

変動波圧を受ける海底地盤の挙動の数値模擬への 個別要素法の応用

後藤仁志*・酒井哲郎**・富永圭司***・豊田泰晴****

1. はじめに

波浪による海底地盤内の間隙水圧変動に伴う地盤の繰り返しゼロ有効応力状態（以下では、これを『液状化』と呼ぶ）は、海岸構造物の沈下、転倒などの災害を誘発する。地盤内間隙水圧変動に関する既往の解析モデルの多くは、連続体近似を前提としていたが、地盤を構成する砂粒子間の有効応力がいったんゼロとなると砂粒子は流動化し、連続体近似と現実の地盤の構成関係とに著しい齟齬が生じる。

このような連続体近似の適用限界を克服するために有効な手法の一つとして、個別要素法が挙げられる。個別要素法では、地盤は複数のブロックの集合体としてモデル化され、各ブロックの運動がブロック間の相互作用を考慮しながら追跡されるので、不連続体としての地盤の特性を表現することが可能である。個別要素法は、Cundall・Strack (1979) によって提唱された粒状体解析の手法で、これまでも構造工学・地盤工学などの分野で種々の問題の解析が行われ、その有効性が確認されている。その適用範囲は多岐にわたるが、液状化現象についての適用例としては、垂水・伯野 (1988) による地震による地盤の液状化の解析、および西村 (1993) による圧密試験時の間隙水圧と地盤骨格の相互作用の解析などが挙げられるものの、被圧海底地盤の『液状化』を扱ったものは見られない。

そこで、本研究では、連続体近似の適用限界に相当する波圧変動の条件下での海底地盤の挙動に関して、個別要素法に基づく数値解析を用いて検討し、波浪による海底地盤の『液状化』の発生メカニズムについて、粒状体としての地盤の力学的特性の面から考察を加える。

2. シミュレーションモデル

2.1 モデルの構成

個別要素法を用いることの最大の利点は、地盤を複数のブロックの集合体としてモデル化できる点にあるが、

ここでは、計算条件を単純化して個別要素法の本質的特性を明確化するため、木山・藤村 (1983) の研究を参考に、図一1に模式的に示すような規則的に配列された直径2cmの2次元円盤要素群により地盤のモデル化を行う。要素配列は、1段の配列要素数5/4の千鳥配置で、17段積み上げ、合計77個の要素を解析対象とする。

『液状化』を最も厳密に取り扱うには、地盤骨格と間隙流体との相互作用を考慮する必要がある。『液状化』を取り扱ったこれまでの研究でも、地盤骨格と間隙流体との相互作用を取り入れた『間隙水連成型の個別要素法』が用いられてきたが、この種の厳密な取り扱いとは極めて短時間の現象（地震による『液状化』の現象のスケールは、0.01sのオーダー）を対象とする場合には可能であるが、本研究の場合には数秒間の継続的計算を必要とすることから、計算量が膨大となり系統的な検討は困難である。そこで本研究では、地盤の粒状体的な挙動に注目することとし、間隙水圧分布を既知として、地盤骨格の挙動を個別要素法により解析することとする。従って、モデル化に際しては地盤骨格の運動に起因する付加的な間隙水圧変動を陽には記述していない。

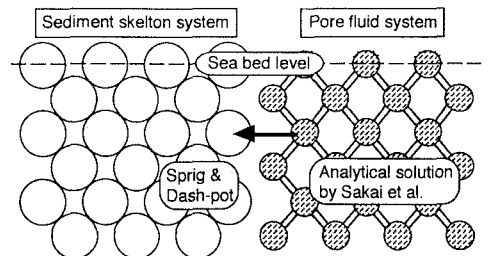
2.2 地盤骨格系のモデル

個別要素法では、各要素は剛体と仮定し、要素間の相互作用を弾性スプリングと粘性ダッシュポットにより表現して、各要素の運動方程式を陽解法で解いて要素群の運動が追跡される。

a) 要素間接触判定

ここでは、円盤要素を取り扱うので、接触判定条件は、

$$R_{ij} \leq r_i + r_j; R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \dots (1)$$



図一1 要素配列

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

*** 学生会員 京都大学大学院工学研究科

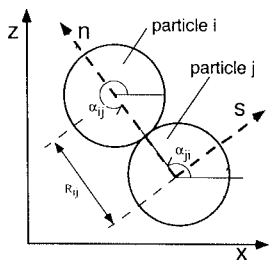


図-2 座標系

となる。ここに、 (x_i, z_i) , (x_j, z_j) : 要素 i, j の中心の座標、 r_i, r_j : 要素 i, j の半径、 R_{ij} : 要素 i, j 間の距離である。座標系を図-2 に示す。

b) 接触要素間の作用力の算定

要素間の接触状態を図-3 に示すようにモデル化する。各要素の接点には、法線方向に弾性スプリング (ばね定数 k_n) および粘性ダッシュポット (減衰定数 η_n) が配置され、接線方向にも弾性スプリング (ばね定数 k_s) および粘性ダッシュポット (減衰定数 η_s) が配置されている。さらに、法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントが、接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイントがそれぞれ配置されている。局所座標系 $n-s$ における要素 i, j 間の法線および接線方向の作用力 f_n, f_s は、

$$\left. \begin{aligned} [f_n]_t &= [e_n]_t + [d_n]_t \\ [f_s]_t &= [e_s]_t + [d_s]_t \\ [e_n]_t &= \min\{[e_n]_{t-\Delta t} + k_n \cdot \Delta \xi_n, e_{nmax}\} \\ [d_n]_t &= \eta_n \cdot \Delta \xi \\ [e_s]_t &= \min\{[e_s]_{t-\Delta t} + k_s \cdot \Delta \xi_s, e_{smax}\} \\ [d_s]_t &= \eta_s \cdot \Delta \xi_s \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

と書ける。ここに、 e_n, e_s : 法線および接線方向のばねによる抗力、 d_n, d_s : 法線および接線方向のダッシュポットによる抗力、 $\Delta \xi_n, \Delta \xi_s$: 時間 Δt 間の法線および接線方向変位であり、 $[]_t$ は時刻 t における値を、ドット () は時間微分を表す。また、 e_{nmax}, e_{smax} は塑性変形を表現するためのばねによる抗力の上限值であり、要素間の噛み合わせ効果を表現して3次元性を有する実現象と本モデルとのギャップを埋めるため導入された。

法線および接線方向のジョイントの効果は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} [f_n]_t &= [f_s]_t = 0 ; [e_n]_t < 0 \dots\dots\dots (4) \\ [f_n]_t &= \mu \cdot \text{SIGN}([e_n]_t, [e_n]_t) ; |[e_s]_t| > [e_n]_t \dots\dots\dots (5) \end{aligned} \right.$$

ここに、 μ : 摩擦係数、 $\text{SIGN}(a, b)$ は $|a|$ に b の符号を付けることを意味する。計算領域の側方には鉛直固定壁が配置されるが、木山・藤村 (1983) に習って壁と要素間と要素間相互の相違を表現するために、ばね定数 k_{nw} ,

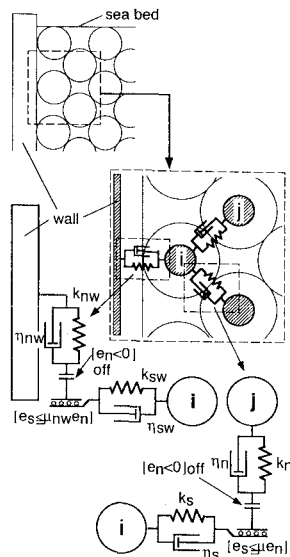


図-3 要素間接触のモデル化

k_{sw} 減衰定数 η_{nw}, η_{sw} 摩擦係数 μ_w およびばねによる抗力の上限值 e_{nmax}, e_{smax} を導入することとした。計算に用いたモデル定数について、表-1 に示す。

c) 要素の運動

個々の要素間の作用力を $x-z$ 座標系に変換して総和をとり、各要素の並進および回転運動の方程式

$$\left. \begin{aligned} M_i [\ddot{x}_i]_t &= \sum_j \left\{ -[f_n]_t \cos \alpha_{ij} + [f_s]_t \sin \alpha_{ij} \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{2\pi} p \cdot r_i \cos \theta d\theta \right. \\ M_i [\ddot{z}_i]_t &= \sum_j \left\{ -[f_n]_t \sin \alpha_{ij} + [f_s]_t \cos \alpha_{ij} \right. \\ &\quad \left. - M_i g + \int_0^{2\pi} p \cdot r_i \sin \theta d\theta \right. \\ I_i [\ddot{\phi}_i]_t &= r_i \cdot \sum_j [f_s]_t \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

を逐次数値積分して各要素の運動を追跡する。ここに、 α_{ij} : 要素 i, j の接触角、 M_i : 要素 i の質量 ($= \sigma \pi r_i^2$; σ : 砂の密度)、 I_i : 要素 i の慣性モーメント ($= \sigma \pi r_i^4 / 2$)、 p : 間隙水圧、 g : 重力加速度である。

2.3 間隙流体系のモデル

海底面での水圧変動が正弦波に従う場合を対象として、地盤内間隙水圧の時間変化を酒井・間瀬・山本 (1993) の解析解

$$\begin{aligned} \frac{p}{p_0} &= \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \exp\left\{-\sqrt{\frac{\pi \alpha}{c}} \left(1 - \frac{z}{l}\right)\right\} \\ &\quad \times \cos\left\{-\sqrt{\frac{\pi \alpha}{c}} \left(1 - \frac{z}{l}\right) + 2\pi \frac{t}{T}\right\} + \frac{1}{\alpha} \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

表-1 モデル定数

	inter-element	wall-element
k_n	$9.45 \times 10^4 \text{ N/m}$	$18.9 \times 10^4 \text{ N/m}$
k_s	$2.36 \times 10^4 \text{ N/m}$	$4.73 \times 10^4 \text{ N/m}$
η_n	39.73 Ns/m	79.47 Ns/m
η_s	19.87 Ns/m	39.73 Ns/m
μ	0.577	0.176
e_{nmax}	2.5 N	14 N
e_{smax}	0.025 N	0.03 N
Δt	$1.0 \times 10^{-4} \text{ s}$	

$$\alpha = 1 + \frac{n \cdot m_w}{m_v}; \quad c = \frac{k}{\gamma_w m_v} \frac{T}{l^2} \dots \dots \dots (8)$$

で与えることとする。ここに、 γ_w :水の単位体積重量、 p_0 :地盤表面の水圧変動の振幅、 k :地盤の透水係数、 n :間隙率、 m_w :間隙水の圧縮率、 m_v :構造骨格の体積圧縮係数、 T :地盤表面の水圧変動の周期、 l :砂層厚に関係する長さスケールである。ここでは、中央粒径 $d = 0.25 \text{ mm}$ の砂地盤を対象にした酒井ら (1993) の地盤内間隙水圧の計測結果との対応を考慮し、 $\alpha = 22.0$ 、 $c = 6.0$ 、 $l = 135.0 \text{ cm}$ 、 $T = 3.0 \text{ s}$ とする。この場合の間隙水圧分布を示したのが図-4である。先にも述べたように、モデル化に際しては、地盤骨格の運動に起因する付加的な間隙水圧変動は陽に記述されないが、酒井らの解析解は、地盤骨格の運動や地盤内の気泡の混入などの実際の地盤の状態を反映した地盤内間隙水圧の分布の実測結果に適合するように係数が調整されており、その意味で、構造骨格の運動が間隙水圧分布にもたらす影響は近似的に考慮されていると言うことができる。

2.4 境界条件・初期条件

計算の初期条件を決定するため、要素群の両端に鉛直壁を配置し、各要素間および要素と周囲の壁の間に0.004 cmの間隙を残した非接触の状態から計算を開始して、要素のパッキングを行った。計算の過程では一定の時間が経過するごとに静止土圧分布の収束の程度を確認して、土圧分布がほぼ平衡状態となった時点でパッキングの完了と判断した。パッキングの完了に要した時間は、0.1 sである。

3. シミュレーション結果と考察

3.1 『液状化』の発生条件

Madsen (1974) は、土粒子の水中重量と間隙水圧分布による揚力との釣り合いを考えた『液状化』の発生条件を提案しているが、Madsenの条件を単一の要素 i について書き直すと、

$$F_M \leq 0; \quad F_M = M_i g - \rho g V_i + \int_0^{2\pi} p \cdot r_i \sin \theta d\theta \dots (9)$$

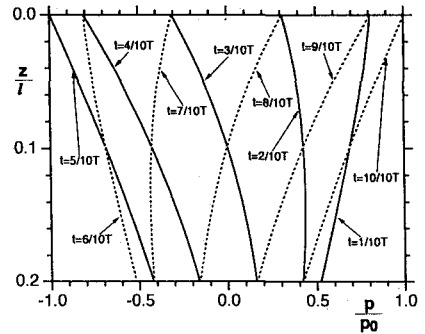


図-4 間隙水圧変動の鉛直分布

となる。ここに、 ρ :水の密度、 V_i :要素 i の体積、 θ :水圧の作用方向と水平方向のなす角である。この条件では複数の要素間の相互作用を考慮していないため、要素周囲の間隙水圧分布が要素に及ぼす揚力と浮力の合力に対して要素の自重が抵抗できなくなった時点で『液状化』が発生することとなる。言い換えると、ある深さでの『液状化』の発生(要素の浮き上がり)を考えると、それより浅いところの要素は全て浮き上がって(『液状化』が発生して)おり、『液状化』の発生を論じる対象となる要素は被覆されていない状態を想定することとなる。

これに対して、個別要素法では要素間の作用力が時々刻々追跡されるので、要素間作用力がゼロとなった状態、すなわちある要素が下方の要素との接触を断って浮き上がった状態を『液状化』と定義する(上方の要素とは接触していても下方の要素と離れていれば『液状化』が発生したと考える)。以下では、個別要素法による『液状化』の発生予測をMadsenの条件と比較して、要素間の相互作用すなわち粒状体としての地盤の特性が『液状化』に及ぼす影響について考察する。

3.2 要素間作用力の時間変化

計算は、中央粒径 $d = 0.25 \text{ mm}$ の砂地盤の海底面から深さ 27.5 cm までの領域を対象に行われ、幅 12.6 cm の間隔を隔てて固定された鉛直壁間の 77 個の要素の運動が追跡された。計算領域および要素間作用力 F_{IE} の記録位置を図-5に示す。図-6は、地盤表面に作用する水圧が変動する際の要素間作用力 F_{IE} の時間変化について (i) 計算領域の表層寄りの中間部(第5段と6段の間;第5層)、(ii)概ね中間部(第10段と11段の間;第10層)、(iii)最深部(第16段と17段の間;第16層)を対象に示したものであり、図中には地盤表面の水圧変動振幅を $p_0 = 0.4, 0.5, 0.6 \text{ m}$ と変化させた場合を示している。一方、図-7は、図-6における(i)-(iii)の場合についてのMadsenの『液状化』条件を適用した際の要素に作用する力 F_M を示したものである。

(i)第5層については、個別要素法およびMadsenの

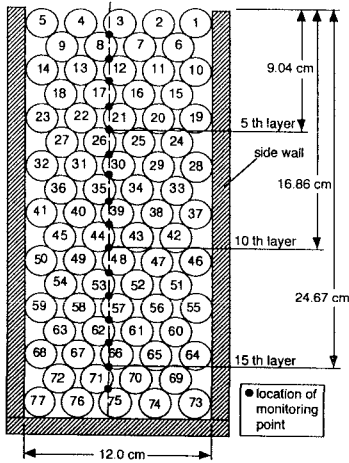


図-5 要素間作用力の計算位置

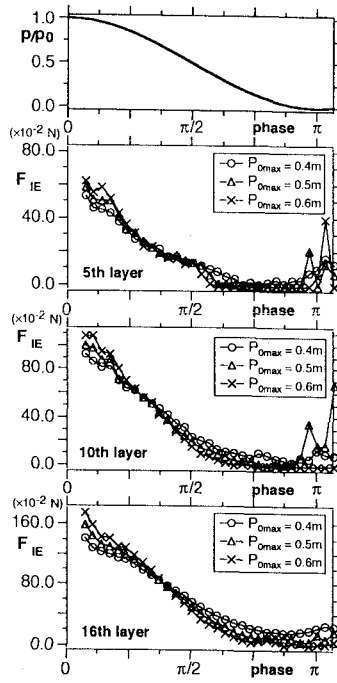


図-6 要素間作用力の時間変化

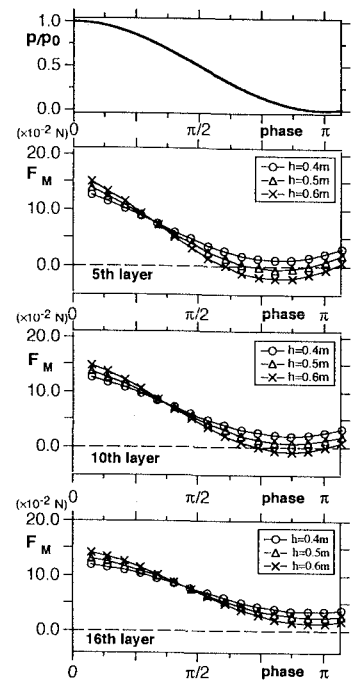


図-7 Madsen の条件による作用力

液状化条件ともに、地盤表面の水圧変動振幅 $p_0=0.5$, 0.6 m で『液状化』が発生している。 $p_0=0.4\text{ m}$ の場合は、個別要素法の要素間作用力 F_{IE} は小刻みな変動を繰り返しつつ幾度か臨界状態 ($F_{IE}=0$ の寸前) となるものの、 $F_{IE}=0$ とはなることなく、僅かのところで『液状化』の発生を免れている。これに対して、Madsen の『液状化』条件による作用力 F_M は滑らかに推移し、臨界状態となることはない。(ii) 第 10 層については、個別要素法では $p_0=0.5$, 0.6 m の場合に『液状化』が発生しているのに対して、Madsen の『液状化』条件では $p_0=0.6\text{ m}$ のときのみ『液状化』の発生が認められる。(iii) 第 16 層については、全ての場合について個別要素法、Madsen の『液状化』条件とも『液状化』の発生は認められないが、両者の作用力の挙動には顕著な相違が認められる。すなわち、 $p_0=0.6\text{ m}$ の場合の個別要素法の要素間作用力 F_{IE} は $F_{IE}=0$ 付近で小刻みな変動を繰り返しながらも『液状化』は寸前で回避されている。

地盤 (要素群) 全体の挙動を視覚的に把握するため、瞬間の要素の位置を時刻 $t=0.8$ 秒から $t=1.8$ 秒までの 0.2 秒刻み 6 コマの連続画像として示したのが、図-8 である。時刻 $t=0.8$ 秒には顕著な要素の浮き上がりが認められないが、時刻 $t=1.0$ 秒になると第 1 層と第 2 層の間に隙間が生じ、第 1 層が大きく浮上する。さらに、時刻 $t=1.2$ 秒には顕著な隙間は第 4 層から第 6 層にかけて生じ、第 5 層の要素群は上方、下方の何れの要素群とも

明瞭に隔絶されている。時刻が進んで $t=1.4$ 秒には、第 7 層から第 10 層にかけて明瞭な要素の浮き上がり生じ、さらに、時刻 $t=1.6$ 秒に至って第 10 層から第 11 層にまで及んだ後に要素群は沈降を開始し、時刻 $t=1.8$ 秒には層間の明瞭な隙間は確認できない。このように層間の明瞭な隙間は、時間の経過とともに下方に段階的に進行しており、『液状化』が表層から深層へと順に伝播していく様子が示されている。

このような現象を定量的に把握するため、要素間作用力 F_{IE} の鉛直分布の時間変化を示したのが、図-9 である。図中の N_L は全層数、 i_L は表層から数えた層数を示しており、ここでは、 $N_L=16$, $i_L=1\sim 16$ である。図中には全層数、は表層から数えた層の数を示しており、ここではである。時刻 $t=0.6$ 秒では要素間作用力は全て正の値をとっており、『液状化』が発生していないが、時間の経過とともに $F_{IE}=0$ の領域が表層から深層へと進行し、図-8 の要素群の挙動から定性的に見いだされたことが、再確認された。ただし、視覚的に確認された要素間の大きな隙間の位置と『液状化』の発生・非発生領域の境界線の深さとは一致せず、視覚的に確認されたよりもかなり深い位置まで『液状化』が進行していることが理解できる。例えば、時刻 $t=1.0$ 秒においては、図-8 では第 1 層と第 2 層の間に顕著な隙間が存在したが、図-9 では全層厚のほぼ半分まで『液状化』が進行している。

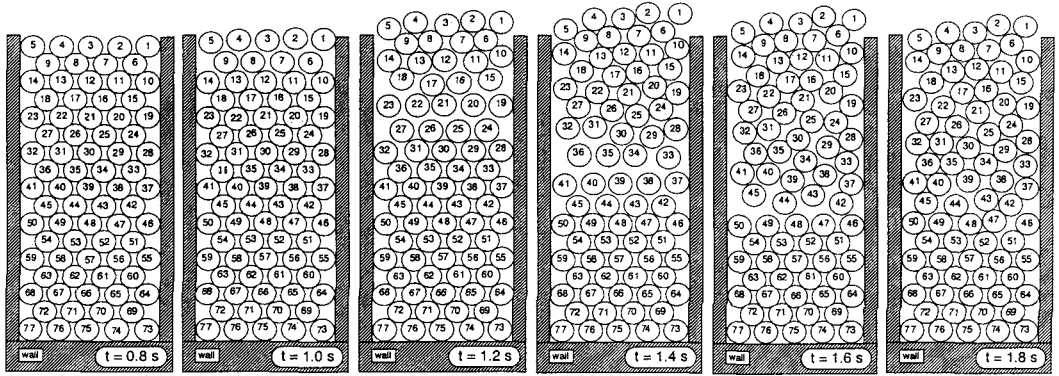


図-8 要素の挙動の Snapshots ($\rho_0=0.6 \text{ m}$)

3.3 『液状化』の発生領域

図-6および図-7によると、全体としては、地盤構成要素間の相互作用を考慮する個別要素法に比べて単一の要素に対する力の釣り合いを考える Madsen の条件は、『液状化』の発生を過小評価する傾向があった。そこで、個別要素法と Madsen の『液状化』条件との相違を系統的に明らかにするため、地盤に作用する水圧の振幅の変化に対する液状化の発生層厚の変化を示したのが、図-10である。Madsen の『液状化』条件では、 $\rho_0=0.4 \text{ m}$ では『液状化』が発生しないのに対して、個別要素法の予測では $\rho_0=0.35 \text{ m}$ を超えると『液状化』が始まり、 $\rho_0=0.65 \text{ m}$ では計算領域の全体が『液状化』する。これに対して、Madsen の『液状化』条件で計算領域の全体が『液状化』するのは、 $\rho_0=0.8 \text{ m}$ のときであり、Madsen の条件が危険側の予測値を与えることとなる。

4. おわりに

本研究では、既往の被圧海底地盤のモデルを『液状化』の発生領域に適用する際の問題点であった連続体近似を用いることなく、個別要素法に基づく数値シミュレーションにより被圧海底地盤の『液状化』の発生過程を追跡した。要素間の相互作用を考慮に入れない Madsen の液状化条件は、本シミュレーションに比べて『液状化』の発生を過小評価し、危険側の予測を与えることが示され、被圧海底地盤の『液状化』を考える上での要素間の相互作用すなわち粒状体としての地盤の力学的特性の重要性が明らかとなった。

参 考 文 献

木山英郎・藤村 尚 (1983): カンドルの離散剛要素法を用いた

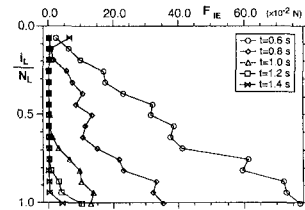


図-9 要素間作用力の鉛直分布

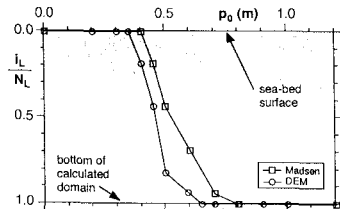


図-10 『液状化』の発生領域

岩質流状態の重力流動の解析, 土木学会論文集, 第 333 号, pp. 137-146.
 酒井哲郎・間瀬 肇・山本哲也 (1993): 水圧変動による地盤表面付近の間隙水圧変動, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 586-590.
 垂水祐二・白野元彦 (1987): Quick Sand と液状化に関する粒状体シミュレーション, 東京大学地震研究所集報, Vol. 62, pp. 535-577.
 西村 強 (1993): 運動方程式を基礎とした地盤の大変形解析法の開発に関する研究, 京大大学学位論文, p. 131.
 Cundall, P. A. and Strack, O. D. L. (1979): A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29, No. 1, pp. 47-65.
 Madsen, O. S. (1974): Stability of sand bed under breaking waves, Proc. 14 th Int. Conf. on Coastal Eng., Vol. 2, pp. 776- 794.