

## 2成分ストークス波と構造物との非線形干渉解析法

吉田明徳\*・村上啓介\*\*・高比良智成\*\*\*

### 1. ま え が き

波と2次元構造物との非線形干渉の数値解析法は、大別すると、速度ポテンシャルを摂動展開して定常境界値問題として解析する方法と(例えば、経塚, 1980; 吉田ら, 1989, 1990; Massel, 1983; 喜岡ら, 1993), 水面の非線形境界条件を直接数値的に取り扱う非定常境界値問題として解析する方法(例えば、Faltinsen, 1978; 滝川ら, 1978; Ijimaら, 1979; 大山, 1985; Isaacsonら, 1991; 中村ら 1992)に大別される。このうち、定常問題の解析法はいずれも単一の周波数成分の波を対象とするもので、不規則波(多成分波)には適用できない。一方、非定常解析法では、入力波を多成分波とすれば解析は原理的には可能であるが、その適用性は必ずしも明かではない。

本研究は、構造物と不規則波との非線形干渉の簡便な解析法の開発を目的とし、その第一段階として、最も基本的な2成分ストークス波の場合について、2次のオーダーまでの解析を、グリーン公式と摂動法を併用した定常境界値問題として解析する方法を提示し、ついで、水槽実験をおこなって理論解の検証をおこなうとともに、単一成分波の場合と2成分波の場合の非線形干渉効果の相違を調べたものである。

### 2. 理論解析の概略

#### 2.1 基本仮定と水面境界条件

図-1に示すような、一定水深  $h$  の海域にある構造物に  $x$  軸の正の方向より、1次のオーダーの角周波数が  $\sigma_1$  と  $\sigma_2$  の2成分ストークス波が入射する場合を考える。流体運動は非圧縮で非粘性の完全流体による無渦運動と仮定すると、流体運動には速度ポテンシャル  $\Phi(x, z, t)$  が存在する。 $\rho$  を流体の密度、 $p(x, z, t)$  を流体圧力、 $g$  を重力加速度とすると、ベルヌイの式は次式で表せる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + gz + \frac{p}{\rho} = Q(t) \dots (1)$$

ただし、上式の右辺  $Q(t)$  は  $x, z$  に無関係なベルヌイの定数である。

速度ポテンシャル  $\Phi(x, z, t)$ 、水面波形  $\zeta(x, t)$ 、ベルヌイの定数  $Q(t)$  が、微小パラメーター  $\varepsilon (=k\zeta_0)$  で次式のように展開できるものと仮定する。

$$\Phi = \frac{g}{k\sigma} (\varepsilon \varphi^{(1)}(x, z, t) + \varepsilon^2 \varphi^{(2)}(x, z, t) + \dots) \dots \dots \dots (2)$$

$$\zeta = \frac{1}{k} (\varepsilon \zeta^{(1)}(x, t) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, t) + \dots) \dots \dots \dots (3)$$

$$Q = \frac{g}{k} (\varepsilon Q^{(1)}(t) + \varepsilon^2 Q^{(2)}(t) + \dots) \dots \dots \dots (4)$$

ただし、上式中の  $k, \sigma, \zeta_0$  は、それぞれ、波数、角周波数、波の振幅の次元を持つ量である。

自由表面における境界条件は、圧力  $p$  が一定の変動境界の条件  $Dp/Dt=0$  に、ベルヌイの式(1)を代入して得られ、2次のオーダーのポテンシャル  $\varphi^{(2)}(x, z, t)$  に関する水面境界条件は次式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial t^2} \\ &= -\frac{1}{k\sigma} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left( \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ & \quad - \frac{1}{kg\sigma} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right\} \\ & \quad + \frac{\sigma}{g} \frac{\partial Q^{(2)}(t)}{\partial t} \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

1次のオーダーの周波数成分が  $\sigma_1$  と  $\sigma_2$  の2成分から成る場合を考えているから、 $\varphi^{(1)}(x, z, t)$  は次式で表される。

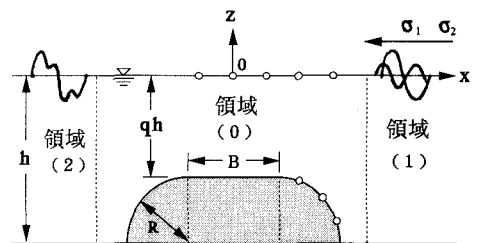


図-1 分割領域と模型の形状

\* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部建設都市工学科  
 \*\* 正会員 工修 九州大学助手 工学部建設都市工学科  
 \*\*\* 学生会員 九州大学大学院 修士課程

$$\varphi^{(1)}(x, z, t) = \text{Re}[\phi_1^{(1)}(x, z)e^{i\sigma_1 t} + \phi_2^{(1)}(x, z)e^{i\sigma_2 t}] \dots\dots\dots (6)$$

上式中、 $\phi_1^{(1)}(x, z), \phi_2^{(1)}(x, z)$  は、無次元の複素関数で、以後、これらをポテンシャル関数と呼ぶことにする。また、1 次のオーダーを意味する上付きの添え字 (1) は無くても自明であるから、以後明記する必要がある場合を除いて添え字 (1) は省略する。

式 (6) を式 (5) の右辺に代入し、周波数成分について整理すると  $\varphi^{(2)}(x, z, t)$  は次の形を取ることがわかる。

$$\varphi^{(2)}(x, z, t) = \text{Re}[\phi_0^{(2)}(x, z) + \phi_{11}^{(2)}(x, z)e^{i\sigma_{11}t} + \phi_{22}^{(2)}(x, z)e^{i\sigma_{22}t} + \phi_{12}^{(2)}(x, z)e^{i\sigma_{12}t} + \phi_{12}^{(2)*}(x, z)e^{i\bar{\sigma}_{12}t}] \dots\dots\dots (7)$$

$\phi_0^{(2)}(x, z), \phi_{11}^{(2)}(x, z), \dots$ 等は、2 次のオーダーのポテンシャル関数で、 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \bar{\sigma}_{12}$  は次式で定義される角周波数である。

$$\sigma_{11} = 2\sigma_1, \sigma_{22} = 2\sigma_2, \sigma_{12} = \sigma_1 + \sigma_2, \bar{\sigma}_{12} = \sigma_1 - \sigma_2$$

なお、定常成分  $\phi_0^{(2)}(x, z)$  は 2 次のオーダーまでの水面波形や圧力には寄与しないから、以後この定常項は無視して議論を進める。

式 (5), (6), (7) より、 $\phi_{11}^{(2)}, \phi_{22}^{(2)}, \phi_{12}^{(2)}, \phi_{12}^{(2)*}$  に関する水面境界条件が次式の様に分得られる。

$$\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi^{(2)} = \Omega(x) \dots\dots\dots (8)$$

上式で  $\sigma$  は 2 次のオーダーの各周波数成分、 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \bar{\sigma}_{12}$  を意味し、 $\phi^{(2)}$  は 2 次のオーダーのポテンシャル関数を意味する。 $\Omega(x)$  は各周波数成分に対応して次式で与えられる。

$$\Omega_{11}(x) = -\frac{i}{2k} \left[ \frac{\sigma_{11}}{\sigma} \left\{ \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right\} + \frac{\sigma_1}{\sigma} \phi_1 \left\{ \frac{\sigma_1^2}{g} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \right\} \right]_{z=0} \dots\dots\dots (9)$$

$$\Omega_{22}(x) = -\frac{i}{2k} \left[ \frac{\sigma_{22}}{\sigma} \left\{ \left( \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right)^2 \right\} + \frac{\sigma_2}{\sigma} \phi_2 \left\{ \frac{\sigma_2^2}{g} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} \right\} \right]_{z=0} \dots\dots\dots (10)$$

$$\Omega_{12}(x) = -\frac{i}{2k} \left[ 2 \frac{\sigma_{12}}{\sigma} \left\{ \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right\} + \frac{\sigma_1}{\sigma} \phi_1 \left\{ \frac{\sigma_2^2}{g} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} \right\} + \frac{\sigma_2}{\sigma} \phi_2 \left\{ \frac{\sigma_1^2}{g} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \right\} \right]_{z=0} \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_{12}(x) = & -\frac{i}{2k} \left[ 2 \frac{\bar{\sigma}_{12}}{\sigma} \left\{ \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right\} \right. \\ & + \frac{\sigma_1}{\sigma} \phi_1 \left\{ \frac{\sigma_2^2}{g} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} \right\} \\ & \left. - \frac{\sigma_2}{\sigma} \phi_2 \left\{ \frac{\sigma_1^2}{g} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \right\} \right]_{z=0} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

上式中の  $\bar{\phi}_2, \bar{\partial \phi_1 / \partial z}, \dots$  は  $\phi_2, \partial \phi_1 / \partial z, \dots$  の共役複素数を意味する。

2.2 開領域 (1) と (2) のポテンシャル

領域 (1) および領域 (2) における、1 次のオーダーのポテンシャル関数は、係数  $a$  を入射波の振幅と位相を表す複素係数、同じく係数  $A$  を反射波、係数  $B$  を通過波を表す複素係数とすると次式のように表せる。

$$\phi(x, z) = \{ a e^{ikx} + A e^{-ikx} \} Z(k, z) \dots\dots\dots (13)$$

$$\phi(x, z) = \{ B e^{ikx} \} Z(k, z) \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 $k$  は、角周波数  $\sigma$  に対し、次の分散方程式で決まる入射波の波数である。

$$\sigma^2 / g = k \tanh kh$$

また、 $Z(k, z)$  は次式を意味する。

$$Z(k, z) = \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

角周波数  $\sigma_1, \sigma_2$  に対応して式 (13), (14) で与えられる 1 次のオーダーのポテンシャル関数を、式 (9), (10), (11), (12) に代入すると、領域 (1) と (2) では水面境界条件式が具体的な形で得られる。例として、 $\phi_{12}^{(2)}$  の場合について示すと次式の様である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{12}^{(2)}}{\partial z} - \frac{\sigma_{12}^2}{g} \phi_{12}^{(2)} & \\ \left\{ \begin{aligned} & = -i\beta_5 \{ a_1 a_2 e^{i(k_1+k_2)x} + A_1 A_2 e^{-i(k_1+k_2)x} \} \\ & \quad - i\beta_6 \{ a_1 A_2 e^{i(k_1-k_2)x} + a_2 A_1 e^{-i(k_1-k_2)x} \} \quad (\text{領域 (1)}) \\ & = -i\beta_5 B_1 B_2 e^{i(k_1+k_2)x} \quad (\text{領域 (2)}) \end{aligned} \right. & \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ただし、 $\beta_5, \beta_6$  は、1 次のオーダーの波数  $k_1, k_2$  と、角周波数  $\sigma_1, \sigma_2$  で与えられる定数である。

したがって、開領域の (1) と (2) においては、これらの水面境界条件と不透過水底条件を満足するラプラス方程式の一般解として、2 次のオーダーのポテンシャル関数を導くことができ、それらは次式のように表せる。(領域 (1) では)

$$\phi_{11}^{(2)} = A_{11}^{(2)} Z(k_{11}^{(2)}, z) e^{-ik_{11}^{(2)}x} + i b_{s1} a_1 A_1 + i a_{s1} \{ A_1^2 e^{ik_{11}x} + a_1^2 e^{-k_{11}x} \} Z(k_{11}, z) \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} \phi_{12}^{(2)} = & A_{12}^{(2)} Z(k_{12}^{(2)}, z) e^{-ik_{12}^{(2)}x} \\ & + c_{s1} \{ a_1 a_2 e^{ik_{12}x} + A_1 A_2 e^{-ik_{12}x} \} Z(k_{12}, z) \\ & + i d_{s1} \{ a_1 A_2 e^{-ik_{12}x} + A_1 a_2 e^{-ik_{12}x} \} Z(\bar{k}_{12}, z) \end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} \phi_{12*}^{(2)} = & A_{12*}^{(2)} Z(k_{12*}^{(2)}, z) e^{-ik_{12*}^{(2)}x} \\ & + id_{s2} \{ a_{12} \bar{a}_2 e^{ik_{12}x} + A_1 \bar{A}_2 e^{ik_{12}x} \} Z(\bar{k}_{12}, z) \\ & + ic_{s2} \{ a_{12} \bar{A}_2 e^{ik_{12}x} + A_1 \bar{a}_2 e^{-ik_{12}x} \} Z(k_{12}, z) \\ & \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

(領域 (2) では)

$$\begin{aligned} \phi_1^{(2)} = & B_{11}^{(2)} Z(k_{11}^{(2)}, z) e^{-ik_{11}^{(2)}x} \\ & + ia_{s1} B_{11}^{(2)} e^{ik_{11}x} Z(k_{11}, z) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_2^{(2)} = & B_{12}^{(2)} Z(k_{12}^{(2)}, z) e^{-ik_{12}^{(2)}x} \\ & + ic_{s1} B_1 B_2 e^{ik_{12}x} Z(k_{12}, z) \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\phi_{12*}^{(2)} = B_{12*}^{(2)} Z(k_{12*}^{(2)}, z) e^{-ik_{12*}^{(2)}x} \dots\dots\dots (21)$$

ただし、 $\phi_{22}^{(2)}$  は  $\phi_1^{(2)}$  と同じ形を取るから省略している。上式中、 $A_{11}^{(2)}, A_{12}^{(2)}, \dots$ 等は  $x$  の正方向、 $B_{11}^{(2)}, B_{12}^{(2)}, \dots$ 等は  $x$  の負方向に進む自由波の振幅と位相を表す複素係数である。 $k_{11}^{(2)}, k_{12}^{(2)}, k_{12*}^{(2)}, k_{12*}^{(2)}$  は、それぞれ、角周波数  $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \bar{\sigma}_{12}$  に対する分散方程式で決まる自由波の波数を意味し、 $k_{11}, k_{22}, k_{12}, \bar{k}_{12}$  は次式で定義される拘束波の波数を意味する。

$$k_{11} = 2k, \quad k_{22} = 2k_2, \quad k_{12} = k_1 + k_2, \quad \bar{k}_{12} = k_1 - k_2$$

また、定数  $a_{s1}, b_{s1}, \dots$  は 1 次オーダーの波数  $k_1, k_2$  と、角周波数  $\sigma_1, \sigma_2$  で決まる定数である。なお、式(18)と式(21)に関しては、 $\sigma_{12}$  が負の値を取る場合 ( $\sigma_1 < \sigma_2$ ) には、波数  $k_{12*}^{(2)}$  も負の値を取るものと規定すると、式(18)と式(21)は  $\bar{\sigma}_{12}$  の正負にかかわらず常に成り立つ。

2.3 領域 (0) の境界条件とグリーン公式を用いた数値解

グリーンの定理によれば図-1 に示すような閉領域 (0) における調和関数  $\phi(X)$  に関して次式が成り立つ。

$$\phi(X) = \frac{1}{\alpha} \int_D \left\{ \phi(X_b) \frac{\partial}{\partial \nu} G(r) - G(r) \frac{\partial}{\partial \nu} \phi(X_b) \right\} ds$$

ただし、 $G(r) = \log r + \log r^*$  で、 $r$  は領域内の任意点  $X = (x, z)$  と境界線上の点  $X_b = (x_b, z_b)$  との間の距離で、 $r^*$  は  $X$  と  $X_b^*$  (水深一定の海底面に対する  $X_b$  の鏡像点) 間の距離である。また  $\alpha$  は、 $X$  が境界線上にある場合は  $\alpha = \pi$  を取り、境界線を除いた領域内の点である場合は  $\alpha = 2\pi$  を取る定数で、領域 (0) に対する外向き法線を  $\nu$  とし、積分は境界 (水面、仮想境界面、構造物表面) に沿う反時計まわりの積分である (吉田ら, 1989)。

このグリーン公式を数値的に解く際の、仮想境界面における境界条件は、各周波数成分ごとにあらかじめ解析的に求めておいた、開領域のポテンシャルの一般解、式(16), (17), (18), (19), (20), (21)より与えられ、水面の境界条件は式(8), (9), (10), (11), (12)で与えられる。グリーン公式の数値解析の手順は、線形問題の場合と本質的に同じで、海岸工学委員会研究現況レビュー報告書第2編3章3.3.4に詳細に述べてある。

3. 実験による検証

図-1 に示す様な形状の潜堤構造物について、模型の近傍 (主に通過側) の水面波形を測定して解析解と比較した。実験水槽は幅 0.3 m, 深さ 0.5 m, 長さ 28 m で、一端に波吸収機能を備えた造波装置を有する 2 次元水路を用いた。水深  $h$  は 38.6 cm に取り、潜堤の模型は高さ 26.2 cm ( $q=0.3$ )、幅 73.4 cm ( $B/h=2.0$ ) の矩形潜堤の両端に半径 26.2 cm ( $R/h=0.7$ ) の塩ビパイプの四分円を取り付けた形のものを用い、造波板から 12 m の位置の水路底面に固定した。成分波 1 の周期を 1.43 秒 ( $k_1 h = 1.0$ ) に固定し、成分波 2 の周期を 1.07 秒 ( $k_2 h = 1.5$ )、0.898 秒 ( $k_2 h = 2.0$ )、0.794 秒 ( $k_2 h = 2.5$ ) の 3 通りについて実験をおこなった。ただし、成分波の波高はいずれの場合も波形勾配がほぼ同じとなるように、 $k_1 h = 1.0$ 、 $k_2 h = 1.5$ 、 $k_2 h = 2.0$ 、 $k_2 h = 2.5$  に対してそれぞれ、3.1 cm, 1.9 cm, 1.5 cm, 1.2 cm に設定した。水面波形は、容量式波高計 6 本を用いて 15 cm 間隔の計 36 測点で測定し、デジタルデータレコーダーに記録した (サンプリング間隔 50 Hz)。ついで、各測点の時間波形のフーリエ解析 (データ個数 2048) を行って、周波数成分  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \bar{\sigma}_{12}$  の波高を算定し、波高の空間分布を求めた。

数値計算においては、対象とする周波数にかかわらず、仮想境界面を模型の中心より水深の 6 倍離してとり、分割要素長を水深の 1/20 に固定して計算を行った。計算に用いる成分波 1 と成分波 2 の位相差は、模型を取り除いた状態で造波して、原点位置での水面変動を記録し、この波形のフーリエ解析をおこなって、スペクトル成分波間の位相差より求めた。

図-2 は、模型の中心 ( $x=0$ ) より後方 3.08 m ( $x/h = -8.0$ ) における、水面波形の振幅のフーリエスペクトルの例で、成分波 1 の 2 倍周波数成分  $\sigma_{11}$  に加えて、成分波 1 と成分波 2 の干渉による和の周波数成分  $\sigma_{12}$  が大きく励起していることがわかる。 $3\sigma_1$  や  $2\sigma_1 + \sigma_2$  等の、3 次

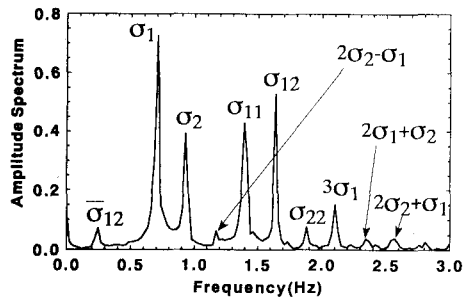


図-2 堤体後方 ( $x/h = -8.0$ ) における水面波形の振幅スペクトル、振幅は成分波 1 の入射波の振幅で無次元化されている ( $k_1 h = 1.0, k_2 h = 1.5$ )

オーダーの成分は2次のオーダーの $\sigma_{12}$ 成分に較べて著しく小さい。

図-3は、模型の中心( $x=0$ )より後方1.2m( $x/h=-3.26$ )における水面波形の時系列を理論解と比較したものである。比較に当たっては、実験値のフーリエスペクトルより、 $\sigma_1$ と $\sigma_2$ 成分の正弦波形をそれぞれ再合成して描き、それらが、理論解より得られる $\sigma_1$ と $\sigma_2$ 成分の正弦波形と、ほぼ合致するように実験値と理論値の時系列を同期させている。図-2のスペクトルの例にも現れているように、実験値には3次のオーダーの成分波( $\sigma_1$ と $\sigma_2$ の周波数成分にも含まれている)も励起しているため、細かい変動に関しては実験値との差異がみられ、また、理論値は2次のオーダーまでであるため、実験値で生じている一次のオーダーから高次のオーダーへのエネルギーの移行を表してはいないことから、振幅が大きめに現れているが、全体として理論値は実験値を良く再現していると言える。

図-4は模型近傍の波高の分布を示している。2次のオーダーまでの解析では、 $\sigma_1$ と $\sigma_2$ の周波数成分は1次のオーダーのみであるから、波高分布は堤体後方では一定値を取る。一方、 $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\bar{\sigma}_{12}$ の周波数成分は、異なる波速で進む自由波と拘束波を含むから、波高の空間分布は周期的に変動し、例えば、周波数成分が $\sigma_{12}$ の場合、自由波の波数 $k_1^{(2)}$ と拘束波の波数 $k_{12}$ より、通過側の変動の波長は $2\pi/(k_1^{(2)}-k_{12})$ で与えられる。

しかし、図-4の実験値は、理論値と異なって、 $\sigma_1$ と $\sigma_2$ 成分の空間分布も周期的に変動している。この原因としては、水路末端からの反射波の影響と、3次のオーダーの $\sigma_1$ と $\sigma_2$ 成分波の存在が考えられる。このため、さらに

実験をおこなって、単一周波数の波のみが入射する場合の波高の空間分布を測定した結果、成分波1( $k_1h=1.0$ )の変動は、同じ周波数の単一成分波の実験においてもほぼ同様に生じており、変動の波長が重複波の波長と一致することから、主たる原因は水路末端からの反射波の影響によるものと考えられる。一方、成分波2と同じ周波数の単一成分波による実験では、重複波の波長の変動が $k_2/h=1.5$ の場合にのみわずかに認められたが、図-4に見られるような、重複波よりも大きな波長の変動は生じておらず、 $\sigma_2$ 成分の変動は1次のオーダーに3次のオーダーの成分波が重なって生じているものである。

3次のオーダーまでの理論解析をおこなうと、3次のオーダーの $\sigma_2$ 成分波は、1次のオーダーの $\sigma_2$ 成分と定常成分および2次のオーダーの $\sigma_{22}$ 成分との干渉、また、1次のオーダーの $\sigma_1$ 成分と2次のオーダーの $\sigma_{12}$ および $\bar{\sigma}_{12}$ 成分との干渉によって生じることがわかる。図-4の実験結果の各周波数成分の波高の大きさより、このうち、 $\sigma_1$ 成分と、 $\sigma_{12}$ 成分との干渉が卓越しており、他の成分は小さいであろうことが推察される。この $\sigma_1$ 成分と $\sigma_{12}$ 成分との干渉によって生じる3次のオーダーの波には、1次で波数 $k_1$ の波と、2次で波数 $k_1+k_2$ の拘束波成分との干渉で生じる波数 $k_2$ の成分波、および波数 $k_1^{(2)}$ の自由波成分との干渉で生じる波数 $(k_1^{(2)}-k_1)$ の波が含まれる。た

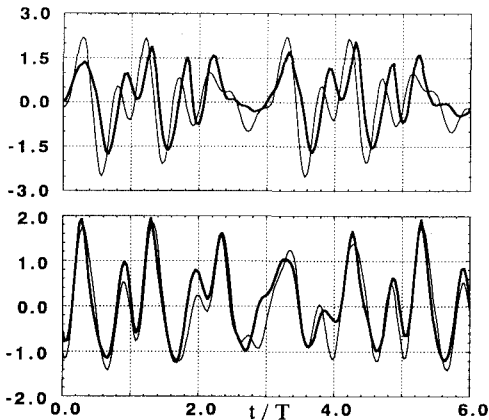


図-3 堤体後方( $x/h=-3.6$ )における水面波形,  $k_1h=1.0$ ,  $k_2h=1.5$  (上図),  $k_2h=2.5$  (下図),  $T$ は成分波1の周期, — 実験値, - - - 理論値, 波形は成分波1の振動で無次元化されている

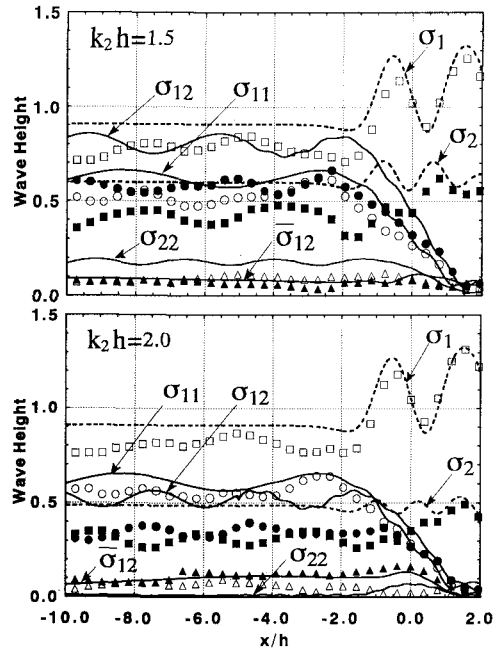


図-4 堤体近傍の波高分布, 波高は成分波1の入射波高で無次元化されている, □..... $\sigma_1$ , ■..... $\sigma_2$ , ○..... $\sigma_{11}$ , ●..... $\sigma_{12}$ , △..... $\sigma_{22}$ , ▲..... $\bar{\sigma}_{12}$ は実験値, 線で示すのは理論値

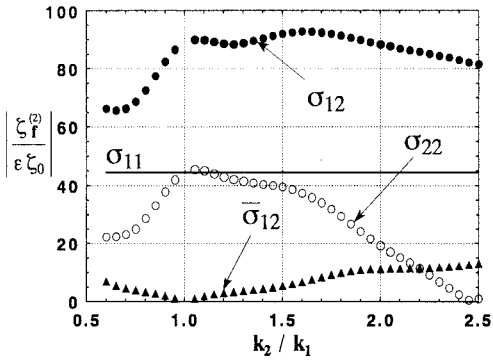


図-5 成分波2の波数  $k_2$  による堤体後方の自由波の振幅 (理論値) の変化,  $k_1 h = 1.0$

だし、波数  $k_2$  の波は波数  $(k_2^{(2)} - k_1)$  の波に較べて十分小さいことが図-4の実験値より推察されるから、波数  $(k_2^{(2)} - k_1)$  の波が1次のオーダーの  $\sigma_2$  成分波 (波数  $k_2$ ) と干渉した結果、実験値に見られる  $\sigma_2$  成分の変動が生じていると考えられる。この変動の波長は  $2\pi / (k_2^{(2)} - k_1)$  で与えられ、これは図-4の実験値から読み取った波長とほぼ一致する。なお、この波長は2次のオーダーの  $\sigma_{12}$  成分の変動の波長とも一致するから、図-3の実験値に見られるように、 $\sigma_2$  成分と  $\sigma_{12}$  成分波の波高分布が同じ波長で空間的に周期性を示すことになる。

$\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\bar{\sigma}_{12}$  成分の空間的な変動の様子については、理論値はほぼ実験値を表現し得ていると言えるが、理論値と実験値の一致の程度は、周波数成分によってかなりの程度異なっており、 $\sigma_{11}$ ,  $\bar{\sigma}_{12}$  成分に較べて、 $\sigma_{12}$  成分は理論値に対して実験値が小さく現れている。これは、成分波間の干渉によるエネルギーの移行の程度が干渉を生じる周波数成分によって異なることによる。

図-5は、成分波1の波数を固定し ( $k_1 h = 1.0$ )、成分波2の波数を変化させた場合の、自由波の振幅  $\zeta_f^{(2)}$  の理論解を示している。なお、図中の  $\sigma_{22}$  成分は、 $\sigma_2$  成分のみが入射する場合に励起される自由波の結果でもあるから、小島ら (1989) が没水水平板と2成分波との非線形干渉の実験において指摘しているように、単一成分の場合には、構造物との非線形干渉を生じないような短い波長の波であっても、比較的長い波長の波と重なることによって、活発に高次の波を誘発することを、図-5の結果は示している。

#### 4. あとがき

実験値と理論値の比較をおこなった結果、2次のオーダーまでについては、本解析法によって、構造物と2成

分ストークス波との非線形干渉を推定できることを確めた。ただし、より良い精度で現象を推定するには、3次のオーダーまでを考慮した解析を行うことが必要である (工学的には3次のオーダーまでで十分であろう)。本解析法では、開領域における2次のオーダーのポテンシャルの一般解をあらかじめ求めておく必要があるが、一般解の形は基本的には成分波自身の倍周波数成分、異なる成分波間の干渉による和の周波数成分と差の周波数成分の3個に限られるから、多成分波の場合には、干渉を生じる成分波の組み合わせが増えるだけで、理論式と数値計算アルゴリズムは、2成分波についてのものがほぼそのまま用い得る。この点は、あらかじめ求めておく一般解の数が増えるものの、3次のオーダーの解析においても同じである。グリーン公式の取扱いおよび数値計算の手順は、単一成分波の線形問題の場合と変わらない。

#### 参考文献

- 喜岡 渉・石田 啓 (1993): グリーン関数法による断面2次元構造物と波の弱非線形問題の解析, 土木学会論文集, No. 461/II-22, pp. 59-65.
- 経塚雄策 (1980): 二次元物体に働く非線形流体力について (第1報散乱問題), 日本造船学会論文集, 第148号, pp. 45-53.
- 小島治幸・井島武士 (1989): 没水水平板による波の分裂と波浪制御に関する研究, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 529-533.
- 大山 功 (1985): 境界要素法による非線形孤立波の反射および作用波力の解析, 第32回海講論文集, pp. 555-559.
- 滝川 清・田淵幹修 (1978): 有限要素法による波動解析について (第1報), 第25回海岸工学講演会論文集, pp. 28-32.
- 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会 (1993): 波・構造物・地盤の調査・設計手法, 調査・研究報告書, 550 p.
- 中村孝明・田中良弘 (1992): 非線形波動場における係留浮体の有限振幅運動, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 776-780.
- 吉田明徳・村上啓介・小島治幸・鶴本良博 (1989): グリーン公式による有限振幅波の定常境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 469-473.
- 吉田明徳・小島治幸・鶴本良博 (1990): ポテンシャル接続法 (選点解法) によるストークス波と構造物の非線形波動境界値問題解析法, 土木学会論文集, No. 434/II-16, pp. 57-66.
- Faltinsen, O. M. (1978): A Numerical Nonlinear Method of Sloshing in Tanks with Two-Dimensional Flow, J. of Ship Research, Vol. 22, No. 3, pp. 193-202.
- Ijima, T. and S. Nagata (1980): Numerical Analysis of Transient Finite Amplitude Waves by Boundary Integral and Perturbation Expansion, Coastal Engineering in Japan, Vol. 23, pp. 25-44.
- Isaacson, M. and K. F. Cheung (1991): Second-order wave diffraction around two-dimensional bodies by time-domain method, Applied Ocean Research, Vol. 13, No. 4, pp. 175-186.
- Massel, S. R. (1983): Harmonic generation by waves propagating over a submerged step, Coastal Engineering, Vol. 7, pp. 357-380.