

液体貯蔵をもつ軟着底構造物の地震滑動応答

田中良弘*・柄 登志彦**・Ajai Sulekh***

1. はじめに

軟着底構造物とは、洋上の石炭火力発電所における石炭火力発電函体をはじめ揚炭棧橋・貯炭函体など、海洋空間の有効利用のため提案された着底方式の港湾・海洋構造物である。軟着底構造物の基本的な設計思想は、i) 波浪外力に対しては常に安定している、ii) ある規模以上の地震に対しては函体の滑動を許容して、函体及び搭載施設への免震効果を発揮させる、iii) 函体に働く浮力を積極的に活用することで地盤の接地圧を低減し、函体のバラスト空間を施設空間に利用する、などを特徴とするものである。地震滑動解析に関する従来の研究では、模型実験や地盤との相互作用を含めた解析手法が、藤井ら(1986)、上部・桧垣(1984)、土岐・三浦(1982)により提案されてきた。

しかし、軟着底構造物の内部を液体貯蔵施設として活用する場合、函体の外部流体による地震時動水圧が働くと同様に、内部流体のスロッピングによる動水圧が働き、滑動応答にどのように影響を与えるか明かにされていない。本論文では、まず函体を剛体の滑動モデルとし、これに速度ポテンシャルにより記述される内部流体の運動を連成境界値問題として境界積分法を適用して、逐次積分により時刻歴に滑動解析するモデルを提案する。更に、Housner(1957)により提案された地上水槽の簡易耐震計算式を剛体滑動モデルに適用したものと、提案の連成モデルとの比較により、簡易モデルの適用性を明らかにし、又、内部流体の運動と滑動応答の相互作用を明かにすることを、本研究の目的とする。

2. 理論解析

(1) 基礎方程式と境界条件

液体貯蔵として活用する軟着底構造物は、構造物の内部と外部に流体を有するため、地震時の動水圧を考える場合、本来であれば内部流体と外部流体の影響を考慮する必要がある。外部流体による動水圧は、地震動が調和

振動の場合、Westergaard(1933)により厳密解が求められている。その解は地震振動数が10 Hz未満であれば、入力振動数に関係なく構造物の絶対加速度に比例する。従って、外部流体による地震時動水圧を付加質量として評価し、内部流体による地震時動水圧と剛体の滑動応答を連成相互作用と考える。

図一に示すように内部流体を有する2次元剛体構造物が、地盤より水平の地震加速度を受ける場合を考える。流体は、非粘性の非圧縮性で、流体運動は非回転であると仮定し、流体運動を速度ポテンシャル $\Phi(x, z, t)$ により記述する。内部流体の運動は、式(1)の基礎方程式と式(2)と式(3)の境界条件を満足すべき、境界値問題の解として与えられる。

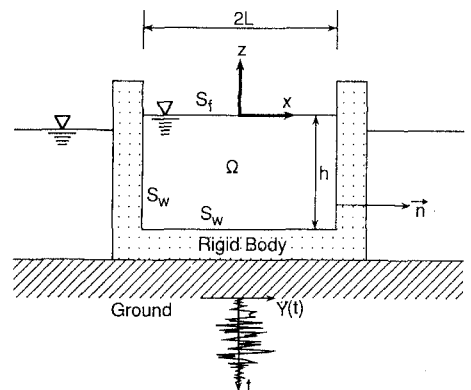
$$\nabla^2 \Phi(x, z, t) = 0 \quad \text{in } \Omega \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad \text{on } S_f \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = V_n \quad \text{on } S_w \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 ∇^2 は2次元ラプラシアン、 g は重力加速度、 V_n は構造物表面の法線方向の速度成分を示し、法線ベクトル \vec{n} は流体場から外向きにとる。

図二に示すように地盤と滑動する剛体の水平運動を定義すると、剛体の滑動時における水平方向の運動方程式が式(4)により与えられる。



図一 流体場の定義

* 正会員 Ph.D. 大成建設(株)土木設計第一部第二設計室 室長
 ** 正会員 M.S. 大成建設(株)土木設計第一部第二設計室 係長
 *** 正会員 修士 大成建設(株)土木設計第一部第二設計室

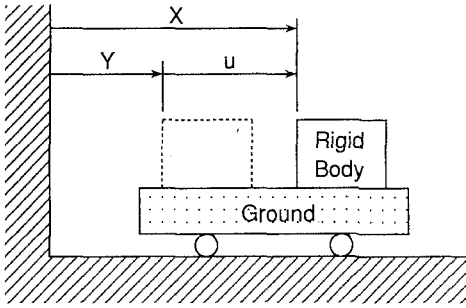


図-2 運動の定義

$$(M+m)(\ddot{Y} + \ddot{u}) = \text{sgn}(\dot{u})\mu_d W' - F \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 M は剛体と内部流体の質量、 m は外部流体による付加質量、 F は動水圧による水平方向の流体反力、 X は剛体の絶対変位、 Y は地盤の絶対変位、 u は剛体の地盤に対する相対変位、 μ_d は動摩擦係数、 W' は剛体の自重から浮力を引いた重量である。剛体の滑動開始時や滑動時に剛体と地盤との間に働く摩擦力は、クーロン摩擦と仮定すると、滑動開始時及び滑動停止時の判定条件は、式(5)と式(6)により与えられる。

$$\mu_s W' < |(M+m)\dot{Y} + F| \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\mu_d W' \geq |(M+m)(\dot{Y} + \dot{u}) + F| \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 μ_s は静摩擦係数を示す。

地盤加速度入力による剛体の滑動応答は、非常定応答するため式(1)～(3)を満たす速度ポテンシャルと連成境界値問題として時刻歴の応答解析をする必要がある。時間の関数である速度ポテンシャル $\Phi(t)$ に、Newmarkの積分法を適用すると、式(7)と式(8)により表わされる。

$$\Phi_{t+1} = \Phi_t + \Delta t \dot{\Phi} + \left(\frac{1}{2} - \beta_2\right) \Delta t^2 \ddot{\Phi}_t + \beta_2 \Delta t^2 \ddot{\Phi}_{t+1} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\dot{\Phi}_{t+1} = \dot{\Phi}_t + (1 - \beta_1) \Delta t \ddot{\Phi}_t + \beta_1 \Delta t \ddot{\Phi}_{t+1} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 β_1, β_2 は積分精度と安定性に関するパラメータで、 Δt はシミュレーションの時間間隔である。式(7)は時刻 $t+1$ における速度ポテンシャル Φ_{t+1} が、その前の時刻の速度ポテンシャルにより与えられることを示している。式(2)で与えられる自由表面の境界条件を、時刻 $t+1$ で考えると式(9)が得られる。このとき $\dot{\Phi}_{t+1}$ は、式(7)より求められ、結局、 Φ_{t+1} の法線方向微分が Φ_{t+1} の項により表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{t+1}}{\partial n} &= -\frac{1}{g} \dot{\Phi}_{t+1} \\ &= -\frac{1}{g\beta_2 \Delta t^2} \left\{ \Phi_{t+1} - \Phi_t - \Delta t \dot{\Phi}_t - \left(\frac{1}{2} - \beta_2\right) \Delta t^2 \ddot{\Phi}_t \right\} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

一方、式(3)により与えられる剛体表面での運動学的境界条件も同様に時刻 $t+1$ で考え、滑動の運動方程式(4)を満足するように求められなければならない。非滑動の時、剛体の絶対速度は地盤の絶対速度に等しくなるので、剛体の法線方向の速度成分は式(10)で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{t+1}}{\partial n} &= \dot{X}_{t+1} n_x = \dot{Y}_{t+1} n_x \\ &= [\dot{Y}_t + (1 - \beta_1) \Delta t \ddot{Y}_t + \beta_1 \Delta t \ddot{Y}_{t+1}] n_x \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここで、 n_x は \vec{n} と x 軸との方向余弦を示し、 \dot{Y}_{t+1} は地盤の絶対変位 $Y(t)$ に Newmark の積分法を適用することにより得られ、結局、式(10)の右辺は既知項となる。

滑動している場合には、式(4)の運動方程式を満足するように、運動学的な境界条件に取り込む必要がある。従って、剛体の絶対変位 $X(t)$ に Newmark の積分法を適用すると、式(11)が得られる。

$$\dot{X}_{t+1} = \frac{1}{\beta_1 \Delta t} \{ \dot{X}_{t+1} - \dot{X}_t - (1 - \beta_1) \Delta t \ddot{X}_t \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

これを、時刻 $t+1$ における運動方程式に代入して、 \dot{X}_{t+1} について解くと、式(12)、式(13)が得られる。

$$\dot{X}_{t+1} = \frac{\beta_1 \Delta t}{M+m} \{ \text{sgn}(\dot{u}_{t+1}) \mu_d W' - F_{t+1} \} + B_t \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$B_t = \dot{X}_t + (1 - \beta_1) \Delta t \ddot{X}_t \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 F_{t+1} は時刻 $t+1$ における水平方向の流体反力である。つまり、剛体の表面にわたって圧力積分をすることで求められる。

$$\begin{aligned} F_{t+1} &= -\rho \int_{sw} \dot{\Phi}_{t+1} n_x ds \\ &= -\rho \int_{sw} \left(\frac{\beta_1}{\beta_2 \Delta t} \Phi_{t+1} + A_t \right) n_x ds \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_t &= \dot{\Phi} + (1 - \beta_1) \Delta t \ddot{\Phi}_t - \frac{\beta_1}{\beta_2 \Delta t} \left\{ \Phi_t + \Delta t \dot{\Phi}_t \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{2} - \beta_2\right) \Delta t^2 \ddot{\Phi}_t \right\} \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここで、 $\dot{\Phi}_{t+1}$ についても Newmark の積分法を適用している。

式(14)の流体反力を式(12)に代入すると、剛体の絶対速度 \dot{X}_{t+1} は、速度ポテンシャル Φ_{t+1} により表わされる。

$$\frac{\partial \Phi_{t+1}}{\partial n} = \dot{X}_{t+1} n_x = \left(\frac{\beta_1 \Delta t}{M+m} D_{t+1} + B_t \right) n_x \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$D_{t+1} = \text{sgn}(\dot{u}_{t+1}) \mu_d W' - F_{t+1} \quad \dots\dots\dots (17)$$

式(16)、式(17)は、滑動時における剛体表面での運動学的境界条件を表わす。

(2) 積分方程式の誘導

グリーンの第2公式を適用すると、式(18)の積分方程式が得られる。

$$\alpha\Phi(Q) = \int_s \left\{ \frac{\partial\Phi(P)}{\partial n} G(P, Q) - \Phi(P) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} \right\} dS_p \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $2\pi\alpha$ は境界上の任意の点 Q の境界となす角度を示し、 $G(P, Q)$ はグリーン関数で、次式で与えられる。

$$G(P, Q) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(9)、式(10)、式(16)で得られた境界条件を式(18)に代入することで、積分方程式が得られる。

剛体が滑動しない場合：

$$\begin{aligned} \alpha\Phi_{t+1} = & \int_{s_w} \{ \dot{Y}_t + (1 - \beta_1)\Delta t \ddot{Y}_t + \beta_1 \Delta t \ddot{Y}_{t+1} \} n_x G(P, Q) ds \\ & - \int_{s_f} \frac{1}{g\beta_2 \Delta t^2} (\Phi_{t+1} - C_t) G(P, Q) ds \\ & - \int_{s_w+s_f} \Phi_{t+1} \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} ds \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

剛体が滑動する場合：

$$\begin{aligned} \alpha\Phi_{t+1} = & \int_{s_w} \left(\frac{\beta_1 \Delta t}{M+m} D_{t+1} + B_t \right) n_x G(P, Q) ds \\ & - \int_{s_f} \frac{1}{g\beta_2 \Delta t} (\Phi_{t+1} - C_t) G(P, Q) ds \\ & - \int_{s_w+s_f} \Phi_{t+1} \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} ds \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$C_t = \Phi_t + \Delta t \dot{\Phi}_t + \left(\frac{1}{2} - \beta_2 \right) \Delta t^2 \ddot{\Phi}_t \quad \dots\dots\dots (22)$$

式(20)あるいは式(21)の積分方程式を離散化して、 Φ_{t+1} に関する連立方程式を各タイムステップごとに解くことにより、逐次、流体反力、剛体運動が得られる。

(3) 滑動の判定と収束計算

剛体が滑動しているかどうかの判定は、式(20)と式(21)の異なる積分方程式を用いるため重要である。非滑動の状態から滑動の判定を式(23)により、また滑動からの非滑動の状態の判定を式(24)により行なう。

$$\mu_s W' < |(M+m) \dot{Y}_{t+1} + F_{t+1}| \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\mu_s W' > |(M+m)(\dot{Y}_{t+1} + \ddot{u}_t) + F_{t+1}| \quad \dots\dots\dots (24)$$

また、式(21)の滑動時の積分方程式において、剛体の相対速度 \dot{u}_{t+1} が含まれていて、 Φ_{t+1} を求めるために未知数となる。そこで、本計算では Predictor-corrector method を用い、 \dot{u}_{t+1} の代りに \dot{u}_t を用いて predict を行ない、その後 correct する収束計算法を用いている。

3. 解析手法の妥当性の検討

(1) 非滑動時のスロッシング

本モデルの検証として、まず滑動しない場合の内部流体のスロッシング挙動が正しく評価できるか、Nakayama (1983) の計算結果と比較する。計算条件としては、2次元矩形貯槽(幅 $2L=1$ m, 水深 $h=0.5$ m)を加

速度振幅 20.3 Gal, 加振振動数 4.5 rad/s で強制加振した場合である。図-3に、 $x=L$ における水位変動の比較を示す。両者は良い一致を示し、なおかつ加振振動数と系の固有振動数が異なる場合に生ずる「うなり」を正しく表現している。

(2) 非スロッシング時の滑動応答

次の検証は、剛体の滑動応答が正しく計算されているかどうかについて、藤野ら(1978)の解析手法に基づいた剛体滑動モデルと比較することにより行う。計算条件は、内部流体の水深 $h=7.5$ m, 外部流体の水深 $H=15$ m, タンクの内幅 $2L=30$ m, 函体の外幅 $=45$ m, 函体の重量 $=930$ tf, $\mu_s = \mu_a = 0.5$, El Centro (NS)の入力地震最大加速度 $\dot{Y}_{max}=400$ Galである。剛体滑動モデルは、スロッシングによる流体変動反力が発生しない。本モデルをこれと等価にするために、流体反力を求める式(14)における流体密度 ρ に小さな値(1.0×10^{-10})を与えて比較計算する。図-4に入力地震加速度波形と滑動応答の比較を示す。両者の良好な一致から、本モデルの滑動判断と応答計算が正しいことがわかる。

4. 数値計算と考察

(1) Housner の簡易モデル

内部流体による動水圧を考慮する手法として、Housnerの簡易モデルが提案されている。これは、内部水の動水圧を衝撃力(Evanescient eigenmode)と振動力(Propagating eigenmode)に分け、動的簡易モデルを構

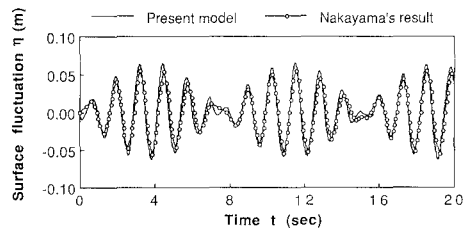


図-3 非滑動時のスロッシング水位変動の比較

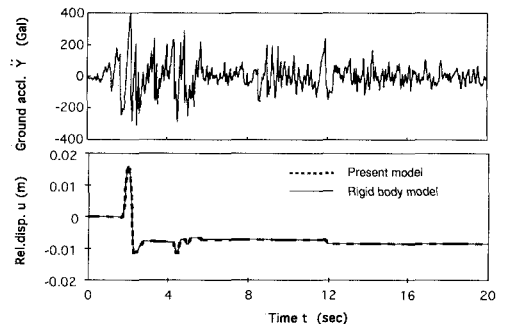


図-4 非スロッシング時の滑動応答の比較

築するものである。衝撃力に関する水の等価質量を M_0 、振動力に関する水の等価質量を M_1 とすると、 $h \leq 1.5L$ のとき、 M_0 と M_1 はそれぞれ次式で表わされる。

$$M_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \rho h^2 \tanh\left(\sqrt{3} \frac{L}{h}\right) \dots\dots\dots (25)$$

$$M_1 = 1.054 \rho L^2 \tanh\left(1.58 \frac{h}{L}\right) \dots\dots\dots (26)$$

衝撃力に関する M_0 については、剛体に直結され、振動力に関する M_1 については、次式で表わされるバネ定数 k のバネにより剛体と連結される。

$$k = 1.665 \frac{\rho}{g} L \left\{ \tanh\left(1.58 \frac{h}{L}\right) \right\}^2 \dots\dots\dots (27)$$

(2) 地震時の滑動応答

El Centro の地震波が入力したとき、液体貯蔵を持つ剛体の滑動応答を 3 つの異なる手法により比較計算することにより、内部流体の運動が滑動に与える影響を明らかにする。計算条件は、図-4 の比較計算と同じである。剛体滑動モデルは、内部流体の運動を無視した剛体みの滑動応答である。Housner の簡易モデルは、前述の通り衝撃力と振動力に等価な質量-バネの動的モデルを剛体に付加したものである。図-5 に 3 つの手法による滑動応答を示す。最大滑動は、地盤の加速度が最大 400 Gal (2 秒前後) のときに発生している。このとき、剛体滑動モデルが一番大きく滑動し、次に本モデルが滑動し、Housner のモデルが一番小さな滑動応答となっている。これは、明らかに内部流体の運動が滑動に影響しているためであると考えられる。Housner のモデルは、内部流体の影響を多少過大に評価していると考えられる。

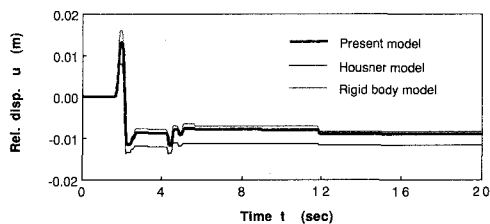


図-5 El Centro の地震波による滑動応答

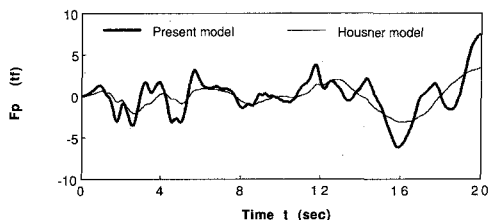


図-6 Propagating eigenmode による流体反力

(3) 振動力の評価

Housner の簡易モデルにおける振動力は、スロッシングの流体運動における Propagating eigenmode と考えることができる。つまり、振動する流体部分の等価質量 M_1 に、バネを付加したものでモデル化できる。この仮定を明らかにするため、Housner モデルの等価質量 M_1 の運動変位量にバネ定数 k を掛けて振動力を評価する。比較として、本モデルでは両サイドの壁付近の水位変動より、函体に働く Propagating eigenmode の流体力を計算する。両者の比較を図-6 に示す。これより、Propagating eigenmode の流体反力 F_p は両者良い一致を示し、スロッシングの一次固有周期に近い、ゆっくりとした変動を示すことがわかる。

(4) 流体反力の滑動への影響

内部流体の運動が、剛体の滑動に影響を与えているのは、図-5 からわかる。滑動による流体力への相互影響を調べるため、同じ El Centro の入力地震動に対して、静摩擦係数 $\mu_s = 1.0$ とした滑動しない場合の計算比較を行な

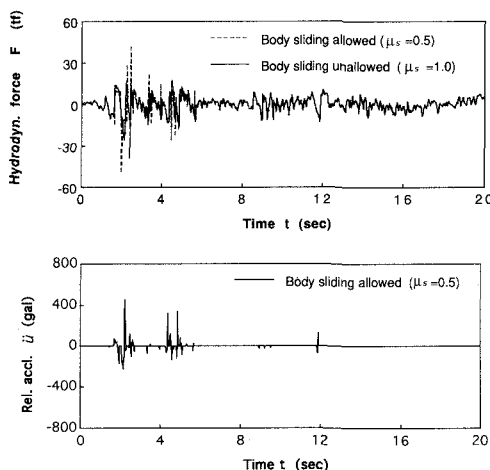


図-7 滑動と非滑動時の流体反力と相対加速度

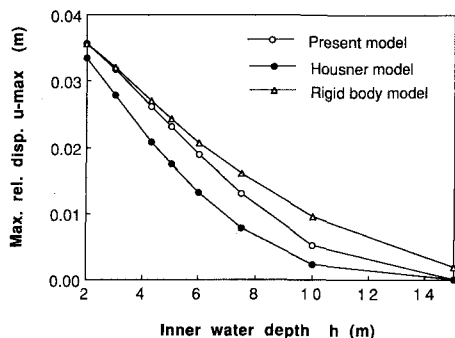


図-8 内部流体水深と最大滑動量

う。図-7に、滑動する場合 ($\mu_s=0.5$) と非滑動の場合 ($\mu_s=1.0$) の合計流体反力 F の時刻歴を上にし、下には、滑動する場合の剛体の地盤に対する相対加速度を示す。

これより、滑動しない場合は、流体反力は小さいが、滑動するとき大きな流体反力が発生していることがわかる。流体反力が大きいときは、相対加速度が大きい時刻と一致していて、滑動開始あるいは滑動から停止する時刻である。これより、流体反力と滑動挙動が相互に連成作用していることがわかる。

(5) 内部流体水深の滑動への影響

内部流体水深 h を変化させ、これまでと同じ計算条件で3つの手法による滑動応答計算を行なう。地盤の最大加速度のときに発生する滑動量を u_{max} と定義する。図-8に、それぞれの手法による u_{max} と内部流体水深との関係を示す。いずれの手法も、水深が大きくなると全体の質量が増加するので、滑動量が減少する。水深が浅い時は、流体運動の滑動への影響が小さいので、剛体滑動モデルでも十分の精度といえる。また水深が深い時は逆に流体運動が無視できず、Housner のモデルで近似できる。

5. 結 語

内部に液体貯蔵施設を有する軟着底構造物が地震時において滑動する際の、内部流体が滑動応答に与える影響を明らかにするために、境界積分法による連成解析モデ

ルの提案と、Housner の簡易モデルによる検討の結果、以下の結論を得た。

- 1) 内部流体の運動は、剛体の滑動応答に影響を与えるため、流体と剛体運動の連成効果を無視できない。
- 2) Housner の簡易モデルは、スロッシングの物理現象を良く表現しているが、内部流体水深が大きい場合を除いて、内部流体による滑動影響を十分に表現するには限界がある。

今後は、模型滑動実験による理論検証をすると共に、剛体構造物がロッキング運動する場合についても連成解析理論の開発を行う予定である。

参 考 文 献

- 上部達生, 桧垣典弘 (1984): 水中の剛構造物の地震時滑動と動水圧の実験的研究, 港湾技術研究所報告, 第23巻第3号。
- 土岐憲三, 三浦房紀 (1982): 地盤-構造物系の非線形地震応答解析, 土木学会論文報告集, 第317号, pp. 61-68。
- 藤井俊二, 岩野政浩, 谷沢房郎, 村松政重 (1986): 構造物の地震滑動に関する研究, 第7回日本地震工学シンポジウム, pp. 1075-1080。
- 藤野陽三, 佐々木有三, 伯野元彦 (1978): 地震動による物体のすべりについて, 地震研究所集報, Vol. 53, pp. 461-480。
- Housner, G. W. (1957): Dynamic pressures on accelerated fluid containers, Bulletin of the Seismological Society of America.
- Nakayama, T. (1983): Boundary element analysis of non-linear water wave problem, Int. J. for Numerical Methods in Engr., Vol. 19, No. 7, pp. 953-970。
- Westergaard, H. M. (1933): Water pressures on dams during earthquakes, Trans. ASCE 98, pp. 418-434。