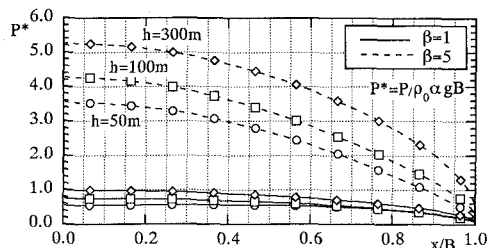


図-10 浮体の底盤に作用する動水圧 (1次共振点)

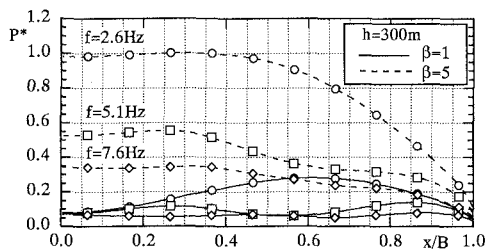


図-11 浮体の底盤に作用する動水圧 (高次共振点)

とや、海底地盤の状況を表わす β 値によって応答値は大きく変化することなどがわかる。また図-11は $h=300$ mにおける高次共振点下で発生する動水圧の分布を示したものである。全体的な応答値は1次共振点の場合に比べて格段に小さくなっており、設計動水圧への影響度は比較的小さいことなどがわかる。

5. 結 語

(1) 海底面での水中疎密波の部分反射を考慮すると固有値が複素数となり、これにより疎密波の伝播には減

衰が常に伴う。

(2) 今回提案した疎密波の海底面での部分反射条件を考慮した Green 関数法による解析法は、既存の結果との対応が良好であり、その妥当性が明らかとなった。

(3) 海域の地盤条件の差異による水中疎密波反射率の変化は、地震時動水圧の特性に大きな影響を与える。

(4) 大型海洋構造物まわりの動水圧特性は、水深方向のみならず構造物の寸法による水平方向への疎密波共振の影響を大きく受けて変動する。

本研究を実施するにあたり、愛媛大学工学部の中村孝幸助教授には解析理論の展開に関して貴重な助言を賜った。また(株)熊谷組の山崎晶氏には研究開始のきっかけとなった多くのヒントをいただいた。ここに記して謝意を表したい。

参 考 文 献

清川哲志・稲田 裕 (1990): 圧縮性流体中の任意断面没水構造物に作用する地震時動水圧の解析, 第37回海講論文集, pp. 639-643.

榎木亨編 (1991): 波と漂砂と構造物, 技報堂出版, pp. 51-113.

中村孝明・田中良弘・元良勇太郎 (1992): 3次元任意構造物の地震時応答解析, 第39回海講論文集, pp. 701-705.

中村孝幸・高橋和男・中山和典 (1982): わき出し分布法を用いた2次元物体まわりの波変形と流体力の解析法, 第29回海講論文集, pp. 462-466.

畑野 正 (1966): 水の弾性による地震時動水圧の共振に関する吟味, 土木学会論文集, 第129号, pp. 1-5.

山崎 晶・森田知志・山下俊彦・水野雄三・黒崎和保 (1993): 海水の圧縮性を考慮した水中トンネルの地震応答解析, 第40回海講論文集, pp. 876-880.

Nakagawa, T. and T. Hatano (1974): Analytical Solution of Hydrodynamic Pressure with Reflective Condition at Reservoir Bottom during Earthquakes, Proc. JSCE, No. 229, pp. 119-125.