

圧気型構造物による非線形波浪変形に関する研究

金 度 三*・川崎 浩 司**・岩田好一期***

1. はじめに

著者らは今まで、構造物の内部に圧縮空気を注入した圧気型構造物の線形および非線形挙動と波の変形に関する研究を行ってきた (Kim, 1991; 岩田ら, 1992).

本研究では、固定された潜水圧気型構造物を取り上げ、エネルギーの保存がより満足され、さらに構造物の潜水深が浅い時に非線形波をより正確に評価できるストークス波の3次近似理論と境界積分法に基づいた非線形定常境界値解析手法を展開する。そして、潜水深と圧気室内の初期空気圧と関連づけて、潜水固定圧気型構造物による非線形波浪の変形および圧気室内の空気圧の変化を考察するものである。

2. 理論解析

x の正方向からストークス波が潜水圧気型構造物に入射する場合を考える (図-1 参照)。微小パラメータ ϵ の1次オーダーの入射波の振幅、波数および角周波数をそれぞれ $\eta_0, k^{(1)}, \sigma^{(0)}$ とし、減衰定常波の影響がなくなるところ ($x = \pm b$) に仮想鉛直境界面を設けると、閉流体領域 $R^{(0)}$ は自由水面、海底面、 $x = \pm b$ での仮想鉛直境界面、構造物の表面および圧気室内の水面によって囲まれる。

ここで、各境界面に対する外向き法線を ν とし、速度ポテンシャルを $\Phi(x, z; t)$ 、自由水面での水面波形を $\eta(x; t)$ 、圧気室内の水面波形を $\xi(x; t)$ とすると、各境界面での境界条件は次のようになる。

2.1 境界条件

a) 自由水面および圧気室内での水面境界条件

自由水面と圧気室内の水面での運動的および力学的境界条件は次式で与えられる。

$$\xi_t - \Phi_z + \Phi_x \xi_x = 0; z = \xi \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\Phi_t + g\xi + \frac{1}{2}\{(\Phi_x)^2 + (\Phi_z)^2\} + \frac{P}{\rho} = Q; z = \xi \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ρ は流体密度、 ξ は自由水面の場合は $\xi = \eta$ 、圧気室内の水面の場合は $\xi = -q_1 h + \zeta$ であり、 g は重力

加速度、 Q はベルヌイ定数である。 P は空気圧で、自由水面では零である。また、添え字の t, x, z は微分を表す。(以下同様である)

速度ポテンシャル $\Phi(x, z; t)$ 、波形 $\xi(x; t)$ 、空気圧 $P(t)$ 、角周波数 σ とベルヌイ定数 Q が微小パラメータ $\epsilon (= k^{(1)} \eta_0)$ により、次のように摂動展開できるものとする。

$$\begin{aligned} \Phi(x, z; t) = & \epsilon\{\phi^{(1)}(x, z)e^{i\sigma t}\} \\ & + \epsilon^2\{\phi^{(2)}(x, z)e^{2i\sigma t} + \phi_0^{(2)}(x, z)\} \\ & + \epsilon^3\{\phi^{(3)}(x, z)e^{3i\sigma t} + \phi_1^{(3)}(x, z)e^{i\sigma t}\} + \dots \\ & \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi(x; t) = & \xi^{(0)} + \epsilon\{\xi^{(1)}(x)e^{i\sigma t}\} \\ & + \epsilon^2\{\xi^{(2)}(x)e^{2i\sigma t} + \xi_0^{(2)}(x)\} \\ & + \epsilon^3\{\xi^{(3)}(x)e^{3i\sigma t} + \xi_1^{(3)}(x)e^{i\sigma t}\} + \dots \\ & \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(t) = & P^{(0)} + \epsilon\{P^{(1)}(t)e^{i\sigma t}\} \\ & + \epsilon^2\{P^{(2)}(t)e^{2i\sigma t} + P_0^{(2)}\} \\ & + \epsilon^3\{P^{(3)}(t)e^{3i\sigma t} + P_1^{(3)}(t)e^{i\sigma t}\} + \dots \quad \dots (5) \end{aligned}$$

$$\sigma = \sigma^{(0)} + \epsilon\sigma^{(1)} + \epsilon^2\sigma^{(2)} + \epsilon^3\sigma^{(3)} + \dots \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$Q = Q^{(0)} + \epsilon Q^{(1)} + \epsilon^2 Q^{(2)} + \epsilon^3 Q^{(3)} + \dots \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 i は虚数単位、 $\xi^{(0)}$ は圧気室内の初期水位で $-q_1 h$ 、 $P^{(0)}$ は初期空気圧、 $\phi_0^{(2)}, P_0^{(2)}$ および $\xi_0^{(2)}$ は時間に関係しない2次オーダーの速度ポテンシャル、空気圧および水面変動、 $\phi_1^{(3)}, P_1^{(3)}$ および $\xi_1^{(3)}$ は3次オーダーの基本周波数成分の速度ポテンシャル、空気圧および水面変動である。

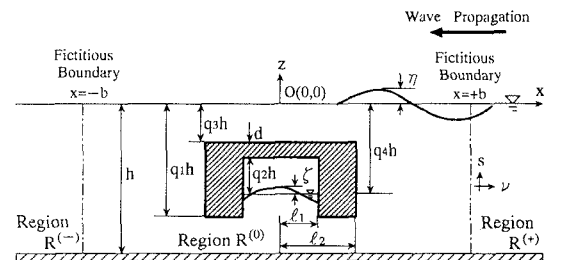


図-1 潜水固定圧気型構造物の諸元

* 正 会 員 工 博 韓国海洋大学専任講師 理工学大学港湾運送工学科
 ** 学生会員 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻
 *** 正 会 員 工 博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

本論では、以後の理論展開において、3次オーダーに対する表示式のみを示す。これは、1次と2次オーダーに対する表示式は基本的には既往の論文(吉田ら, 1989; Kim, 1991; 岩田ら, 1992)に示されていること、また限られた紙面では記述できないためである。

式(2)を全微分した結果から式(1)をg倍した結果を引くと、水面境界条件が得られる。さらに、その水面境界条件式を静水面まわりにテイラー級数展開し、摂動展開式(3)~(7)を代入すると、1次、2次および3次オーダーに関する水面境界条件を得る。ここで、3次オーダーに関する水面境界条件を3倍周波数成分(以下時間項 $e^{3i\sigma t}$ 省略記述)と基本周波数成分(時間項 $e^{i\sigma t}$ 省略記述)に分けて表すと、次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_z^{(3)} - 9\sigma_g \phi^{(3)} + \frac{3i\sigma^{(0)}}{\rho g} P^{(3)} &= -\frac{1}{8} \xi^{(1)2} \{ \phi_z^{(1)} - \sigma_g \phi^{(1)} \}_{zz} \\ &- \frac{3i\sigma^{(0)}}{g} \{ \phi_x^{(1)} \phi_x^{(2)} + \phi_z^{(1)} \phi_z^{(2)} \} - \frac{1}{2} \xi^{(2)} \{ \phi_z^{(1)} - \sigma_g \phi^{(1)} \}_z \\ &- \frac{1}{4g} \{ (\phi_x^{(1)})^2 \phi_{xx}^{(1)} + (\phi_z^{(1)})^2 \phi_{zz}^{(1)} + 2\phi_x^{(1)} \phi_z^{(1)} \phi_{xz}^{(1)} \} - \frac{1}{2} \xi^{(1)} \\ &\cdot \{ \phi_z^{(2)} - 4\sigma_g \phi^{(2)} \}_z - \frac{i\sigma^{(0)}}{g} \xi^{(1)} \{ \phi_{xz}^{(1)} \phi_x^{(1)} + \phi_{zz}^{(1)} \phi_z^{(1)} \} \\ &\dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{1,z}^{(3)} - \sigma_g \phi_1^{(3)} + \frac{i\sigma^{(0)}}{\rho g} P_1^{(3)} &= \frac{2\sigma^{(0)}\sigma^{(2)}}{g} \phi^{(1)} - \frac{i\sigma^{(2)}}{\rho g} P^{(1)} \\ &- \frac{i\sigma^{(0)}}{g} \{ \phi_x^{(2)} \phi_{* , x}^{(1)} + \phi_z^{(2)} \phi_{* , z}^{(1)} \} - \frac{i\sigma^{(0)}}{g} \xi^{(1)} \{ \phi_x^{(1)} \phi_{xz}^{(1)} \\ &+ \phi_z^{(1)} \phi_{zz}^{(1)} \} - \frac{i\sigma^{(0)}}{g} \phi_x^{(1)} \{ \phi_{0,x}^{(2)} + \phi_{0,* , x}^{(2)} \} - \frac{i\sigma^{(0)}}{g} \phi_z^{(1)} \\ &\cdot \{ \phi_{0,z}^{(2)} + \phi_{0,* , z}^{(2)} \} - \frac{1}{4g} \{ (\phi_x^{(1)})^2 \phi_{* , xx}^{(1)} + (\phi_z^{(1)})^2 \phi_{* , zz}^{(1)} \\ &+ 2(|\phi_x^{(1)}|^2 \phi_{* , xx}^{(1)} + |\phi_z^{(1)}|^2 \phi_{* , zz}^{(1)}) \} - \frac{1}{2g} \{ \phi_{* , x}^{(1)} \phi_z^{(1)} \phi_{xz}^{(1)} \\ &+ \phi_x^{(1)} \phi_{* , z}^{(1)} \phi_{xz}^{(1)} + \phi_x^{(1)} \phi_z^{(1)} \phi_{* , xx}^{(1)} \} - \frac{1}{2} \xi^{(1)} \\ &\cdot \{ \phi_z^{(2)} - 4\sigma_g \phi^{(2)} \}_z - \frac{1}{2} \xi^{(2)} \{ \phi_{* , z}^{(1)} - \sigma_g \phi_{* }^{(1)} \}_z \\ &- \frac{1}{2} (\xi_0^{(2)} + \xi_{0,*}^{(2)}) \{ \phi_z^{(1)} - \sigma_g \phi^{(1)} \}_z - \frac{1}{2} \xi^{(1)} \\ &\cdot \{ \phi_{0,zz}^{(2)} + \phi_{0,* , zz}^{(2)} \} - \frac{1}{4} |\xi^{(1)}|^2 \{ \phi_z^{(1)} - \sigma_g \phi^{(1)} \}_{zz} \\ &- \frac{1}{8} \xi^{(1)2} \{ \phi_{* , z}^{(1)} - \sigma_g \phi_{* }^{(1)} \}_{zz} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここで、 $\sigma_g = \sigma^{(0)2}/g$ であり、下付きの*は共役複素数を表す。

b) 仮想鉛直界面での境界条件

i) 領域 $R^{(+)}$ での速度ポテンシャル

1次、2次オーダーの速度ポテンシャル $\phi^{(1)}$, $\phi^{(2)}$, $\phi_0^{(2)}$ と水面波形 $\eta^{(1)}$, $\eta^{(2)}$, $\eta_0^{(2)}$ に対する一般解を3次オーダーの3倍周波数成分および基本周波数成分の自由水面境界条件式(8), (9)に代入すると、それぞれ次式のよう

になる。

$$\begin{aligned} \phi_z^{(3)} - 9\sigma_g \phi^{(3)} &= \psi_{3,3} \{ e^{3ik^{(1)}x} + B^{(1)3} e^{-3ik^{(1)}x} \\ &+ \phi_{1,1} \{ B^{(1)} e^{ik^{(1)}x} + B^{(1)2} e^{-ik^{(1)}x} \} \\ &+ i\phi_{1,2} B^{(2)} e^{i(k^{(1)} - k^{(2)})x} \\ &+ i\tilde{\phi}_{1,2} B^{(1)} B^{(2)} e^{-i(k^{(1)} + k^{(2)})x} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{1,z}^{(3)} - \sigma_g \phi_1^{(3)} &= \varphi_{3,3} \{ B_*^{(1)} e^{3ik^{(1)}x} + B^{(1)2} e^{-3ik^{(1)}x} \\ &+ \{ \varphi_{1,1} |B^{(1)}|^2 + \varphi_{0,1} \} e^{ik^{(1)}x} \\ &+ \{ \tilde{\varphi}_{1,1} B^{(1)} |B^{(1)}|^2 + \tilde{\varphi}_{0,1} B^{(1)} \} e^{-ik^{(1)}x} \\ &+ i\varphi_{1,2} B^{(2)} B_*^{(1)} e^{i(k^{(1)} - k^{(2)})x} \\ &+ i\tilde{\varphi}_{1,2} B^{(2)} e^{-i(k^{(1)} + k^{(2)})x} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここで、 $B^{(1)}$ は1次の反射率、 $B^{(2)}$ は2次オーダーの自由波の速度ポテンシャル係数である、また、係数 $\psi_{3,3}$, $\phi_{1,1}$, $\phi_{1,2}$, $\tilde{\phi}_{1,2}$, $\varphi_{3,3}$, $\varphi_{1,1}$, $\varphi_{0,1}$, $\tilde{\varphi}_{1,1}$, $\tilde{\varphi}_{0,1}$, $\varphi_{1,2}$ および $\tilde{\varphi}_{1,2}$ は次式のようである。

$$\begin{aligned} \psi_{3,3} &= a_s \left\{ 10\sigma_g \tanh 2k^{(1)}h + \frac{\sigma_g^2}{k^{(1)}} - 9k^{(1)} \right\} \\ &+ \frac{3\sigma^{(0)} [k^{(1)2} \{ 2\sigma_g^2 - k^{(1)2} \} - \sigma_g^4]}{8k^{(1)3} \sigma_g^2} \\ \phi_{1,1} &= a_s \left\{ 10\sigma_g \tanh 2k^{(1)}h + \frac{\sigma_g^2}{k^{(1)}} + 3k^{(1)} \right\} \\ &- \frac{\sigma^{(0)} [k^{(1)2} \{ 34\sigma_g^2 - 3k^{(1)2} \} + 9\sigma_g^4]}{8k^{(1)3} \sigma_g^2} + b_s \left\{ \frac{\sigma_g^2 - k^{(1)2}}{k^{(1)}} \right\} \end{aligned}$$

$$\phi_{1,2} = -\frac{3\sigma^{(0)} k^{(2)}}{k^{(1)} \sigma_g} - \frac{21\sigma^{(0)} \sigma_g}{k^{(1)2}} + \frac{\sigma^{(0)} k^{(2)2}}{2\sigma_g k^{(1)2}} + \frac{\sigma^{(0)}}{\sigma_g}$$

$$\tilde{\phi}_{1,2} = \frac{3\sigma^{(0)} k^{(2)}}{k^{(1)} \sigma_g} - \frac{21\sigma^{(0)} \sigma_g}{k^{(1)2}} + \frac{\sigma^{(0)} k^{(2)2}}{2\sigma_g k^{(1)2}} + \frac{\sigma^{(0)}}{\sigma_g}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{3,3} &= -a_s \left\{ 2\sigma_g \tanh 2k^{(1)}h - \frac{\sigma_g^2}{k^{(1)}} + k^{(1)} \right\} \\ &+ \frac{\sigma^{(0)} [k^{(1)2} \{ 10\sigma_g^2 - 9k^{(1)2} \} - \sigma_g^4]}{8k^{(1)3} \sigma_g^2} \end{aligned}$$

$$\varphi_{1,1} = \frac{\sigma^{(0)} [3k^{(1)2} \{ 2\sigma_g^2 + k^{(1)2} \} - \sigma_g^4]}{4k^{(1)3} \sigma_g^2} + b_s \left\{ \frac{\sigma_g^2 - k^{(1)2}}{k^{(1)}} \right\}$$

$$\varphi_{0,1} = \frac{2\sigma^{(2)}}{k^{(1)}} - a_s \left\{ 2\sigma_g \tanh 2k^{(1)}h - \frac{\sigma_g^2}{k^{(1)}} - 3k^{(1)} \right\}$$

$$- \frac{\sigma^{(0)} [k^{(1)2} \{ 10\sigma_g^2 - 3k^{(1)2} \} + \sigma_g^4]}{8k^{(1)3} \sigma_g^2} + \frac{Q^{(2)} \{ \sigma_g^2 - k^{(1)2} \}^2}{k^{(1)} \sigma^{(0)}}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{1,1} &= -a_s \left\{ 2\sigma_g \tanh 2k^{(1)}h - \frac{\sigma_g^2}{k^{(1)}} - 3k^{(1)} \right\} \\ &- \frac{\sigma^{(0)} [k^{(1)2} \{ 10\sigma_g^2 - 3k^{(1)2} \} + \sigma_g^4]}{8k^{(1)3} \sigma_g^2} \end{aligned}$$

$$\tilde{\varphi}_{0,1} = \varphi_{1,1} + \frac{Q^{(2)} \{ \sigma_g^2 - k^{(1)2} \}}{k^{(1)} \sigma^{(0)}} + \frac{2\sigma^{(2)}}{k^{(1)}}$$

$$\varphi_{1,2} = -\frac{\sigma^{(0)} k^{(2)}}{k^{(1)} \sigma_g} + \frac{3\sigma^{(0)} \sigma_g}{k^{(1)2}} - \frac{\sigma^{(0)} k^{(2)2}}{2\sigma_g k^{(1)2}} + \frac{\sigma^{(0)}}{\sigma_g}$$

$$\tilde{\varphi}_{1,2} = \frac{\sigma^{(0)} k^{(2)}}{k^{(1)} \sigma_g} + \frac{3\sigma^{(0)} \sigma_g}{k^{(1)2}} - \frac{\sigma^{(0)} k^{(2)2}}{2\sigma_g k^{(1)2}} + \frac{\sigma^{(0)}}{\sigma_g}$$

ここで、

$$a_s = -\frac{3\sigma_g^{(0)} \cosh 2k^{(1)}h}{8k^{(1)2} \sinh^4 k^{(1)}h}, \quad b_s = \frac{g\{3\sigma_g^2 + k^{(1)2}\}}{4k^{(1)2} \sigma_g^{(0)}}$$

・3次オーダーの3倍周波数成分の速度ポテンシャル
3倍周波数成分の速度ポテンシャル $\phi^{(3)}(x, z)$ を、式
(10)を参照し、ラプラス方程式と海底面境界条件を満足
する次式のように仮定する。

$$\begin{aligned} \phi^{(3)}(x, z) = & B^{(3)} e^{-ik^{(3)}x} Z(k^{(3)}z) \\ & + \overline{\phi_{3,3}} \{e^{3ik^{(1)}x} + B^{(1)2} e^{-3ik^{(1)}x}\} Z(3k^{(1)}z) \\ & + \overline{\phi_{1,1}} \{B^{(1)} e^{ik^{(1)}x} + B^{(1)2} e^{-ik^{(1)}x}\} Z(k^{(1)}z) \\ & + i\overline{\phi_{1,2}} B^{(2)} e^{i(k^{(1)} - k^{(2)})x} Z((k^{(1)} - k^{(2)})z) \\ & + i\overline{\phi_{1,2}} B^{(1)} B^{(2)} e^{-i(k^{(1)} + k^{(2)})x} Z((k^{(1)} + k^{(2)})z) \\ & \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここで、 $B^{(3)}$ は3次オーダーの自由波の速度ポテンシ
ヤル係数、 $\overline{\phi_{3,3}}$, $\overline{\phi_{1,1}}$, $\overline{\phi_{1,2}}$, $\overline{\phi_{1,2}}$ は速度ポテンシャル係数であ
り、 $Z(nz) = \cosh n(z+h) / \cosh nh$ である。ただし、 $n =$
 $k^{(1)}$, $k^{(3)}$, $3k^{(1)}$, $k^{(1)} \pm k^{(2)}$ である。

式(12)を3倍周波数成分の自由水面境界条件式(10)
に代入すると、波数 $k^{(3)}$ に対する分散関係式および速度
ポテンシャルの各係数が次のように得られる。

$$\begin{aligned} 9\sigma_g &= k^{(3)} \tanh k^{(3)}h \\ \overline{\phi_{3,3}} &= \frac{\phi_{3,3}}{3k^{(1)} \tanh 3k^{(1)}h - 9\sigma_g} \\ \overline{\phi_{1,1}} &= \frac{\phi_{1,1}}{k^{(1)} \tanh k^{(1)}h - 9\sigma_g} \\ \overline{\phi_{1,2}} &= \frac{\phi_{1,2}}{(k^{(1)} - k^{(2)}) \tan(k^{(1)} - k^{(2)})h - 9\sigma_g} \\ \overline{\phi_{1,2}} &= \frac{\tilde{\phi}_{1,2}}{(k^{(1)} + k^{(2)}) \tanh(k^{(1)} + k^{(2)})h - 9\sigma_g} \end{aligned}$$

・3次オーダーの基本周波数成分の速度ポテンシャル
基本周波数成分の速度ポテンシャル $\phi^{(1)}(x, z)$ を、式
(11)を参照し、ラプラス方程式と海底面境界条件を満足
する次式のように仮定する。

$$\begin{aligned} \phi^{(1)}(x, z) = & B^{(1)} e^{-ik^{(1)}x} Z(k^{(1)}z) \\ & + \overline{\phi_{3,3}} \{B_*^{(1)} e^{3ik^{(1)}x} + B^{(1)2} e^{-3ik^{(1)}x}\} \\ & \cdot Z(3k^{(1)}z) + \{(\overline{\phi_{1,1}} |B^{(1)}|^2 + \overline{\phi_{0,1}}) e^{ik^{(1)}x} \\ & + (\overline{\phi_{1,1}} B^{(1)} |B^{(1)}|^2 + \overline{\phi_{0,1}} B^{(1)}) e^{-ik^{(1)}x}\} Z(k^{(1)}z) \\ & + i\overline{\phi_{1,2}} B^{(2)} B_*^{(1)} e^{i(k^{(1)} - k^{(2)})x} Z((k^{(1)} - k^{(2)})z) \\ & + i\overline{\phi_{1,2}} B^{(2)} e^{-i(k^{(1)} + k^{(2)})x} Z((k^{(1)} + k^{(2)})z) \\ & \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここで、 $B^{(3)}$, $\overline{\phi_{1,1}}$, $\overline{\phi_{0,1}}$, $\overline{\phi_{1,1}}$, $\overline{\phi_{0,1}}$, $\overline{\phi_{3,3}}$, $\overline{\phi_{1,2}}$ および $\overline{\phi_{1,2}}$ は
速度ポテンシャル係数である。

各速度ポテンシャル係数と $\sigma^{(2)}$ は、式(1)と(2)を
 $z=0$ のまわりにテイラー級数展開した式に摂動展開式
(3)~(7)を代入した式を使って求められる(川崎,
1993)。

$$\overline{\phi_{3,3}} = \frac{\phi_{3,3}}{3k^{(1)} \tanh 3k^{(1)}h - 9\sigma_g}$$

$$\overline{\phi_{1,2}} = \frac{\phi_{1,2}}{(k^{(1)} - k^{(2)}) \tanh(k^{(1)} - k^{(2)})h - 9\sigma_g}$$

$$\overline{\tilde{\phi}_{1,2}} = \frac{\tilde{\phi}_{1,2}}{(k^{(1)} + k^{(2)}) \tanh(k^{(1)} + k^{(2)})h - 9\sigma_g}$$

$$\overline{\phi_{0,1}} = \overline{\tilde{\phi}_{0,1}} = \frac{\sigma^{(0)} k^{(1)}}{8\sigma_g^3} - \frac{\sigma^{(0)} \sigma_g}{8k^{(1)3}} - \frac{\sigma^{(0)}}{4k^{(1)} \sigma_g}$$

$$\begin{aligned} \overline{\phi_{0,1}} = \overline{\tilde{\phi}_{1,1}} = & \frac{a_s}{2} \left\{ \tanh 2k^{(1)}h + \frac{\sigma_g}{k^{(1)}} + \frac{k^{(1)}}{\sigma_g} \right\} \\ & + \frac{\sigma^{(0)} k^{(1)}}{16\sigma_g^3} - \frac{3\sigma^{(0)} \sigma_g}{16k^{(1)3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^{(2)} = & -\frac{Q^{(2)} \{ \sigma_g^2 - k^{(1)2} \}}{2\sigma^{(0)}} \\ & + \frac{a_s}{2} \{ k^{(1)} \sigma_g \tanh 2k^{(1)}h + \sigma_g^2 - 3k^{(1)2} \} \\ & + \frac{\sigma^{(0)} [k^{(1)2} \{ 16\sigma_g^2 - 3k^{(1)2} \} - 5\sigma_g^4]}{16k^{(1)2} \sigma_g^2} \\ & - \frac{\sigma^{(0)} [k^{(1)2} \{ 2\sigma_g^2 + k^{(1)2} \} + \sigma_g^4]}{4k^{(1)2} \sigma_g^2} |B^{(1)}|^2 \end{aligned}$$

on 領域 $R^{(+)}$

$$\begin{aligned} \sigma^{(2)} = & -\frac{Q^{(2)} \{ \sigma_g^2 - k^{(1)2} \}}{2\sigma^{(0)}} \\ & - \frac{\sigma^{(0)} [k^{(1)2} \{ 2\sigma_g^2 + k^{(1)2} \} + \sigma_g^4]}{4k^{(1)2} \sigma_g^2} \\ & + \left[\frac{a_s}{2} \{ k^{(1)} \sigma_g \tanh 2k^{(1)}h + \sigma_g^2 - 3k^{(1)2} \} \right. \\ & \left. + \frac{\sigma^{(0)} [k^{(1)2} \{ 16\sigma_g^2 - 3k^{(1)2} \} - 5\sigma_g^4]}{16k^{(1)2} \sigma_g^2} \right] |B^{(1)}|^2 \end{aligned}$$

on 領域 $R^{(-)}$

ii) 領域 $R^{(-)}$ での速度ポテンシャル

領域 $R^{(-)}$ での3次オーダーの3倍周波数成分および
基本周波数成分の速度ポテンシャルは、領域 $R^{(+)}$ での場
合同様に求めてられる。以下にその結果のみを表す
(川崎, 1993)。

・3次オーダーの3倍周波数成分の速度ポテンシャル
 $\phi^{(3)}(x, z) = I^{(3)} e^{ik^{(3)}x} Z(k^{(3)}z) + i\overline{\phi_{1,2}} I^{(1)} I^{(2)} e^{i(k^{(1)} + k^{(2)})x}$
 $\cdot Z((k^{(1)} + k^{(2)})z) + \overline{\phi_{3,3}} I^{(1)3} e^{3ik^{(1)}x} Z(3k^{(1)}z)$
 $\dots\dots\dots (14)$

ここで、 $I^{(1)}$ は1次オーダーの伝達率、 $I^{(2)}$ と $I^{(3)}$ は2次
と3次オーダーの自由波の速度ポテンシャル係数であ
る。

・3次オーダーの基本周波数成分の速度ポテンシャル
 $\phi^{(1)}(x, z) = I^{(1)} e^{ik^{(1)}x} Z(k^{(1)}z)$
 $+ i\overline{\phi_{1,2}} I^{(2)} I_*^{(1)} e^{-i(k^{(1)} - k^{(2)})x} Z((k^{(1)} - k^{(2)})z)$
 $+ \{ \gamma_{0,1} I^{(1)} + \gamma_{1,1} |I^{(1)}|^2 \} e^{ik^{(1)}x} Z(k^{(1)}z)$
 $\dots\dots\dots (15)$

ここで、 $I^{(3)}$, $\gamma_{0,1}$ と $\gamma_{1,1}$ は速度ポテンシャル係数であ
り、 $\gamma_{0,1}$ と $\gamma_{1,1}$ は次のようである。

$$\gamma_{0,1} = \frac{\sigma^{(0)} \sigma_g}{4k^{(1)3}} - \frac{\sigma^{(0)} k^{(1)}}{4\sigma_g^3}$$

$$\gamma_{1,1} = \frac{a_s}{2} \left\{ \tanh 2k^{(1)}h + \frac{\sigma_g}{k^{(1)}} + \frac{k^{(1)}}{\sigma_g} \right\} - \frac{7\sigma^{(0)}\sigma_g}{16k^{(1)3}} + \frac{5\sigma^{(0)}k^{(1)}}{16\sigma_g^3}$$

したがって、 $R^{(+)}$ と $R^{(-)}$ で解析的に求めた速度ポテンシャルを用いると、仮想鉛直境界面での境界条件 $\phi^{(3)}|_{x=\pm b}$, $\phi_1^{(3)}|_{x=\pm b}$, $\partial\phi^{(3)}/\partial\nu|_{x=\pm b}$, $\partial\phi_1^{(3)}/\partial\nu|_{x=\pm b}$ が与えられる。

c) 構造物表面と海底面で境界条件

構造物表面と海底面での不透過の条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial\phi^{(3)}}{\partial\nu} = 0, \quad \frac{\partial\phi_1^{(3)}}{\partial\nu} = 0 \quad \dots\dots\dots(16)$$

以上のように、閉領域 $R^{(0)}$ の各境界面で与えられた境界条件式を用い、**図-1** に示すような閉領域における境界上のある地点 X での速度ポテンシャルに関して次式のようなグリーン公式が適用できる。

$$\phi(X) = \int_s \{ \phi(X_b)G_\nu(r) - G(r)\phi_\nu(X_b) \} ds \quad \dots\dots(17)$$

$$G(r) = \frac{1}{\pi} \log r$$

ここで、 r は境界上の点 X_b と $X=(x, z)$ との間の距離で、積分は境界面 s に沿って反時計まわりに行われる。

2.2 圧気室内の空気圧縮モデル

圧気室内の空気圧の変化 $P(t)$ にボイル法則に基づいた断熱変化を仮定して、状態方程式をつくり、その状態方程式を初期体積 $V^{(0)}$ に対してテイラー級数展開を行うと、次式のようになる。

$$P(t) = P^{(0)} \left\{ 1 - \gamma\Omega + \frac{\gamma(1+\gamma)}{2}\Omega^2 - \frac{\gamma(1+\gamma)(2+\gamma)}{6}\Omega^3 + \dots \right\} \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\Delta V(t) = - \int_{-l_1}^{l_1} \zeta(x; t) dx \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここで、 $\Omega = \Delta V/V^{(0)}$, $\gamma = 1.4$, $V^{(0)}$ と ΔV は圧気室内の空気の初期体積と変動体積である。式 (19) を式 (18) に代入し、圧気室内の水面における力学的境界条件式 (2) および摂動展開式 (3)~(7) を用いると、3次オーダーの3倍周波数成分および基本周波数成分の空気圧変化を表す関係式が得られる(川崎, 1993)。数式は紙面の制限のため記述できないが、後述の**図-5**に示すように3次オーダーの寄与は小さい。

2.3 水面波形

閉領域 $R^{(0)}$ での水面波形は、力学的境界条件式 (2) を静水面 $z=0$ まわりにテイラー級数展開した結果に摂動展開式 (3)~(7) を代入することにより求められる。ここで、3次オーダーの3倍周波数成分および基本周波数成分の水面波形に対する結果のみ表すと、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \eta^{(3)} = & -\frac{3\sigma^{(0)}}{g} \operatorname{Re}\{i\phi^{(3)}e^{3i\sigma t}\} - \frac{1}{2g} \operatorname{Re}\{(\phi_x^{(1)}\phi_x^{(2)} \\ & + \phi_z^{(1)}\phi_z^{(2)})e^{3i\sigma t}\} - \frac{\sigma^{(0)}}{g} \operatorname{Re}\{i\eta^{(1)}\phi_z^{(2)}e^{3i\sigma t}\} \\ & - \frac{\sigma^{(0)}}{2g} \operatorname{Re}\{i\eta^{(2)}\phi_z^{(1)}e^{3i\sigma t}\} - \frac{1}{4g} \operatorname{Re}\{\eta^{(1)}(\phi_x^{(1)}\phi_{xz}^{(1)} \\ & + \phi_z^{(1)}\phi_{zz}^{(1)})e^{3i\sigma t}\} - \frac{\sigma^{(0)}}{8g} \operatorname{Re}\{i\eta^{(1)2}\phi_{zz}^{(1)}e^{3i\sigma t}\} \dots\dots(20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_1^{(3)} = & -\frac{\sigma^{(2)}}{g} \operatorname{Re}\{i\phi^{(1)}e^{i\sigma t}\} - \frac{\sigma^{(0)}}{g} \operatorname{Re}\{i\phi_1^{(3)}e^{i\sigma t}\} \\ & - \frac{1}{2g} \operatorname{Re}\{(\phi_{*x}^{(1)}\phi_{zz}^{(2)} + \phi_{*z}^{(1)}\phi_z^{(2)})e^{i\sigma t}\} - \frac{1}{2g} \\ & \cdot \operatorname{Re}\{[\phi_x^{(1)}(\phi_{0,x}^{(2)} + \phi_{0,*x}^{(2)}) + \phi_z^{(1)}(\phi_{0,z}^{(2)} + \phi_{0,*z}^{(2)})]e^{i\sigma t}\} \\ & - \frac{\sigma^{(0)}}{g} \operatorname{Re}\{i\eta_*^{(1)}\phi_z^{(2)}e^{i\sigma t}\} - \frac{\sigma^{(0)}}{2g} \operatorname{Re}\{[-i\eta^{(2)}\phi_{*z}^{(1)} \\ & + i(\eta_0^{(2)} + \eta_{0,*}^{(2)})\phi_z^{(1)}]e^{i\sigma t}\} - \frac{1}{4g} \operatorname{Re}\{(\eta_*^{(1)}\phi_x^{(1)}\phi_{xz}^{(1)} \\ & + \eta^{(1)}\phi_{*x}^{(1)}\phi_{zz}^{(1)} + \eta^{(1)}\phi_z^{(1)}\phi_{*zz}^{(1)})e^{i\sigma t}\} \\ & - \frac{1}{4g} \operatorname{Re}\{(\eta_*^{(1)}\phi_z^{(1)}\phi_{zz}^{(1)} + \eta^{(1)}\phi_{*z}^{(1)}\phi_{zz}^{(1)} \\ & + \eta^{(1)}\phi_z^{(1)}\phi_{*zz}^{(1)})e^{i\sigma t}\} - \frac{\sigma^{(0)}}{8g} \operatorname{Re}\{(-i\eta^{(1)2})\phi_{*zz}^{(1)} \\ & + 2i|\eta^{(1)}|^2\phi_{zz}^{(1)}\}e^{i\sigma t}\} \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

3. 解析結果と水理実験結果の比較検討

本研究の理論解析において、仮想鉛直境界面の位置 ($x = \pm b$) を、予備計算から減衰定常波の影響が無視できると考えられる $\pm b = \pm(b_2 + 1.5L)$ に設定している。

3.1 水面波形の特性

(i) 自由水面の空間波形

図-2, 3 は潜水深が異なる場合の自由水面の空間波形の計算例を示している。**図-2** をみると、非線形成分波は構造物の沖側では、ほとんど現れないが、構造物の天端から次第に大きくなって構造物の岸側に伝達されており、構造物の天端上の水深が急に浅くなることにより、波と構造物との非線形干渉が大きくなることわかる。また、潜水深がより浅くなると、**図-3** に示すように、2次と3次オーダーの非線形成分が非常に大きくなり、構造物の背後の水面変動に大きな影響を及ぼす。さらに、水面変動は各オーダーの成分波の位相差により大きく変化するのが認められる。

図-3 において、3次オーダーの空間波形は2次オーダーに比べてその値は小さいが、2次オーダーと同様に構造物の天端上で徐々に発達する。3次オーダーの成分は3倍周波数成分と基本周波数成分の2つを含んでいるが、構造物の背後での空間波形でよく認められるように、3次オーダーと1次オーダーの2つの基本周波数成分波の各位相は互いに異なることわかる。これより、3次オーダーの基本周波数成分波が1次オーダーの基本周波

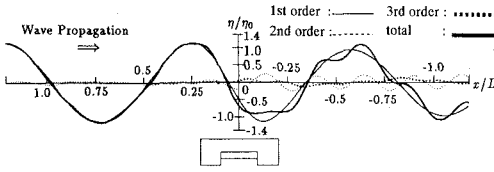


図-2 自由水面の空間波形
($q_3=0.3, q_2=0.1, 2\eta_0/L=0.0175, 2b_2/L=0.45$)

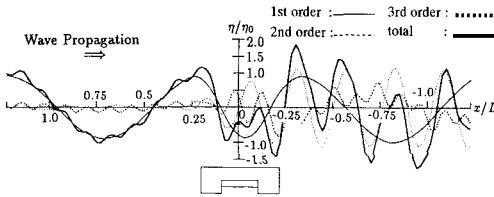


図-3 自由水面の空間波形
($q_3=0.14, q_2=0.1, 2\eta_0/L=0.0175, 2b_2/L=0.45$)

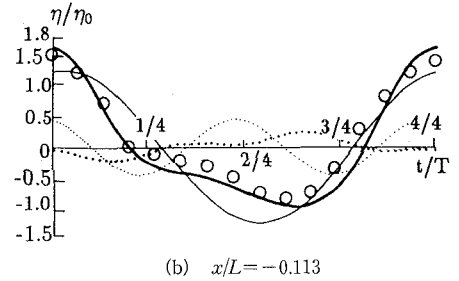
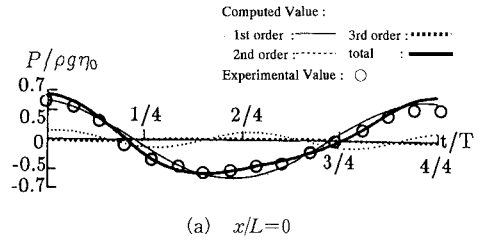


図-4 水面時間波形
($q_3=0.2, q_2=0.1, 2\eta_0/L=0.0175, 2b_2/L=0.45$)

数成分波がもつ波エネルギーを補正し、全般的に2次オーダーの自由波の発生による波エネルギーの増加を一部修正させることになる。したがって、本解析結果が2次オーダーまでの解析結果よりもよい結果を与えると考えてよさそうである。

ii) 水面の時間波形

図-4(a)は構造物の天端上の中央 $x=0$ cm, 図-4(b)は同じく天端上で中央より岸側へ $x=17$ cm 離れた地点の水面の時間変動の計算値と実験値(金, 1992)を示す。波が構造物の天端を進行するにつれて、2次と3次オーダーの非線形成分波が大きくなるとともに、波峰が尖り、波谷が広がる傾向が図-2, 3と同様に認められ、水面の時間波形は各非線形成分波の波速の相違に起因する位相干渉により大きく変化する。そして、本解析結果と実験結果がよく一致することが認められる。

3.2 圧気室内の空気圧

図-5は圧気室内の空気圧の時間変化の計算値と実験値(金, 1992)を示したものである。図をみると、空気圧変動の場合は圧気室の下部領域による波エネルギーの輸送は少ないため、水面変動でみられたような非線形成分の寄与は小さいことが認められる。

4. おわりに

本研究は3次オーダーのストークス波を使った非線形定常境界値解析法を展開して、固定された潜水圧気型構造物による波の変形と圧気室内の空気圧変化について論

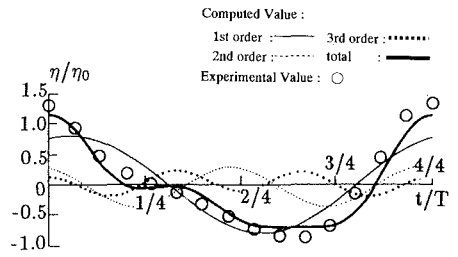


図-5 圧気室内の空気圧の時間変化
($q_3=0.2, q_2=0.1, 2\eta_0/L=0.0103, 2b_2/L=0.33$)

議した。提案手法と実験値の対応はよいので、本計算手法は近似の高い手法であると考えている。

参考文献

岩田好一朗・金 度三・織田幸伸・下田直克 (1992): 半潜水圧気浮体の非線形波浪動揺および波の変形に関する研究, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 781-785.
 川崎浩司 (1993): 潜水圧気型固定構造物による波の非線形変化に関する研究, 名古屋大学卒業論文, 31 p.
 金 度三 (1992): 圧気型構造物による波の変形および波による構造物の動的応答に関する基礎的研究, 名古屋大学学位論文, 192 p.
 吉田明徳・村上啓介・小島治幸・鶴本良博 (1989): グリーン公式による有限振幅波の定常境界値問題解析手法, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 469-473.
 Kim, D. S. and K. Iwata (1991): Dynamic Behavior of Tautly Moored Semi-Submerged Structure with Pressurized Air-Chamber and Resulting Wave Transformation, CEJ, JSCE, Vol. 34, No. 2, pp. 223-242.