

潜堤を用いた波浪制御に関する研究

坪田 勇人*・磯部 雅彦**・渡辺 晃**

1. はじめに

これまで、通常の防波堤を始めとする波浪制御構造物が数多く提案されてきた。それらと異なる発想として、光波における全反射の現象を水の波に利用すれば、構造物に大きな波力が作用することもなく、波エネルギーの進行方向を変えることによって波浪制御ができると期待されるが、そのような試みはない。具体的に、図-1のように三角形潜堤を配置すれば、水深が急に深くなる斜辺部分で全反射を起こすことができると思われる。そこでまず、予備実験として水深不連続部における全反射について調べてみたところ、後述のように、深い側(透過側)にエネルギーが漏れることがわかった。

そこで本研究では、波の非線形干渉を含めた解析を行い、全反射の現象を詳細に調べることにした。すなわち、2次のオーダーまでの速度ポテンシャルを求める式を導き、井島(1971)や吉田ら(1990)のポテンシャル接続法によって、基本周波数成分波に対しては全反射が起こる場合の数値計算を行い、実験結果との比較を行った。

2. ポテンシャル接続法

(1) 一様水深波浪場の速度ポテンシャルの解

最初に、図-2に示したような一様水深波浪場を考える。座標軸を図-2に示したようにとり、速度ポテンシャルを $\varphi(x, y, z, t)$ とする。ここで、 $\varepsilon=ka$ とおき、速度ポテンシャルおよび水面変位が以下の如くべき級数に展開できるものとする。

$$\varphi = \varepsilon\varphi_1 + \varepsilon^2\varphi_2 + \dots \quad (1)$$

$$\eta = \varepsilon\eta_1 + \varepsilon^2\eta_2 + \dots \quad (2)$$

ただし、 k を1次の波数、 a を1次の振幅、 φ_1, φ_2 をそれぞれ1次、2次の速度ポテンシャル、 η_1, η_2 をそれぞれ1次、2次の水面変位とする。

このとき、1次の速度ポテンシャルの基礎方程式、水面境界条件式、底面境界条件式は、式(3)~(5)で示される。基礎方程式は、

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

水面境界条件式は、

$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{1}{g} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} & \text{on } z=0 \\ \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = 0 & \text{on } z=0 \end{cases} \quad (4)$$

底面境界条件式は、

$$-\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z=-h \quad (5)$$

である。ただし、 g は重力加速度、 h は水深を表している。

次に、2次の基礎方程式、水面境界条件式、底面境界条件式は、式(6)~(8)で示される。基礎方程式は、

$$\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

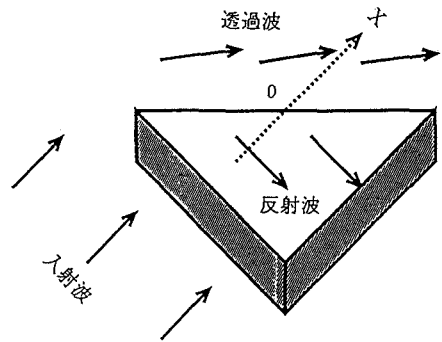


図-1 全反射の現象

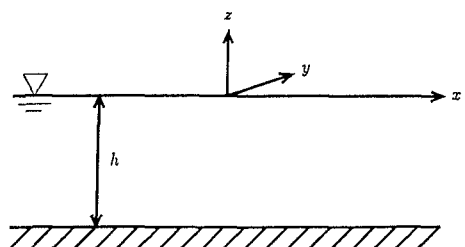


図-2 一様水深波浪場

* 工修 (株)三菱地所
 ** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

水面境界条件式は、

$$\left\{ \begin{aligned} &-\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \frac{\partial \eta_2}{\partial t} = - \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \right) - \eta_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} \right\} \\ &\hspace{15em} \text{on } z=0 \\ &\eta_2 - \frac{1}{g} \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = - \frac{1}{g} \left[\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right)^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. - \eta_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z \partial t} \right] \\ &\hspace{15em} \text{on } z=0 \\ &\dots\dots\dots (7) \end{aligned} \right.$$

底面境界条件式は、

$$-\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = -h \dots\dots\dots (8)$$

となる。

ここで、1次の速度ポテンシャル φ_1 は次のように書ける。

$$\varphi_1(x, y, z, t) = \text{Re}\{\phi_1(x, y, z)e^{-i\sigma t}\} \dots\dots\dots (9)$$

ただし ϕ_1 は複素関数であり、以下複素速度ポテンシャルと呼ぶことにする。また、 σ は角周波数、 i は虚数単位であり、 Re は実部をとることを意味する。

式(7)の右辺に式(9)を代入すると、右辺に現われる時間項は e^{0t} と $e^{-i2\sigma t}$ となるので、式(7)の左辺もこの2つの時間項より成る。よって、2次の速度ポテンシャルは次のように表せる。

$$\varphi_2(x, y, z, t) = \text{Re}\{\phi_{20}(x, y, z)e^{0t} + \phi_{22}(x, y, z)e^{-i2\sigma t}\} \dots\dots\dots (10)$$

式(7)より明らかなように、複素速度ポテンシャルの時間に関する定常項 $\phi_{20}e^{0t}$ は、2次の水面変動に関与しない。そこで、以下複素速度ポテンシャルの2倍周波数成分 ϕ_{22} についてのみ考えることにし、 ϕ_{22} を単に ϕ_2 と書くことにする。すると、2次の速度ポテンシャル φ_2 は次のように表される。

$$\varphi_2(x, y, z, t) = \text{Re}\{\phi_2(x, y, z)e^{-i2\sigma t}\} \dots\dots\dots (11)$$

さて、以下に示す1次および2次の複素速度ポテンシャルを式(9)および式(11)に代入して得られる速度ポテンシャルは、基礎方程式および境界条件式(3)~(8)を満足している。

$$\phi_1(x, y, z) = \sum_{n=0}^{N_1} (C_n e^{k_{2n}x + ik_y y} + D_n e^{-k_{2n}x + ik_y y}) Z(k_{2n}z) \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

$$\begin{aligned} Z(k_n z) &= \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ \sigma^2 &= -gk_n \tan k_n h \\ (k_{2n})^2 + (ik_y)^2 - (k_n)^2 &= 0 \end{aligned}$$

であり、 k_0 は純虚数で進行波を、 $k_n (n > 1)$ は実数で定常減衰波を表す。また、 C_n, D_n は複素係数であり、 N_1 は1

次の級数項数と呼ぶことにする。

$$\begin{aligned} \phi_2(x, y, z) &= \sum_{n=0}^{N_2} (E_n e^{k_{2n}x + 2ik_y y} + F_n e^{-k_{2n}x + 2ik_y y}) Z(k_{2n}z) \\ &\quad + \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{q=0}^{N_1} P_{pq}(x, y, z) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} Z(k_{2n}z) &= \frac{\cos k_{2n}(z+h)}{\cos k_{2n}h} \\ (2\sigma)^2 &= -gk_{2n} \tan k_{2n}h \\ (k_{2n})^2 + (2ik_y)^2 - (k_n)^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{pq}(x, y, z) &= \left(-\frac{\sigma}{g} \right) \left[\frac{\lambda(k_{xp}, k_{xq})}{\mu(k_{pq})} Q_{pq}(x, y) Z(k_{pq}z) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{\lambda}(k_{xp}, k_{xq})}{\mu(\bar{k}_{pq})} \bar{Q}_{pq}(x, y) Z(\bar{k}_{pq}z) \right] \end{aligned}$$

$$\lambda(k_{xp}, k_{xq}) = \frac{-i}{2} (3\Gamma^2 - 2k_y^2 + 2k_{xp}k_{xq} + k_p^2)$$

$$\bar{\lambda}(k_{xp}, k_{xq}) = \frac{-i}{2} (3\Gamma^2 - 2k_y^2 - 2k_{xp}k_{xq} + k_p^2)$$

$$Q_{pq}(x, y) = C_p C_q e^{(k_{xp} + k_{xq})x + 2ik_y y} + D_p D_q e^{-(k_{xp} + k_{xq})x + 2ik_y y}$$

$$\bar{Q}_{pq}(x, y) = C_p C_q e^{(k_{xp} - k_{xq})x + 2ik_y y} + D_p D_q e^{-(k_{xp} - k_{xq})x + 2ik_y y}$$

$$\mu(k_{pq}) = 4\Gamma + (k_{pq}) \tan(k_{pq}h)$$

$$\mu(\bar{k}_{pq}) = 4\Gamma + (\bar{k}_{pq}) \tan(\bar{k}_{pq}h)$$

$$k_{pq} = k_p + k_q, \quad \bar{k}_{pq} = k_p - k_q, \quad \Gamma = \sigma^2/g$$

また、 E_n, F_n は複素係数であり、 N_2 は2次の級数項数と呼ぶことにする。

式(13)の第1項は、構造物と入射波との非線形干渉によって励起される波(自由波)を表しており、その波数 k_{2n} は倍周波数 2σ の分散関係式によって決定される。第2項は拘束波を表しており、複素速度ポテンシャルの1次解が決まると定まるものである。

(2) 複素速度ポテンシャルの接続

図-3に示したように、水深 h_1 の領域1から水深 h_2 の領域2へ、角周波数 σ 、振幅 a の1次の進行波が入射角 θ で入射し、全反射するときの波浪場について考える。

まず1次の複素速度ポテンシャルを考える。領域1においては入射波および段差部分からの反射波(進行波および減衰定常波)が存在しており、減衰定常波は段差から遠ざかる方向に減衰することを考慮すると、 $\phi_1^{(1)}$ は次式のように書ける。

$$\begin{aligned} \phi_1^{(1)} &= \sum_{n=0}^{N_1} (C_n^{(1)} \exp(k_{2n}^{(1)}x + ik_y y) + D_n^{(1)} \exp(-k_{2n}^{(1)}x + ik_y y)) Z(k_n^{(1)}z) \dots (14) \end{aligned}$$

ただし、

$$C_0^{(1)} = i \frac{g}{ka}$$

$$D_n^{(1)} = 0 \quad (n=1, 2, \dots, N_1)$$

$$k_{z0}^{(1)} = i\sqrt{-k_0^{(1)2} - k_y^2}$$

$$k_{zm}^{(1)} = \sqrt{k_m^{(1)2} + k_y^2} \quad (n=1, 2, \dots, N_1)$$

領域 2 においては、進行波の入射波はすべて反射してしまっているため、減衰定常波の透過波のみが存在しており、減衰定常波は段差から遠ざかる方向に減衰することを考慮すると、 $\phi_2^{(2)}$ は次式のように書ける。

$$\phi_2^{(2)} = \sum_{m=0}^{N_1} (C_m^{(2)} \exp(k_{zm}^{(2)}x + ik_y y) + D_m^{(2)} \exp(-k_{zm}^{(2)}x + ik_y y)) Z(k_m^{(2)}z) \quad \dots (15)$$

ただし、

$$\begin{aligned} D_0^{(2)} &= 0 \\ C_m^{(2)} &= 0 \quad (m=1, 2, \dots, N_1) \\ k_{zm}^{(2)} &= \sqrt{k_m^{(2)2} + k_y^2} \quad (m=0, 1, 2, \dots, N_1) \end{aligned}$$

ここで、 $\phi_1^{(1)}$ と $\phi_1^{(2)}$ 、および $\partial\phi_1^{(1)}/\partial x$ と $\partial\phi_1^{(2)}/\partial x$ を $x=0$ で接続させると、次式ようになる。

$$\phi_1^{(1)}(0, y, z) = \phi_1^{(2)}(0, y, z) \quad (-h_2 \leq z \leq 0) \quad \dots (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi_1^{(1)}(0, y, z) = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \phi_1^{(1)}(0, y, z) & (-h_1 \leq z \leq 0) \\ 0 & (-h_2 \leq z \leq -h_1) \end{cases} \quad \dots (17)$$

式(16)および(17)に式(14)および(15)を代入し、水深方向関数 $Z(k_m^{(j)}z)$ ($j=1, 2$) が $-h_j \leq z \leq 0$ で直交性を有し完備であることを利用して得られる連立一次方程式を解くことによって、複素未定係数 $D_n^{(1)}$ ($n=0, 1, \dots, N_1$)、 $C_m^{(2)}$ ($m=0, 1, \dots, N_1$) を決定でき、各領域における 1 次速度ポテンシャルを求めることができる。また式(4)より 1 次水面変位 η_1 を求めることができる。

次に 2 次の複素速度ポテンシャルを考える。2 次のポ

テンシャルとしては、領域 1, 2 において拘束波および段差部分から遠ざかる自由波(進行波および減衰定常波)が存在しており、減衰定常波は段差から遠ざかる方向に減衰することを考慮すると、 $\phi_2^{(1)}$, $\phi_2^{(2)}$ はそれぞれ次式のように書ける。

$$\phi_2^{(1)}(x, y, z) = \sum_{n=0}^{N_2} (E_n^{(1)} \exp(k_{zn}^{(1)}x + 2ik_y y) Z(k_{zn}^{(1)}z) + \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{q=0}^{N_1} \Pi_{pq}^{(1)}(x, y, z) \quad \dots (18)$$

ただし、

$$\begin{aligned} (2\sigma)^2 &= -gk_{zn}^{(1)} \tan k_{zn}^{(1)} h_1 \\ k_{z0}^{(1)} &= \begin{cases} -i\sqrt{-(k_{z0}^{(1)2} + (2k_y)^2)} & (\text{進行波}) \\ \sqrt{k_{z0}^{(1)2} + (2k_y)^2} & (\text{減衰定常波}) \end{cases} \\ k_{zn}^{(1)} &= \sqrt{k_{zn}^{(1)2} + (2k_y)^2} \quad (n=1, 2, \dots, N_2) \end{aligned}$$

$$\phi_2^{(2)}(x, y, z) = \sum_{m=0}^{N_2} (F_m^{(2)} \exp(k_{zm}^{(2)}x + 2ik_y y) Z(k_{zm}^{(2)}z) + \sum_{p=0}^{N_1} \sum_{q=0}^{N_1} \Pi_{pq}^{(2)}(x, y, z) \quad \dots (19)$$

ただし、

$$\begin{aligned} (2\sigma)^2 &= -gk_{zm}^{(2)} \tan k_{zm}^{(2)} h_2 \\ k_{z0}^{(2)} &= \begin{cases} i\sqrt{-k_{z0}^{(2)2} + (2k_y)^2} & (\text{進行波}) \\ -\sqrt{k_{z0}^{(2)2} + (2k_y)^2} & (\text{減衰定常波}) \end{cases} \\ k_{zm}^{(2)} &= -\sqrt{k_{zm}^{(2)2} + (2k_y)^2} \quad (m=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

ここで、 $\phi_2^{(1)}$ と $\phi_2^{(2)}$ 、および $\partial\phi_2^{(1)}/\partial x$ と $\partial\phi_2^{(2)}/\partial x$ を $x=0$ で接続させるとそれぞれ次式のようになる。

$$\phi_2^{(1)}(0, y, z) = \phi_2^{(2)}(0, y, z) \quad (-h_2 \leq z \leq 0) \quad \dots (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi_2^{(1)}(0, y, z) = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \phi_2^{(1)}(0, y, z) & (-h_1 \leq z \leq 0) \\ 0 & (-h_2 \leq z \leq -h_1) \end{cases} \quad \dots (21)$$

式(20)および(21)に式(18)と式(19)を代入し、水深方向関数 $Z(k_{jn}^{(j)})$ ($j=1, 2$) が $-h_j \leq z \leq 0$ で直交性を有し完備であることを利用して得られる連立一次方程式を解くことによって、複素未定係数 $E_n^{(1)}$ ($n=0, 1, \dots, N_1$)、 $F_m^{(2)}$ ($m=0, 1, \dots, N_1$) を決定でき、各領域における 2 次速度ポテンシャルを求めることができる。また式(7)より 2 次水面変位 η_2 を求めることができる。

3. 級数項数のとりかた

本節では、前節中の級数項数 N_1, N_2 の値について調べる。

なお、計算に用いる波浪場の条件を表-1 に示してある。ただし、 h_1, h_2 はそれぞれ領域 1, 2 の水深、 H_I は入射波高、 T は入射波周期、 θ は入射角を表している。

$N_1=100$ にとった場合の段差 $x=0$ の前後における 1

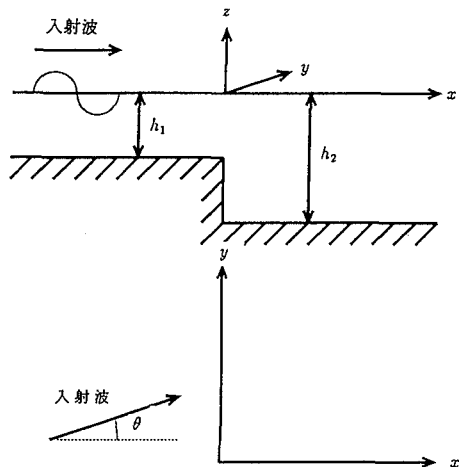


図-3 波浪場説明図

表-1 波浪場条件

h_1 (cm)	h_2 (cm)	H_1 (cm)	T (s)	θ (°)
5.0	15.0	1.0	0.8	45

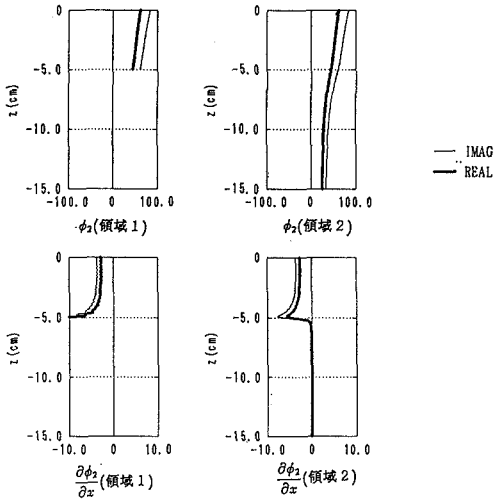


図-4 1次複素速度ポテンシャル ($N_1=100$)

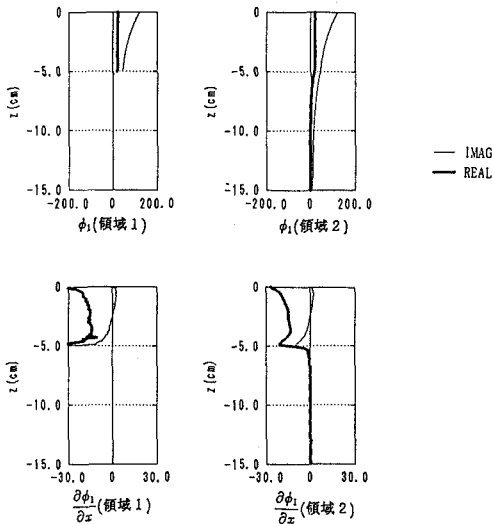


図-5 2次複素速度ポテンシャル ($N_1=5, N_2=100$)

次複素速度ポテンシャル ϕ_1 およびその法線微分 $\partial\phi_1/\partial x$ の値の鉛直方向の分布を図-4 に示す。ただし, imag は虚部, real は実部を表している。これを見ると, 接続式 (16) および (17) は精度よく満たされていることがわかり, ポテンシャル接続法によって妥当な1次解が得られていることがわかる。なお, 1次の水面変位 η_1 を求めるためには, $N_1=100$ までとる必要はない。 $N_1=5, 100$ にとった場合の η_1 の値を計算したところ, この2つはほぼ一

致しており, η_1 は $N_1=5$ で充分計算できるといえる。

次に $N_1=5, N_2=100$ にとった場合の段差 $x=0$ の前後における2次複素速度ポテンシャル ϕ_2 およびその法線微分 $\partial\phi_2/\partial x$ の値の鉛直方向の分布を図-5 に示す。1次の場合と同様に, 接続式 (20) および (21) は精度よく満たされており, ポテンシャル接続法によって妥当な2次解が得られていることがわかる。しかし, $N_1=5, N_2=15$ および 100 としたときの2次の水面変位 η_2 の値はほとんど変わっていないことから, η_2 は $N_1=5, N_2=15$ で充分計算できるといえる。

以上のことから, 本研究では $N_1=5, N_2=15$ として η_1 および η_2 を計算した。

4. 実験について

計算結果の検証を行うために, 表-1 の条件で実験を行い波高を測定し, 計算値との比較を行った。

図-6 のように, 実験水槽に厚さ 10 cm, 縦 39 cm, 横 19 cm の軽量ブロックを配置した。さらに, 図のように消波材を設置することで壁からの再反射が起こらないようにしており, また, 波の入射部分を斜面にすることで入射波が分裂しないようにしている。

実験はデータレコーダーを使用し, 潜堤中央部分における水面変位を, 造波機で波を起こし始めてから現象が安定した後 10 秒間収録した。

5. 実験値と計算値

本研究での計算および実験条件は, 5 次までのストークス波理論の適用範囲内である。しかし本研究では2次までの理論を用いているので, 計算値と理論値との間に多少の誤差が生じることが考えられる。

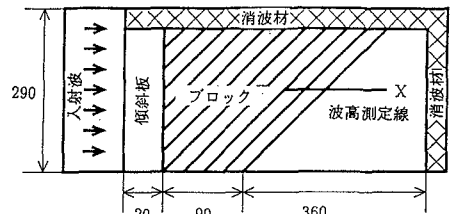


図-6 実験水槽 (単位 cm)

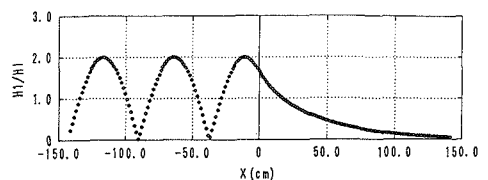


図-7 1次波高 (計算値)

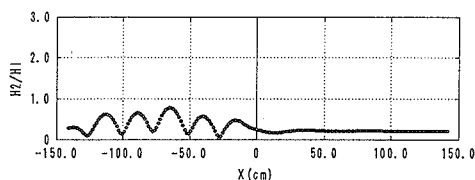


図-8 2次波高 (計算値)

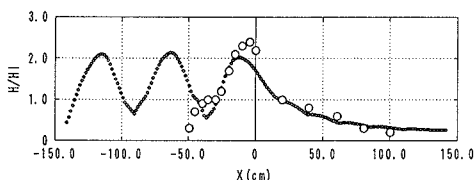


図-9 全体波高 (計算値、実験値)

各点の波高を H とし、 H と入射波高 H_1 との比 H/H_1 を縦軸に、 X 軸を横軸にとった計算値および実験値を図-7~9に示す。図-7に示した1次波高の計算値をみると、段差の沖側(反射側)において1次波高が $0.0\sim 2.0$ cmまでに変動しており、ストークス1次入射波のすべてが反射して定常波の節と腹が形成されていることがわかる。他方、段差の岸側(透過側)においては1次波高は段差から遠ざかるにつれて減衰しており、 100 cm(波長の2倍程度)離れると減衰してほとんどなくなっていることがわかる。これが減衰定常波であると思われる。これと図-8に示した2次波高の計算値とあわせると、 100 cm離れた地点では1次波高に比べて2次波高が卓越することがわかる。その2次波高の大きさは、今の場合入射波高に対して20%程度である。次に図-9をみると、実験値(丸印)と計算値とはほぼ一致している。また段差から 100 cm離れた地点では周期 0.4 sの2倍周波数成分が卓越している結果が得られた。すなわちこのケースでは全反射が起こっており、ストークス1次入射波は段差でほぼすべて反射し、透過側では減衰定常波成分と2倍周波数成分波のみが存在していることが計算および実験によって確認され、両者はほぼ一致していることが

わかった。

6. 結論および今後の課題

本研究により得られた結論を示す。

全反射が起こるとき、透過側領域(岸側)にはストークス1次の減衰定常波とストークス2次の2倍周波数成分波が発生する。この2倍周波数成分波の大きさを、ストークスの2次までの理論を用いたポテンシャル接続法により算定することが可能である。本研究に示した条件では、段差から入射波長の2倍程度以上離れた岸側においては、計算上は入射波高の20%程度、実験上は10~30%程度の波高を持つ2倍周波数成分波だけしか存在せず、段差岸側において静穏域をつくり出せることがわかった。

今後の課題としては、以下のことが考えられる。

- ・本研究の実験においては、ストークス波理論の適用範囲との関係から、波高を小さくせざるを得なかった。しかし現地への適用などを考えるためには、より大きい水深および波高で実験を行い、より厳密な理論と実験との比較を行うことが重要だと思われる。
- ・側方境界条件を考慮した3次元問題として、理論および実験を拡張する必要がある。

参考文献

- 井島武士(1971): 最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用, 水工学に関する夏期研修会講義集, Bコース, pp. B-1-1--B-1-31.
- 本間 仁監修/堀川清司編(1980): 海岸環境工学, 東京大学出版会, pp. 30-31.
- 吉田明徳・小島治幸・鶴本良博(1991): ポテンシャル接続法(選点解法)によるストークス波と構造物の非線形波動境界値問題解析法, 土木学会論文集, No. 434/II-16, pp. 57-66.
- Dean, R. G. and R. A. Dalrymple: Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists, pp. 295-305.
- Isobe, M. and N. C. Kraus (1983 a): Derivation of a third-order Stokes wave theory, Hydraulics Lab. Rep., No. YNU-HY-83-2, Dept. of Civil Eng., Yokohama Nat. Univ.
- Massel, S. R. (1983): Harmonic generation by waves propagating over a submerged step, Coastal Engineering, Vol. 7, pp. 357-380.