

取れん水路を有する傾斜式護岸の越波量算定モデル

萩原 運弘*

1. はじめに

近年の環境問題の高まりの中で、本来の防波や消波機能に加えて、海水交換・海水交流を促進する水質保全機能を有する構造物の重要性が叫ばれている。傾斜式護岸は反射波や波力の低減が期待できるだけでなく、越波により得られた水位差を利用して発電や水質浄化が可能となる海岸構造物と考えられる。これまでも、特に岸から沖に向けてV字型に開口する取れん水路を有する傾斜式護岸は週上波の波高を增幅させ、より多くの越波量を獲得できる構造形状として注目され、主として実験的なアプローチにより越波特性が調べられてきた（宮江ら、1984；川村ら、1989；森田ら、1990；岡田ら、1993）。

一方、越波量の計算モデルが開発できれば容易に条件を変えて越波量を最大にする構造形状が決定でき、設計に対して有効な手段と成り得る。取れん水路の無い一樣斜面に対しては、Lax-Wendroff 差分法により Kobayashi ら (1989) が傾斜式護岸の計算モデルを、また山本ら (1991) が斜面上に設置された直立護岸の計算モデルを提案している。一方、萩原 (1993) は特性曲線法による傾斜式護岸の計算モデルを提案し、越波量と構造形状の関係について検討している。しかし、取れん水路を有する傾斜式護岸のような三次元構造物の越波量計算モデルについての研究は見あたらない。

本研究は、取れん水路を有する三次元構造形状の傾斜式護岸に対して非線形長波理論を特性曲線法に基づいて解析する二次元平面流れの越波量計算モデルを構築し、その越波量特性について検討しようとするものである。

2. 基礎方程式

図-1 に示されるような斜面傾斜角 θ 、天端高 h_c 、取れん水路入口幅 B_1 、出口幅 B を有する取れん斜面堤を対象とし、斜面方向に x' 軸、斜面の法線方向に y' 軸、斜面に直角上向きに z' 軸をとる。水底から水面まで積分した連続式および運動方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + \frac{\partial(u'h')}{\partial x'} + \frac{\partial(v'h')}{\partial y'} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(u'h')}{\partial t'} + \frac{\partial(u'^2 h')}{\partial x'} + \frac{\partial(u'v'h')}{\partial y'} \\ = -gh' \cos \theta \frac{\partial h'}{\partial x'} - \frac{1}{\rho} \tau_{bx} - gh' \sin \theta \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(v'h')}{\partial t'} + \frac{\partial(u'v'h')}{\partial x'} + \frac{\partial(v'^2 h')}{\partial y'} \\ = -gh' \cos \theta \frac{\partial h'}{\partial y'} - \frac{1}{\rho} \tau_{by} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 t' : 時間、 h' : 斜面上の水深、 u' , v' : 水深方向に平均した x' および y' 方向の流速、 θ : 斜面の傾斜角、 g : 重力加速度、 τ_{bx} , τ_{by} : 底面せん断応力の x' および y' 方向成分、 ρ : 流体密度である。底面せん断応力は底面摩擦係数を f' とすると、それぞれ次式で表される。

$$\begin{cases} \tau_{bx} = \rho f' |u'| u'/2 \\ \tau_{by} = \rho f' |v'| v'/2 \end{cases} \quad \dots \dots \dots (4)$$

いま、斜面下端の水深 h_0 で無次元化された次の無次元量を導入する。

$$\begin{cases} h = (\cos \theta) h' / h_0, t = (\sin \theta) t' \sqrt{g/h_0} \\ u = u' / \sqrt{g/h_0}, v = v' / \sqrt{g/h_0} \\ x = (\sin \theta) x' / h_0, y = (\sin \theta) y' / h_0 \end{cases} \quad \dots \dots \dots (5)$$

式(5)を用いること、式(1)～(3)の連続式および運動方程式は次のように無次元化される。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0 \quad \dots \dots \dots (6)$$

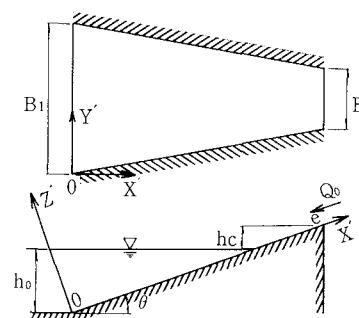


図-1 座標系

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2 h)}{\partial x} + \frac{\partial(uvh)}{\partial y} + h \frac{\partial h}{\partial x} + h + f|u|u = 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{\partial(vh)}{\partial t} + \frac{\partial(uvh)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2h)}{\partial y} + h\frac{\partial h}{\partial y} + f|u|v = 0 \dots\dots (8)$$

ここに, $f=f'/(2 \tan \theta)$ である.

3. 特性曲線法による表示

従来、特性曲線法による差分式の誘導にあたっては研究者によって様々な方法が議論されている (Lai, 1976; Matsoukis, 1992)。式(6)～(8)は次のように特性曲線表示される。すなわち、陪特性曲線式(9)、(10)の上で、特性方程式(11)が成立する。

$$\frac{dx}{dt} = u + c \cos \phi \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

$$\frac{1}{c} \frac{dh}{dt} + \cos \phi \frac{du}{dt} + \sin \phi \frac{dv}{dt} + CF_r + \cos \phi F_x + F_y = 0 \quad \dots \dots \dots (11)$$

وَجْهَهُ

$$F_r = \sin^2 \phi \frac{\partial u}{\partial x} - \sin \phi \cos \phi \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ + \cos^2 \phi \frac{\partial v}{\partial u} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

である。 ϕ は図-2に示されるように、反時計回りにとられる Parametric Angle である。

一方、流線は式(16)で表され、また連続式は式(17)のように書き換えられる。

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{dy}{dt} = v \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

$$\frac{dh}{dt} = -h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \dots \dots \dots \quad (17)$$

4. 差分スキーム

$t + \Delta t$ 時刻の点 P での未知量 u_p , v_p および h_p を得るために、図-2 に示される $\phi = 0, \pi/2, \pi$ および $3\pi/2$ での陪特性曲線に対して計算済みの t 時刻における内挿点①~④から点 P に至る定積分を実施すれば、特性方程式(11)は 2nd-order の差分スキームを用いて次のように表される

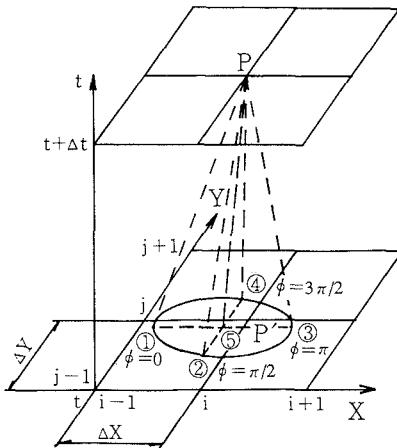


図-2 差分スキーム

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c_p} + \frac{1}{c_1} \right) (h_p - h_1) + (u_p - u_1) + \frac{1}{2} \left(c \frac{\partial v}{\partial y} \right)_p \\ & + \left(c \frac{\partial v}{\partial y} \right)_1 \} \Delta t + \left[1 + \frac{1}{2} \left((f_x)_p + (f_x)_1 \right) \right] \Delta t = 0 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c_p} + \frac{1}{c_2} (h_p - h_2) + (v_p - v_2) \right. \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \left(c \frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(c \frac{\partial u}{\partial x} \right)_2 \right\} \Delta t \\ & \left. + \frac{1}{2} \{ (f_y)_p + (f_y)_2 \} \Delta t = 0 \right. \quad \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c_p} + \frac{1}{c_3} (h_p - h_3) - (\mathcal{U}_p - \mathcal{U}_3) + \frac{1}{2} \left(c \frac{\partial v}{\partial y} \right)_p \right. \\ & \quad \left. + \left(c \frac{\partial v}{\partial y} \right)_3 \right) \Delta t - \left[1 + \frac{1}{2} \{ (f_x)_p + (f_x)_3 \} \right] \Delta t = 0 \end{aligned} \quad \dots \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c_p} + \frac{1}{c_4} \right) (h_p - h_4) - (v_p - v_4) \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \left(c \frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(c \frac{\partial u}{\partial x} \right)_4 \right\} \Delta t \\ & - \frac{1}{2} \{ (f_y)_p + (f_y)_4 \} \Delta t = 0 \quad \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

また点⑤を通る流線に対しては、連続式(17)は次のようになる。

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{c_p} + \frac{1}{c_5} \right) (h_p - h_5) + \frac{1}{2} \left\{ c_p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + c_5 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_5 \right\} \Delta t = 0 \quad \dots \dots \dots (22)$$

式(18)～(22)から $(\partial u / \partial x)_p$, $(\partial v / \partial y)_p$ を消去すれば、最線的には未知量 u_p , v_p , h_p に関する次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{c_p} + \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_4} - \frac{2}{c_5} \right) h_p \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{c_p} (h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - h_5) - (c_1 + c_2 + c_3 + c_4 - 2c_5) \right\} \\ & - (u_1 + v_2 - u_3 - v_4) + \frac{1}{2} \left\{ c_1 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_1 + c_2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_2 \right. \\ & \quad \left. + c_3 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_3 + c_4 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_4 - 2c_5 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_5 \right\} \Delta t \\ & + \frac{1}{2} \{(f_x)_1 + (f_y)_2 - (f_x)_3 - (f_y)_4\} \Delta t = 0 \quad \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_3} \right) h_p - \frac{1}{c_p} (h_1 - h_3) - (c_1 - c_3) \right\} \\ & + 2u_p - u_1 - u_3 + \frac{1}{2} \left\{ c_1 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_1 - c_3 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_3 \right\} \Delta t \\ & + \left[2 + \frac{1}{2} \{2(f_x)_p + (f_x)_1 + (f_x)_3\} \right] \Delta t = 0 \quad \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_4} \right) h_p - \frac{1}{c_p} (h_2 - h_4) - (c_2 - c_4) \right\} \\ & + 2v_p - v_2 - v_4 + \frac{1}{2} \left\{ c_2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_2 - c_4 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_4 \right\} \Delta t \\ & + \frac{1}{2} \{2(f_y)_p + (f_y)_2 + (f_y)_4\} \Delta t = 0 \quad \dots \dots \dots (25) \end{aligned}$$

上式の点①～⑤での値は次式により計算する。すなわちある点(x, y)での任意量 $W_{x,y}$ は次のように与えられる。

$$W_{x,y} = W_{i,j} + xL_x(w) + 0.5x^2L_{xx}(w) \\ + yL_y(w) + 0.5y^2L_{yy}(w) + xyL_{xy}(w) \quad \dots \dots \dots (26)$$

ここに、 $W_{i,j}$: 点P($i\Delta x, j\Delta y$)での値であり、 L_x, L_y 等は次式より得られる。

$$\left. \begin{aligned} L_x(w) &= \frac{W_{i+1,j} - W_{i-1,j}}{2\Delta x} \\ L_y(w) &= \frac{W_{i,j+1} - W_{i,j-1}}{2\Delta y} \\ L_{xx}(w) &= \frac{W_{i+1,j} + W_{i-1,j} - 2W_{i,j}}{\Delta x \cdot \Delta x} \\ L_{yy}(w) &= \frac{W_{i,j+1} + W_{i,j-1} - 2W_{i,j}}{\Delta y \cdot \Delta y} \\ L_{xy}(w) &= \frac{W_{i+1,j+1} - W_{i+1,j-1} - W_{i-1,j+1} + W_{i-1,j-1}}{4\Delta x \cdot \Delta y} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (27)$$

実際の計算では静水面から上の斜面にも微少な水深を確保しなければならない。そのため岸側端から単位時間、単位幅あたり仮想流量 Q_0 を与えるものとし、初期条件は仮想流量 Q_0 を流したときの不等流計算により求めた水深および流速とした。一方境界条件は、沖側境界では次式の水深を与えた。

$$h = 1 + \zeta_l(t) + \zeta_r(t) \quad \dots \dots \dots (28)$$

ここに、 ζ_l より ζ_r は沖側端での無次元化された入射波および反射波の時間波形である。また岸側境界では次の

ように考えた。越波が常流状態の場合には $h_e = h_{e-1}$ で与え、流速 u_e, v_e を $\phi = \pi$ を除いた3本の陪特性曲線を用いて計算する。越波が射流状態にあるときには4本の陪特性曲線が存在するので特別の処理は行わない。また越波がない場合には x 方向流速を $u_e = -Q_0/h_e$ で与える。一方、側方は閉境界であるので y 方向流速を $v=0$ とした。

越波量は流量フラックス $u_e^* h_e$ の時間変動より求められる。ここに、 $u_e^* = (u_e^2 + v_e^2)^{1/2}$ である。すなわち、收れん水路入口での単位幅当りの無次元越波量 Q は次式により得られる。

$$Q = \frac{Q \cos \theta \sin \theta}{h_0^2} = \sum_{t_1}^{t_2} \frac{B}{B_1} u_e^* h_e \Delta t \quad \dots \dots \dots (29)$$

ここに、 Q' は単位幅、一波あたりの越波量、 t_1 は無次元越波開始時間、 t_2 は無次元越波終了時間である。

5. 計算結果

図-3は越波量に及ぼす收れん効果の影響を調べるために、水深波長比 $h_0/L = 0.046$ 、天端高水深比 $h_c/h_0 = 0.65$ 、斜面傾斜角 $\theta = 20.5^\circ$ 、底面摩擦係数 $f' = 0.006$ の一定条件に対して、越波量の増加割合 Q/Q_1 と收れん比 B/B_1 の関係を天端高波高比 h_c/H をパラメーターとして示したものである。ただし、 Q_1 は收れん水路のない場合の越波量である。收れん水路を設けると、收れん水路出口での水深および流速が増大するため越波量は多くなり、收れん比 $B/B_1 = 0.5 \sim 0.6$ 程度で最大になる傾向を示す。しかし收れん比 B/B_1 がそれよりも小さくなると收れん水路からの反射波の影響が強まり、越波量は減少するものと考えられる。また收れん水路における越波量の増幅割合は、天端高波高比によっても強く影響される。すなわち、 h_c/H が小さく越波の起りやすい場合には收れん水路の効果はあまり期待できないが、 h_c/H が大きく越波しにくい場合には收れん水路を設置することによって、より多くの越波量獲得が期待できる。

図-4は越波量に及ぼす斜面傾斜角の影響について收れん水路の有る場合と無い場合について比較したもので

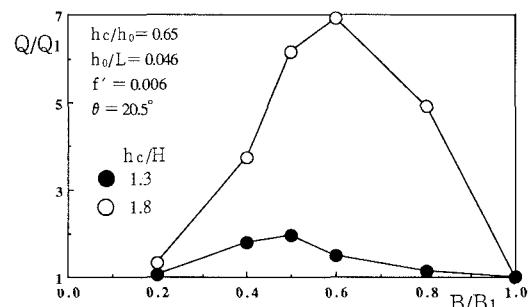


図-3 越波量に及ぼす收れん効果の影響

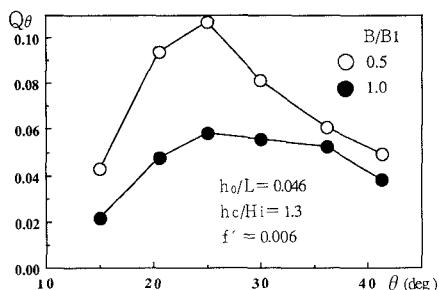


図-4 越波量に及ぼす傾斜角の影響

ある。水深波長比 $h_0/L = 0.046$, 天端高波高比 $h_c/H = 1.3$, 底面摩擦係数 $f' = 0.006$ の条件に対して無次元越波量 $Q_0 = Q / (\cos \theta \sin \theta)$ と傾斜角 θ の関係を, 収れん比 B/B_1 をパラメーターとして示した。收れん水路の有無にかかわらず, $\theta = 20\text{--}30^\circ$ で越波量は最大になる。これは, θ が大きくなると水平方向流速成分が減少するため波の週上力が弱まるためであり, また θ が小さい場合には, 水平方向流速成分は大きいが, 斜面が長くなり底面の摩擦損失が増加するものと考えられる。

越波量は波高が増大し、波の週上が天端高さ h_c を越えるようになると急激に増加する。このような傾向を調べるために、単位時間あたりの入射波エネルギー P_i と越波した水の位置エネルギー P_r から越波効率 η を次式より求めた。

$$\eta = \frac{P_r}{P_i} \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

$$P_i = \frac{1}{8} \rho g C_g H^2 \quad \dots \dots \dots \quad (31)$$

$$P_r = \rho g h_c q \frac{B}{B_0} \quad \dots \dots \dots \quad (32)$$

ここに, C_g : 入射波の群速度, q : 単位幅, 単位時間あたりの越波量である.

図-5は取れん比 $B/B_1=0.5$ 、天端高水深比 $h_c/h_0=0.65$ 、傾斜角 $\theta=20.5^\circ$ 、底面摩擦係数 $f=0.006$ の場合について越波効率 η と天端高波高比 h_c/H の関係を、水深

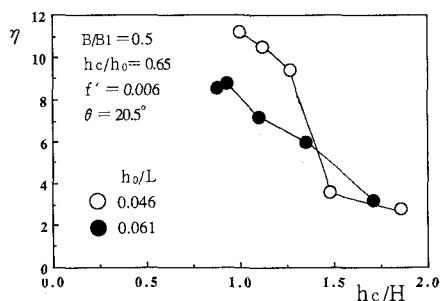


図-5 越波効率

波長比 h_0/L をパラメーターとして示した。 h_c/H が小さく越波しやすい場合は η はほぼ一定となる傾向を示すが、 h_c/H が大きく越波が起りにくくなると η は急激に減少する。森田(1990)によると、越波効率 η の最大値は h_c/H が一定の場合には取れん水路出口幅 B と入射波の波長 L との比 B/L に支配されている。

6. 実験結果との比較

計算結果の妥当性を検証するために水理模型実験を行った。実験に用いた長さ 20 m, 幅 0.4 m, 高さ 0.75 m の二次元造波水路には 1/25 および 1/70 の斜面に続いて水平床が設けられている。実験では、斜面長 47 cm, 傾斜角 $\theta=20.5^\circ$, 収れん水路入口幅 $B_1=40$ cm, 出口幅 $B=20$ cm の收れん水路付きの斜面模型を水平床端に設置し、堤脚水深 h_0 を 10 cm に、また天端高 h_c を静水面上 6.5 cm に一定とした。周期は $T=1.7\sim2.2$ s, 波高は $H=4\sim8$ cm の範囲で変化させた。これらの条件は、それぞれの周期に対して堤脚水深に達するまで碎波しないように設定されたものである。越波量は有効波数内に越波した水塊を貯水桶に集め、その量を計測した。同一波浪条件に対して 3 回の測定を行い、その平均値から入射波 1 波による単位幅あたりの越波量 $Q' (\text{cm}^3/\text{cm}\cdot\text{波})$ を求めた。

越波量の実験に先だち、塩化ビニルで製作した斜面の摩擦損失係数を求めた。実験では、長さ 5.0 m、幅 0.1 m、高さ 0.1 m の水路を用い、斜面勾配を 1/50 および 1/100 の 2 通りに変えた。図-6 に斜面勾配 $\tan \theta$ をパラメータに、摩擦損失係数 f とレイノルズ数 Re の関係を示す。た

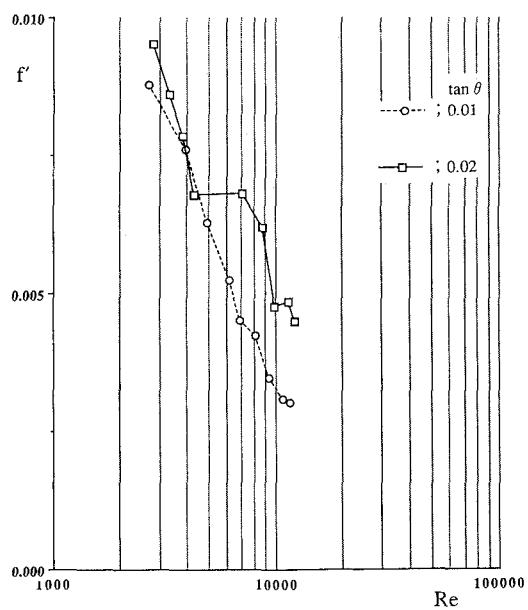


図-6 摩擦損失係数

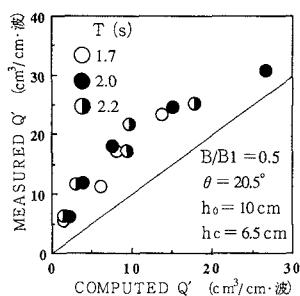


図-7 越波量の実験値と計算値の比較

だし $Re = RV/\nu$ (R : 径深, V : 流速, ν : 動粘性係数) である。

図-7に単位幅、一波当たりの越波量 Q' ($\text{cm}^3/\text{cm} \cdot \text{波}$) の実験結果と計算結果を比較して示す。計算では、斜面の摩擦損失係数 f' は図-6を参考に、 $f' = 0.006$ 一定とした。また空間きざみ幅は $\Delta s = \Delta x = \Delta y = 1 \text{ cm}$ 、時間きざみ幅 Δt は C.F.L. 条件から $\Delta t < \Delta s / \sqrt{2gh}$ を満足するように選んだ。また沖側境界ではクノイド波を入射波として与え、岸側境界での仮想流量を $Q_0 = 0.1 \text{ cm}^2/\text{s}$ とした。越波量の計算結果は実験結果よりも小さく、全体的に過小評価する。一様斜面の越波量計算結果も同様な傾向を示した(萩原, 1993)が、これは渡辺ら(1989)が指摘しているように、斜面上のように流れの場が時間的空間的に急激に変化する場合には、その変化を忠実に反映した特性曲線式および特性方程式の逐次積分を行う必要があるためと考えられる。しかし、一次元流れに比べて二次元流れの取り扱いははるかにむずかしくなるので、一次元流れの検討を含めて今後の課題としたい。

7. おわりに

有限振幅長波理論を特性曲線法により数値的に解く一次元流れの越波量計算を、收れん水路を有する傾斜式護岸に対する二次元平面流れの越波量計算に拡張した。一次元流れに比べて二次元平面流れでは特性曲線理論はかなり複雑になるが、基礎式の特性曲線による表示は比較的容易に導かれる。しかし特性曲線を $x-y-t$ 空間に拡張したとき、2種類の特性曲面が存在することや陪特性

曲線に沿う無数の関係が存在することなど数学的な取扱いは簡単でない(井上, 1986)。

本研究では解析例は少ないが、天端高波高比 h_c/H が小さく越波しやすい場合には收れん水路設置効果はあまり期待できない。しかし、波高が小さく越波の起りにくい場合には收れん比 $B/B_1 = 0.5$ 程度の收れん水路を設置することにより、より多くの越波量を獲得できることがわかった。また、計算結果は実験結果よりも全体的に小さく、流れの場が時間的空間的に急激に変化する斜面上の計算方法については、一次元流れの場合も含めて、さらに検討する必要がある。

最後に、水理模型実験については清水建設(株)技術研究所藤原隆男氏に協力していただいた。

参考文献

- 井上和也 (1986): 開水路非定常流れの数値計算法とその水工学への応用に関する研究, 京都大学学位論文。
- 岡田知也・小松利光・松永信博・榎田 操・藤田和夫 (1993): 越波による水位差獲得に関する基礎的研究, 土木学会第48回年次大会, 第II部門, pp. 870-871.
- 川村正司・小松英則・山本 敦・中野 晋・三井 宏 (1989): V字状集波堤と潜堤による越波量の増大, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 623-627.
- 萩原運弘 (1993): 特性曲線法による傾斜式護岸の越波量算定モデル, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 706-710.
- 宮江伸一・手操能彦 (1984): 集波堤による波浪エネルギーの位置エネルギーへの変換実験, 第1回波浪エネルギー利用シンポジウム, pp. 145-154.
- 森田和志 (1990): 収れん堤による揚水効率に関する研究, 土木学会第45回年次大会, 第II部門, pp. 704-705.
- 山本方人・水村和正・半沢 純・豊田裕作 (1991): 数値モデルによる越波量算定, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 521-525.
- 渡辺政広・江藤剛治・室田 明 (1989): 取付管の調圧効果を考慮した下水管網内の遷移流計算法, 土木学会論文集, 第411号/II 12, pp. 81-90.
- Kobayashi, N. and A. Wurjanto (1989): Water overtopping on coastal structures, Jour. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 113, ASCE, pp. 282-298.
- Lai, C. (1976): Some computational aspects of one and two-dimensional unsteady flow simulation by the method of characteristics, Proc. Int. Symp. on Unsteady Flow Open Channel.
- Matsoukis, P.F. (1992): Tidal model using method of characteristics, Jour. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 118, ASCE, pp. 233-248.