

# 粒状体モデルによるシートフローの流動過程の 数値シミュレーション

後藤 仁志\*・酒井 哲郎\*\*・富永 圭司\*\*\*

## 1. 緒 言

シートフロー漂砂は暴浪時に大量の底質移動が生じる際に支配的な移動形態であり、海浜変形の予測の際にも重要な因子であるとの認識から、これまでも多くの研究が行われてきた。さらに、近年、単に漂砂量の把握に留まらず、砂粒子の移動速度、濃度分布等の計測を通じてシートフロー漂砂の流動機構を把握しようとする研究が進展しつつある(例えば、浅野ら, 1993; 山下ら, 1993; 李ら, 1993)。

シートフロー漂砂では大量の底質移動が移動するため、砂層表層の砂粒子が選択的に輸送される各個運搬と異なり、砂粒子間の干渉が支配的となる。後藤ら(1994)は、砂粒子の衝突を剛体球の衝突でモデル化したCampbellら(1985)のモデルを砂粒子運動のLagrange型のシミュレーションと融合して、砂粒子間衝突を考慮に入れたsaltationの数値解析を実施している。しかしながら、このようなアプローチは膨大な計算量を必要とするため、Shields数の小さい領域における弱いシートフロー状態(各個運搬と集合流動の遷移状態)に限定した取り扱いとなっており、saltationの崩壊とシートフローへの遷移の初期状態を対象とするに留まっている。

そこで本研究では、このようなシートフロー漂砂の粒状体的特性に着目し、従来よりもShields数の大きい領域において個々の砂粒子の離散的運動を粒子間干渉を考慮しながら追跡するため、Cundallら(1979)の個別要素法に基づくシミュレーションを実施して、シートフロー漂砂の砂粒子レベルの力学機構について考察する。

粒子間干渉と並んでシートフロー漂砂の流動機構を支配する重要な因子である流体・粒子間の干渉に関しては、灘岡ら(1989)、浅野(1990)によるEuler-Eulerカップリングを用いたシミュレーションや後藤ら(1992)によるEuler-Lagrangeカップリングに基づくシミュレーションなどの固液二相流的取り扱いが提案されているが、流体・粒子および粒子間相互の干渉の両者を同時に

取り扱うには膨大な計算量を要することから、本研究では、粒子間衝突に焦点を絞って議論を進める。さらに、シートフロー漂砂の基本的性質の一つとして非定常性すなわち加速度の効果が挙げられるが、ここでは、場の条件を単純化して論点を明確なものとするため、定常状態を対象とする。

## 2. シミュレーションの概要

### 2.1 粒子群の流動モデル

砂粒子間の干渉を正確に取り扱うには、剛体の力学に忠実なモデルが望ましい。この意味でCampbellらのモデルは優れているが、多体衝突を取り扱うことができないため、高濃度状態では極端に計算時間ステップを小さく設定する必要が生じ、計算機の丸め誤差などを考えると計算の実行は極めて困難となる。これに対して、Cundallらの個別要素法は、粒子間の相互干渉を弾性スプリングと粘性ダッシュポットにより近似的に表現しているものの、多体衝突を取り扱うことが可能であり、高濃度にも容易に対応できるという利点を有している。

Cundallらは多角形要素を用いて計算を行ったが、要素間の接触判定に時間を要するのが難点であった。木山ら(1983)は、この点を改善するため、均一径の円盤を用いることにより接触判定を簡略化して計算効率を高める方法を提案した。ここでは、2次元場を対象として砂粒子群を均一径 $d$ の剛体円盤によりモデル化する。砂粒子間の相互作用は弾性スプリングと粘性ダッシュポットにより表現され、各粒子の運動方程式が陽解法で解かれて砂粒子の運動が追跡される。

#### a) 砂粒子の運動方程式

砂粒子 $i$ の並進および回転の運動方程式は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M[\ddot{x}_i]_t &= \sum_j \left\{ -[f_n]_t \cos \alpha_{ij} + [f_s]_t \sin \alpha_{ij} \right\} + F_{0i} \\ M[\ddot{y}_i]_t &= \sum_j \left\{ -[f_n]_t \sin \alpha_{ij} + [f_s]_t \cos \alpha_{ij} \right\} - (M - \rho V)g \\ I[\ddot{\phi}_i]_t &= r \cdot \sum_j \left\{ [f_s]_{ij} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $f_n$ ,  $f_s$ : 局所座標系(図-1参照)  $n$ - $s$  における砂粒子 $i, j$ 間の法線および接線方向の作用力、 $\alpha_{ij}$ : 砂粒

\* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室  
 \*\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室  
 \*\*\* 学生会員 京都大学大学院工学研究科

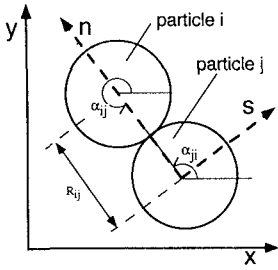


図-1 座標系

子  $i, j$  の接触角,  $F_{0i}$ : せん断に起因して砂粒子  $i$  に作用する外力,  $M$ : 砂粒子の質量 ( $=\sigma\pi r^2$ ;  $\sigma$ : 砂粒子の密度,  $r$ : 砂粒子の半径 ( $=d/2$ )),  $V$ : 砂粒子の体積,  $I$ : 砂粒子の慣性モーメント ( $=\sigma\pi r^4/2$ ),  $g$ : 重力加速度であり,  $[ ]_t$  は時刻  $t$  における値を, ドット ( $\dot{\quad}$ ) は時間微分を表す。これらの運動方程式が逐次数値積分され, 砂粒子群の運動が追跡される。

b) 砂粒子間接触判定

砂粒子は均一粒径の円盤としてモデル化されるので, 接触判定条件は,

$$R_{ij} \leq 2r; \quad R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad \dots\dots (2)$$

となる。ここに,  $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ : 砂粒子  $i, j$  の中心の座標,  $R_{ij}$ : 砂粒子  $i, j$  間の距離である。

c) 砂粒子間の作用力の算定

砂粒子間の接触状態を模式的に示したのが, 図-2 である。各砂粒子の接点には, 法線方向および接線方向に弾性スプリング (ばね定数  $k_n, k_s$ ) および粘性ダッシュポット (減衰定数  $\eta_n, \eta_s$ ) が配置して相互作用を表現する。局所座標系  $n-s$  における要素  $i, j$  間の法線および接線方向の作用力  $f_n, f_s$  は,

$$\left. \begin{aligned} [f_n]_t &= [e_n]_t + [d_n]_t \\ [f_s]_t &= [e_s]_t + [d_s]_t \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} [e_n]_t &= \min\{[e_n]_{t-\Delta t} + k_n \cdot \Delta \xi_n, e_{n\max}\} \\ [d_n]_t &= \eta \cdot \Delta \xi_n \\ [e_s]_t &= \min\{[e_s]_{t-\Delta t} + k_s \cdot \Delta \xi_s, e_{s\max}\} \\ [d_s]_t &= \eta_s \cdot \Delta \xi_s \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

と書ける。ここに,  $e_n, e_s$ : 法線および接線方向のばねによる抗力,  $d_n, d_s$ : 法線および接線方向のダッシュポットによる抗力,  $\Delta \xi_n, \Delta \xi_s$ : 時間  $\Delta t$  間の法線および接線方向変位である。また, 塑性的挙動を表現するため, ばねによる抗力に上限値  $e_{n\max}, e_{s\max}$  を設けて, 現象の3次元性に起因する砂粒子間の噛み合わせ効果を表現した。

さらに, 法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントが, 接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイントがそれぞれ配置され, これらのジョイントの効果は, 次式で与えられる。

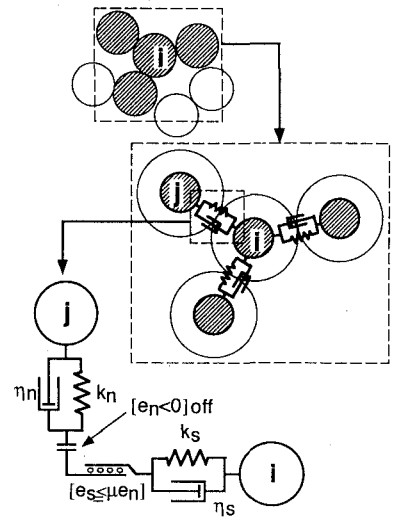


図-2 砂粒子間の接触状況

$$[f_n]_t = [f_s]_t = 0 \quad \text{when } [e_n]_t < 0 \quad \dots\dots (5)$$

$$[f_s]_t = \mu \cdot \text{SIGN}([e_n]_t, [e_s]_t) \quad \text{when } |[e_s]_t| > \mu \cdot [e_n]_t \quad \dots\dots (6)$$

ここに,  $\mu$ : 摩擦係数,  $\text{SIGN}(a, b)$  は  $|a|$  に  $b$  の符号を付けることを意味する。

d) 孤立砂粒子の速度補正

個別要素法では, 要素間の力のやり取りをスプリングとダッシュポットで表現するため, 他の要素と接触を断って孤立する要素が生じた場合, 孤立要素の移動速度が過大評価され, 計算を发散させる原因となることが指摘されてきた。垂水ら (1987) は, 孤立後の要素の法線方向相対速度  $v_{nija}$  が極端に大きくなった際には, 当該要素が孤立直前まで接触していた要素群と接触する直前の相対速度  $v_{nijb}$  と反発係数  $e$  を用いて, 補正された孤立後の相対速度  $v'_{nija}$  を

$$v'_{nija} = -e \cdot v_{nijb} \quad \dots\dots (7)$$

により求める方法を提案した。本研究でも孤立砂粒子については同様の速度補正を実施した。なお, 反発係数については,  $e=0.8$  とした。

2.2 初期条件および境界条件

計算領域の模式図を図-3に示す。計算の効率化を図るため, 計算領域の側方には周期境界を設置し, 左右の境界面付近の砂粒子の運動をリンクさせて境界の連続性を確保した。また, 底面は, ランダムに配置した砂粒子を固定した粗面固定床とした。計算を始める前に, 砂粒子群の初期配置を決定するための予備計算を行った。具体的には, 各砂粒子間に 0.004 cm の間隙を残した非接触の状態から計算を開始して, 要素のパッキングを行った。計算の過程では一定の時間が経過するごとに砂粒子

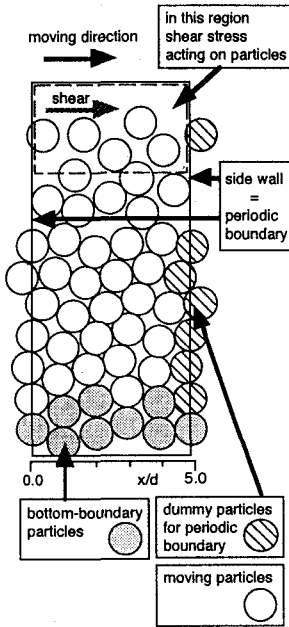


図-3 計算領域

群の移動速度を確認して、ほぼ静止状態となった時点でパッキングの完了と判断した。パッキングの完了に要した時間は、0.1sである。

パッキングの完了後に砂層表面にせん断力を作用させ粒子群の運動を追跡した。実際には、所定のせん断力を表層付近の砂粒子に割り振る必要があるが、これについては以下のような方法を用いることとした。まず、閾値  $y_{th}$  を設けて(図-4参照)、砂粒子の一部でもこの閾値を超える砂粒子の全てについて超過部分の面積に応じてせん断力を比例配分する。砂粒子  $i$  の超過部分の面積は、

$$S(\theta_i) = \begin{cases} \frac{r^2}{4} \left( \pi - \theta_i + \frac{1}{2} \sin 2\theta_i \right); & y_i \geq y_{th} \\ \frac{r^2}{4} \left( \theta_i - \frac{1}{2} \sin 2\theta_i \right); & y_{th} - \frac{r}{2} < y_i < y_{th} \end{cases} \quad \dots (8)$$

$$\theta_i = \cos^{-1} \left( \frac{y_i - y_{th}}{r} \right) \dots \dots \dots (9)$$

で与えられ、砂粒子  $i$  に作用するせん断力は

$$F_{0i} = Lw_i\tau_0; w_i = S(\theta_i) / \sum_{j=1}^N S(\theta_j) \dots \dots \dots (10)$$

と書ける。ここに、 $L$  : 計算領域の水平方向の長さ、 $\tau_0$  : 底面せん断力である。計算に用いた砂粒子は、粒径  $d = 0.5$  cm, 比重  $\sigma/\rho = 2.65$  のもので、1段の配列要素数5個で9段にわたって積み上げた後、最下層の粒子5個を固定し、表層粒子の離脱の容易さに配慮して表層の5個の粒子の内1個を取り除いて、合計39個の粒子の運動を解析対象とした。なお、モデル定数については既往の研究を参考に、表-1のように与えることとした。

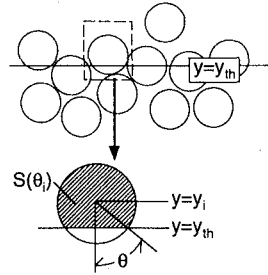


図-4 せん断力の配分

表-1 モデル定数

$k_n$	$9.45 \times 10^6$ N/m
$k_s$	$2.36 \times 10^6$ N/m
$\eta_n$	40.0 Ns/m
$\eta_s$	20.0 Ns/m
$\mu$	0.577
$e_{n,max}$	2.5 N
$e_{s,max}$	0.025 N
$\Delta t$	$2.0 \times 10^{-5}$ s

### 3. シミュレーション結果と考察

#### 3.1 底面せん断力の変化と砂粒子移動速度分布

砂粒子群の運動の4.0秒間に相当する200,000回の繰り返し計算の結果を平均化し、砂粒子の平均移動速度分布を示したのが、図-5である。なお、 $y = 0.0$  は固定床を構成する砂粒子の平均高さとした。図中には、無次元掃流力(Shields数)を  $\tau_* = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$  と変化させた場合の砂粒子移動速度分布を示している。何れの場合も  $y/d \cong 10.0$  の上下で流速分布のパターンに相違が見られる。すなわち、 $y/d \leq 10.0$  では上に凸の速度分布を呈し、逆に、 $y/d > 10.0$  では直線ないしは下に凸の速度分布となり(速度分布の一樣化)、 $y/d \cong 10.0$  付近に変曲点が存在する。

ところで、このような速度分布特性の物理的背景を論じるには、砂粒子の運動形態の変化について知る必要がある。藤木ら(1993)は、急勾配水路における乾燥粉体流の流動過程に関する実験を行い、流下形態と砂粒子移動速度分布の関係を検討して、『流れが層状から分散に変化するにつれて、一様な流速分布となる』との報告を行っている。本シミュレーションで想定している状況は急勾配水路中の砂粒子群流動ではなく、水平床上で表層にせん断を受ける砂粒子群流動であるので、状況は若干異なるものの、粒子群の流動という点では共通した現象である。そこで、藤木ら実験との類似性を仮定して、移動速度分布の領域区分を行ったのが、図-6である。 $y/d \cong 10.0$  付近の変曲点を境に、 $y/d \leq 10.0$  の領域を砂粒子群

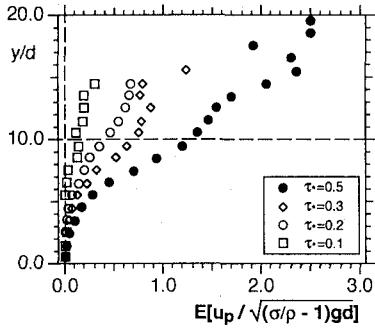


図-5 砂粒子の平均移動速度

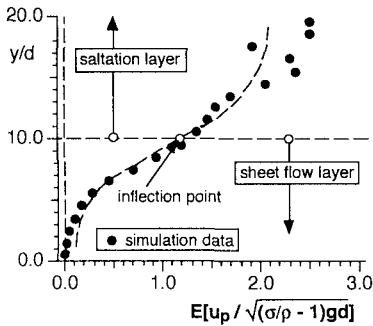


図-6 砂粒子移動速度の領域区分

が層状運動を呈する『sheet flow layer』, 一方,  $y/d > 10.0$  の領域を砂粒子が他の砂粒子と衝突しながら小跳躍を繰り返す『saltation layer』と定義する。

### 3.2 砂粒子移動速度分布の非定常性

ここでは, 前節の領域区分の妥当性について, 砂粒子の瞬間的挙動をつぶさに把握することが可能である本シミュレーションの利点を生かして, シミュレーションデータに基づいた砂粒子移動速度分布の詳細な検討を実施する。

砂粒子運動のランダム性に起因する砂粒子移動速度分布の時間的変動(すなわち非定常性)について検討するため,  $\tau_* = 0.1$  および  $\tau_* = 0.5$  について, 0.4秒の時間間隔ごとの区間平均移動速度分布を示したのが, 図-7および図-8である。 $\tau_* = 0.1$  の場合には, 瞬間的には負(せん断力の作用方向とは逆向き)の移動速度が生じることもあることが示されている。砂粒子間衝突に起因する速度変動は上層ほど大きく, 各時刻で移動速度の分布形が大きく変化しているが, この傾向は特に  $y/d > 10.0$  の領域で顕著であり, 『saltation layer』の存在が示唆される。一方,  $\tau_* = 0.5$  の場合には, 移動速度は瞬間的に負となることはなく, また, 『sheet flow layer』中では速度分布の非定常性はそれほど顕著ではない。『saltation layer』中では, 速度分布は強い非定常性を示し, 速度の大小だけ

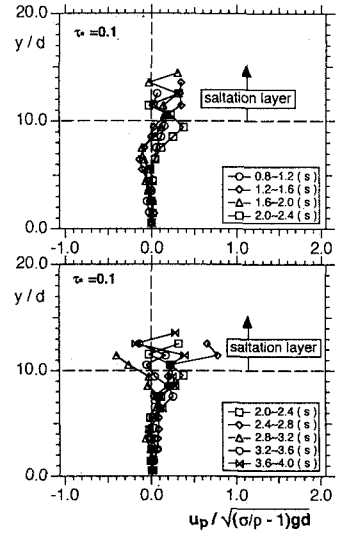


図-7 砂粒子移動速度(その1)

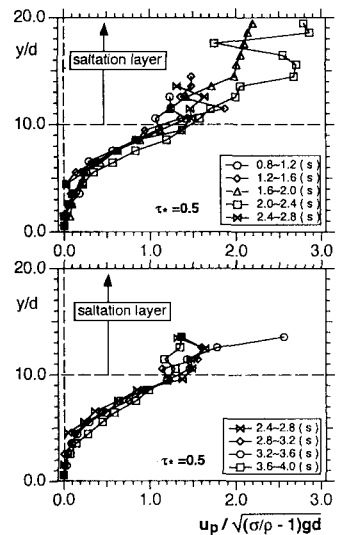


図-8 砂粒子移動速度(その2)

でなく, 速度分布の上限(『saltation layer』の厚さ)も時間とともに大きく変動し,  $\tau_* = 0.1$  の場合とは際立った相違を見せている。

シミュレーション結果の直感的把握には, 各瞬間の砂粒子の挙動を視覚化することが望ましい。そこで,  $\tau_* = 0.3$  の場合について砂粒子群の挙動を連続画像で示したのが, 図-9である。下層では砂粒子間距離が小さい(密な状態の)層状の流動が生じているが, 下層から上層へと進むにつれて砂粒子間距離が増大し, 上層では砂粒子が分散した状態で流動している様子が見られる。

図-10は,  $\tau_* = 0.3$  の場合の砂粒子の移動軌跡につい

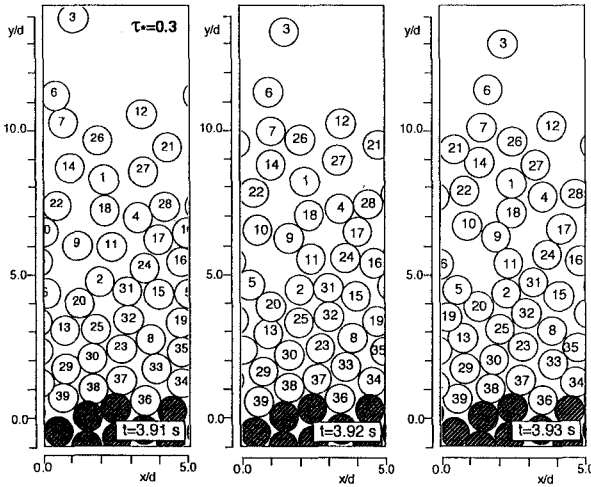


図-9 砂粒子の瞬間的挙動

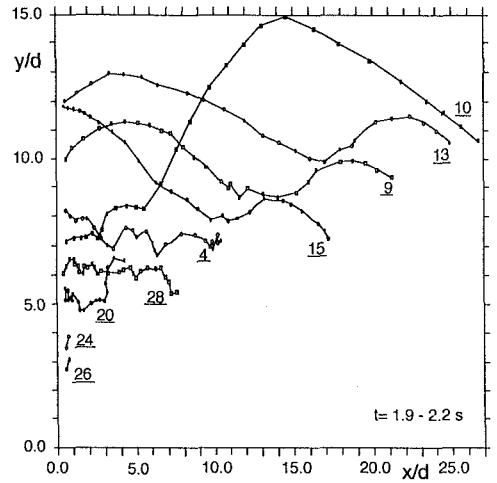


図-10 砂粒子の移動軌跡

て示したものである。下層の砂粒子は移動距離も小さく一定の層に留まっているが、高さが増加するにつれて砂粒子の運動距離も増加する。『sheet flow layer』中の砂粒子は砂粒径の2~3倍程度の幅で鉛直方向に移動するが、『saltation layer』中の砂粒子は砂粒径の10倍程度にも及ぶ幅で鉛直方向に移動する。また、『sheet flow layer』中の砂粒子は他の砂粒子と頻りに接触するため複雑な移動軌跡を呈するが、『saltation layer』中の砂粒子は全体として滑らかな軌跡を描き、時折、砂粒子間衝突のために移動方向を急変させる。このような砂粒子の移動形態の相違は、図-5で示したような平均速度分布特性の物理的説明を与えるものとなっている。すなわち、『sheet flow layer』中では砂粒子の鉛直方向の移動距離が小さいため、鉛直方向の砂粒子間干渉による運動量交換が抑制されて速度勾配が大きくなる。これに対して、『saltation layer』中では砂粒子の分散の程度が大きく、砂粒子の鉛直方向の移動距離も増大して鉛直方向の砂粒子間干渉による運動量交換が促進され、結果として移動速度分布の一様化がもたらされる。

4. 結 語

本研究では、シートフロー漂砂の粒状体的特性に着目し、Shields数の大きい領域において個々の砂粒子の離散的運動を粒子間干渉を考慮しながら追跡することを目的として、個別要素法に基づくシミュレーションを実施した。シミュレーション結果は、従来から粉体流の実験で指摘されていた砂粒子の平均移動速度分布の特性を再現するものであった。本シミュレーションは瞬間的な砂粒子群の挙動を全て追跡できる特徴を有しているが、その特徴を生かして移動速度分布の時間変化特性や砂粒子の瞬間的な移動状態をモニターし、砂粒子の平均移動速度

の分布特性の物理的背景について考察を加えた。今後は、現実のシートフロー漂砂により近い状況を再現するため、非定常な底面せん断力を受ける場合や混合粒径の影響などについても検討を進めたい。

参 考 文 献

浅野敏之 (1990): シートフロー状態の漂砂を含む振動流れの数値解析, 土木学会論文集, 第417号/II-13, pp. 109-118.  
 浅野敏之・中野康弘・玉井賢治 (1993): 振動流作用下におけるシートフロー状態の漂砂量の特性, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 336-340.  
 木山英郎・藤村 尚 (1983): カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, 土木学会論文集, 第333号, pp. 137-146.  
 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1992): PSI-セルモデルによるSaltation層の解析, 海岸工学論文集, 第39巻, pp.266-270.  
 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1994): 掃流粒子群の流動過程に関する数値シミュレーション, 土木学会論文集, 第485号/II-26, pp. 75-83.  
 垂水祐二・伯野元彦 (1987): Quick Sandと液状化に関する粒状体シミュレーション, 東京大学地震研究所集報, Vol. 62, pp. 535-577.  
 灘岡和夫・八木 宏・山下さゆり (1989): 単相流モデルによるシートフロー現象の解析, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 259-263.  
 藤本賢一・平野宗夫・橋本晴行 (1993): 急勾配水路における乾燥粉体流の特性, 水工学論文集, 第37巻, pp. 617-622.  
 山下俊彦・染矢武彦・野崎竜博 (1993): 非定常性と比重の効果に着目したシートフロー状砂移動機構, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 331-335.  
 李 垂立・沢本正樹・佐藤忠浩 (1993): シートフロー底質運動に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 341-345.  
 Campbell, C. S. and C. E. Brennen (1985): Computer simulation of granular shear flows, *J. Fluid Mech.*, Vol. 151, pp. 167-188.  
 Cundall, P. A. and O. D. L. Strack (1979): A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique* 29, No. 1, pp. 47-65.