

# 成層水域を対象にした流れの3次元FEMモデル

平山 彰彦\*・和氣亜紀夫\*\*・熊谷道夫\*\*\*

## 1. はじめに

内湾や湖での富栄養化現象などの水質問題を取り扱うには、潮汐、密度勾配、風の応力によって生じる流れを表現できると共に、水域の成層化と風による破壊過程を取り扱えるモデルが必要になる。これまでに東京湾などを対象にレイヤーモデルあるいはレベルモデルを用いた数値計算が行なわれているが、これらの条件を満たしたモデルは少なく、またモデルの検証もあまり行なわれていないのが現状である。本研究では3次元水質モデルの第一段階として、海岸、河口、湖における流れを再現するための3次元数値モデルの開発を試みた。水平方向に有限要素法、鉛直方向に差分法を適用し、 $\sigma$ 座標を用いることにより、複雑な水平、海底地形に対応した計算を行なうことができる。実現象に近い鉛直混合過程を再現するために、鉛直拡散係数を乱流モデルにより評価した。解析解、実験値により理論、プログラムの検証を行ない、琵琶湖での強風時の現地観測値との比較によりモデルの実用性を実証した。

## 2. 流れのモデル

従来の差分法によるモデルの場合、海・湖岸線の複雑な地形に対応しようとする要素数の増加から、計算時間が膨大になるため、大きい要素で簡略化されることが多い。この場合、沿岸地形・水深の解像度が不十分となり、数値解は大きな誤差を含むことになり、その影響は当然内部領域にも及ぶことになる。特に、沿岸での湧昇流に伴う水質の変化を扱う場合には現象の再現に問題が生じると考えられる。本モデルは、水平方向に三角形要素を用いた有限要素法を適用することにより任意沿岸地形に対応することができる。またPhillips (1957) により提案され、その後大気、海洋の流れの数値計算に用いられている $\sigma$ 座標を用いる(例えば、Blumberg and Mellor, 1983)。これにより0から-1の間での相対水深で簡単にかつ海底地形に沿った層分割が可能となるため、よ

り精度の良い数値計算が可能になる。

### (1) 基礎方程式

方程式系は連続式、3方向の運動量方程式、熱と塩分の保存式である。静水圧近似と密度に関する Boussinesq 近似を用いている。これらの方程式を、状態方程式および、2次オーダーの乱流クロージャーマodelと組み合わせて解き、3方向速度、自由水面変動、水温、密度、塩分を計算する。直交座標系で表された支配方程式を以下に示す。

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) + f_u \dots (1)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) - f_v \dots (2)$$

$$\rho g = -\frac{\partial p}{\partial z} \dots (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots (4)$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial M_{x,T}}{\partial x} + \frac{\partial M_{y,T}}{\partial y} + \frac{\partial M_{z,T}}{\partial z} \dots (5)$$

$$\frac{DS}{Dt} = \frac{\partial M_{x,S}}{\partial x} + \frac{\partial M_{y,S}}{\partial y} + \frac{\partial M_{z,S}}{\partial z} \dots (6)$$

ここに、 $\tau_{ij} = \rho_0 E_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ ,  $\tau_{iz} = \rho_0 K_M \frac{\partial u_i}{\partial z}$ ,

$M_{i,\phi_j} = A_{ix} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + A_{iy} \frac{\partial \phi_j}{\partial y}$ ; ( $\phi_j = T, S$ ),  $M_{z,\phi_j} = K_H \frac{\partial \phi_j}{\partial z}$ ,

$\frac{D}{Dt}$  は実質微分である。

$E_{ij}$ ,  $A_{ij}$  は各々運動量とエネルギーの水平拡散係数、同様に  $K_M$ ,  $K_H$  は鉛直拡散係数、 $f$  はコリオリパラメータである。添え字の  $ij$  は  $x, y$  に対応するテンソル表示である。 $E_{ij}$  は Smagorinsky (1963) モデルを基に Kao and Yamada (1988) により用いられた式、 $E_{ij} = c \Delta x \Delta y (|\partial u_i / \partial x_j| + |\partial u_j / \partial x_i|)$  により計算する。ここに、 $c = 0.01$  である。密度は水温と、塩分から状態方程式により計算される。自由表面、水底における境界条件は、各々

$$\tau_{iz} = \rho_{\text{air}} C_D U_w^2 \nu_i \quad \text{at } z = \eta \dots (7)$$

$$\tau_{iz} = \rho_0 C_f (q_x^2 + q_y^2)^{1/2} q_{zi} / H^2 \quad \text{at } z = -H \dots (8)$$

ここに、 $U_w$  は上空 10 m における風速、 $(\nu_x, \nu_y) = (\cos \theta,$

\* 正会員 M.S. 清水建設(株)技術研究所

\*\* Ph.D. 清水建設(株)技術研究所

\*\*\* 理博 滋賀県琵琶湖研究所

sin θ) で θ は風のベクトルが x 軸となす角である。運動量, 熱, 塩分の鉛直拡散係数は, Mellor and Yamada (1974) の乱流運動エネルギー - q<sup>2</sup>/2 と乱流マクスウェル l に関する 2 次オーダーの乱流クロージャーモデルを用いて求める。

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{q^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ A_{xx} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ A_{yy} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ q l S_q \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{q^2}{2} \right) \right] + K_M \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{g}{\rho_0} K_H \frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{q^3}{B_l} \dots (9)$$

$$\frac{D}{Dt} (q^2 l) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ A_{xx} \frac{\partial}{\partial x} (q^2 l) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ A_{yy} \frac{\partial}{\partial y} (q^2 l) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ q l S_l \frac{\partial}{\partial z} (q^2 l) \right] + l F_1 K_M \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{g}{\rho_0} l F_1 K_H \frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{q^3}{B_l} \left[ 1 + F_2 \left( \frac{l}{\kappa z} \right)^2 \right] \dots (10)$$

安定関数 S<sub>m</sub>, S<sub>H</sub>, S<sub>q</sub> を用いて, K<sub>M</sub> = lqS<sub>m</sub>, K<sub>H</sub> = lqS<sub>H</sub>, K<sub>q</sub> = lqS<sub>q</sub> と表される。レベル 2.5 モデルを用いると安定関数は勾配リチャードソン数, フラックスリチャードソン数の関数として表すことができ, したがって ∂u/∂z, ∂v/∂z, g/ρ<sub>0</sub>∂ρ/∂z, q, l から各拡散係数を計算することができる (Yamada, 1983)。

支配方程式 (1) ~ (6), (9), (10) を直交座標 (x, y, z, t) から σ 座標 (x\*, y\*, σ, t\*) に変換する。ここに, x\* = x, y\* = y, σ = (z - η)/D, D = H + η, t\* = t である。これにより, 複雑な海底地形の場合でもフラックスの連続性を満足しかつ容易に鉛直方向の要素分割を行なうことができる。なお Mellor and Blumberg (1985) により σ 座標における拡散項の補正がなされており, ここでも同じ考え方をを用いる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (u D)}{\partial x} + \frac{\partial (v D)}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0 \dots (11)$$

$$\left( \frac{du}{dt} \right)_\sigma = -g D \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{g D}{\rho_0} \left( D \frac{\partial r_1}{\partial x} - \frac{\partial D}{\partial x} r_2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} (D \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (D \tau_{yx}) + \frac{\partial \tau_{\sigma x}}{\partial \sigma} + D f v \dots (12)$$

$$\left( \frac{dv}{dt} \right)_\sigma = -g D \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{g D}{\rho_0} \left( D \frac{\partial r_1}{\partial y} - \frac{\partial D}{\partial y} r_2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} (D \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (D \tau_{yy}) + \frac{\partial \tau_{\sigma y}}{\partial \sigma} - D f u \dots (13)$$

$$\left( \frac{dT}{dt} \right)_\sigma = \frac{\partial (D M_{x,T})}{\partial x} + \frac{\partial (D M_{y,T})}{\partial y} + \frac{\partial M_{\sigma,T}}{\partial \sigma} \dots (14)$$

$$\left( \frac{dS}{dt} \right)_\sigma = \frac{\partial (D M_{x,S})}{\partial x} + \frac{\partial (D M_{y,S})}{\partial y} + \frac{\partial M_{\sigma,S}}{\partial \sigma} \dots (15)$$

$$\left( \frac{dq^2}{dt} \right)_\sigma = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{K_q}{D} \frac{\partial q^2}{\partial \sigma} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D A_{xx} \frac{\partial q^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D A_{yy} \frac{\partial q^2}{\partial y} \right) + \frac{2 K_M}{D} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right)^2 \right] + \frac{2g}{\rho_0} K_H \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} - \frac{2q^3 D}{B_l} \dots (16)$$

$$\left( \frac{dq^2 l}{dt} \right)_\sigma = \frac{\partial}{\partial x} \left( D A_{xx} \frac{\partial q^2 l}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D A_{yy} \frac{\partial q^2 l}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{q l S_l}{D} \frac{\partial q^2 l}{\partial \sigma} \right) + F_1 l \frac{K_M}{D} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right)^2 \right] + \frac{F_1 l q}{\rho_0} K_H \frac{\partial T}{\partial \sigma} - \frac{q^3 D}{B_l} \left[ 1 + F_2 \left( \frac{l}{\kappa z} \right) \right] \dots (17)$$

ここに, 上式中左辺は σ 座標での実質微分で, 一般関数 G に関し次式で定義する。

$$\left( \frac{dG}{dt} \right)_\sigma \equiv \frac{\partial (GD)}{\partial t} + \frac{\partial (uGD)}{\partial x} + \frac{\partial (vGD)}{\partial y} + \frac{\partial (\omega G)}{\partial \omega}$$

同様に, σ 座標での鉛直流速は次式で定義され,

$$\omega \equiv w - u \left( \sigma \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - v \left( \sigma \frac{\partial D}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) - \left( \sigma \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \right) \dots (18)$$

境界条件は, ω(x, y, 0, t) = 0, ω(x, y, -1, t) = 0 となる。

$$r_1 = \int_\sigma^0 \rho d\sigma, \quad r_2 = \int_\sigma^0 \sigma \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} d\sigma, \quad \tau_{\sigma i} = \frac{K_M}{D} \frac{\partial u_i}{\partial \sigma}$$

$$M_{\sigma, \phi_j} = \frac{K_H}{D} \frac{\partial \phi_j}{\partial \sigma}, \quad \phi_j = T, S \text{ である。}$$

(2) 多層モデルへの適用

図-1 に示すように, 深さ方向を n 層に分割し, 各層での線流量を式(19)のように定義し, 式(11)~(17)を各層で積分したものを示す。

$$q_{i,k} = D \int_{\sigma_k}^{\sigma_{k-1}} u_i d\sigma \quad (k=1 \sim n) \dots (19)$$

$$\frac{\partial q_{x,k}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_k \cdot q_{x,k}) + \frac{\partial}{\partial y} (v_k \cdot q_{x,k}) + (u\omega)_{\sigma_{k-1}} - (u\omega)_{\sigma_k} - f q_y + g d_k \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial f_{xx,k}}{\partial x} - \frac{\partial f_{yx,k}}{\partial y} - \tau_{\sigma x,k-1} + \tau_{\sigma x,k} + \frac{g D}{\rho_0} \left( D \frac{\partial R_{1,k}}{\partial x} - R_{2,k} \frac{\partial D}{\partial x} \right) = 0 \dots (20)$$

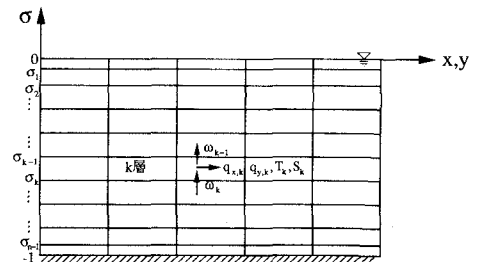


図-1 σ 座標系と層分割

$$\begin{aligned} & \frac{\partial q_{y,k}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_k \cdot q_{y,k}) + \frac{\partial}{\partial y}(v_k \cdot q_{x,y}) + (v\omega)_{\sigma_{k-1}} \\ & - (v\omega)_{\sigma_k} + f_{q_x} + g d_k \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial f_{y_x,k}}{\partial x} - \frac{\partial f_{y_y,k}}{\partial y} - \tau_{\sigma_{y,k-1}} + \tau_{\sigma_{y,k}} \\ & + \frac{gD}{\rho_0} \left( D \frac{\partial R_{1,k}}{\partial y} - R_{2,k} \frac{\partial D}{\partial y} \right) = 0 \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(d_k T_k) + \frac{\partial}{\partial x}(T_k q_{x,k}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_k q_{y,k}) + (T\omega)_{\sigma_{k-1}} - (T\omega)_{\sigma_k} \\ & - \frac{\partial m_{x,k,T}}{\partial x} - \frac{\partial m_{y,k,T}}{\partial y} - (m_T)_{\sigma_{k-1}} + (m_T)_{\sigma_k} = 0 \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(d_k S_k) + \frac{\partial}{\partial x}(S_k q_{x,k}) + \frac{\partial}{\partial y}(S_k q_{y,k}) + (S\omega)_{\sigma_{k-1}} - (S\omega)_{\sigma_k} \\ & - \frac{\partial m_{x,k,S}}{\partial x} - \frac{\partial m_{y,k,S}}{\partial y} - (m_S)_{\sigma_{k-1}} + (m_S)_{\sigma_k} = 0 \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ここに、 $d_k = (\sigma_{k-1} - \sigma_k)D$ ,  $f_{ij} = d_k E_{ik} \left( \frac{\partial(u_{i,k})}{\partial x_i} + \frac{\partial(u_{i,k})}{\partial x_j} \right)$ ,  
 $\tau_{\sigma_{i,k}} = \left( \frac{K_M}{D} \frac{\partial u_i}{\partial \sigma} \right)_{\sigma_k}$ ,  $R_{1,k} = \int_{\sigma_k}^{\sigma_{k-1}} r_1 d\sigma$ ,  $R_{2,k} = \int_{\sigma_k}^{\sigma_{k-1}} r_2 d\sigma$ ,  
 $m_{i,k,\phi_j} = D \int_{\sigma_k}^{\sigma_{k-1}} \left( A_{ix} \frac{\partial \phi_{j,k}}{\partial x} + A_{iy} \frac{\partial \phi_{j,k}}{\partial y} \right) d\sigma$ ,  
 $(m_{\phi_i})_{\sigma_k} = \left( \frac{K_H}{D} \frac{\partial \phi_i}{\partial \sigma} \right)_{\sigma_k}$

で、添え字  $k$  は  $k$  層における値、 $( )_{\sigma_k}$  は  $\sigma_k$  における値を示し、 $u_{i,k} = q_{i,k}/d_k$  である。底面応力は、 $n$  層の流速を用いて  $\tau_{\sigma_{in}} = \rho_n C_f (u_n^2 + v_n^2)^{1/2} u_{in}$ 、抵抗係数は  $n$  層中心の高さ  $z_n$  と粗度長  $z_0$  を用いて  $C_f = \kappa^2 (\ln(z_n + z_0)/z_0)^{-2}$  である。

(3) FEM による離散化

水平方向の運動方程式、エネルギー方程式(20)~(23)を三角形要素を用いた有限要素法により離散化する。ここでは  $x$  方向の運動方程式のみを示す。

$$\begin{aligned} & [M]\{\dot{q}_{x,k}\} + \{a\}^T \{q_{x,k}\} [M]\{u_k\} + \{a\}^T \{q_{x,k}\} [M]\{v_k\} \\ & (\{b\}^T \{u_k\} + \{a\}^T \{v_k\}) [M]\{q_{x,k}\} + [K_{\omega_{k-1}}]\{u_{\sigma_{k-1}}\} \\ & - [K_{\omega_k}]\{u_{\sigma_k}\} - f [M]\{q_{y,k}\} - g \Delta \sigma_k \{b\}^T [H] [M]\{\eta\} \\ & + c \Delta x \Delta y [4\{b\}\{b\}^T \{u_k\} \{b\}^T \{u_k\} + \{a\} \{a\}^T \{u_k\} \\ & + \{b\}^T \{v_k\} \{a\} \{a\}^T \{u_k\} + \{b\}^T \{v_k\} \{a\} \{a\}^T \{v_k\}] [L]^T [D] \\ & - [M]\{\tau_{\sigma_{x,k-1}} - \tau_{\sigma_{x,k}}\} + g/\rho_0 \{b\}^T \{R_{1k}\} [K_D] [D] \\ & - \{D\} [K_D] \{R_{2,k}\} - g \Delta \sigma_k \{b\} \{H\}^T + 0.5 \{\eta\}^T [M]\{\eta\} \\ & + g \nu_x \{ \Gamma(\eta H + 0.5 \eta^2) \} = 0 \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

ここに、 $[M] = \int_A [N]^T [N] dA$ ,  $\{L\}^T = \int_A [N] dA$ 、一般関数  $G$  に関し  $[K_G] = \int_A [M]^T [N] \{G\} [N] dA$ ,  $\Gamma(G)$  は境界上の線積分、 $\{b\}^T = \partial N / \partial x$ ,  $\{a\}^T = \partial N / \partial y$ 、形状関数  $[N] = [n_1, n_2, n_3]$ ,  $\Delta \sigma_k = \sigma_{k-1} - \sigma_k$ 、肩付き  $T$  は転置を示す。

鉛直流速は、連続式(11)を層積分し、底面での境界条件を適用し、底層から上層へと順次計算することにより求めるのが一般的である。しかしながら、この場合上層

ほど誤差が蓄積され、表面での境界条件  $\omega=0$  を満足しない。これを解決するために、式(11)の両辺を  $\sigma$  で微分し、次式のポアソン型方程式を導く。

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial(uD)}{\partial x} + \frac{\partial(vD)}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \sigma^2} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

水平方向を FEM で離散化すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} [M] \left\{ \frac{\partial^2 \omega}{\partial \sigma^2} \right\} &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \{ \{b\}^T [D] [M] \{u_k\} + \{a\}^T [D] [M] \{v_k\} \\ &+ (\{b\}^T \{u_k\} + \{a\}^T \{v_k\}) [M] [D] \} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

右辺の  $\sigma$  に関する被微分関数を  $Q$  とし、 $\sigma$  に関して差分化を行なうと次式が得られる。

$$[M] \left\{ \frac{\omega_{k-1}}{\Delta \sigma_k} - \frac{\Delta \sigma_k + \Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k \Delta \sigma_{k+1}} \omega_k + \frac{\omega_{k+1}}{\Delta \sigma_{k+1}} \right\} = \frac{1}{4} (Q_{k+1} - Q_k) \dots\dots\dots (27)$$

したがって、 $n$  層に分割した場合、各要素点で  $n-1$  の連立方程式が得られ、表面と底面での境界条件を満足する各層境界での  $w$  が求められる。

3. 数値計算

(1) 解析解等との比較

数値計算プログラムは計算の安定化と効率化のために、時間積分はリープフロッグ法を用い、質量マトリックスの集中化を行なっている。まず最初に、数値モデルの検証のために水温、鉛直拡散係数を一定にして計算を行ない、解析解との比較を行なった。一定水深 4.9 m、奥行き 200 m の矩形地形の  $x=0$  を開境界とし、振幅 9 cm、周期 600 s の境界条件を与え、水平方向を図-2 に示すように、鉛直方向を等間隔に 5 層に分割し、 $\Delta t = 10$  s,  $K_M =$

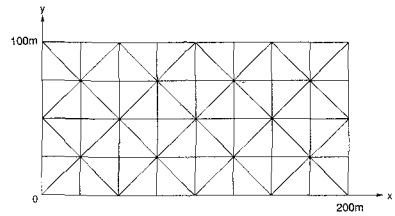


図-2 矩形水域内の要素分割

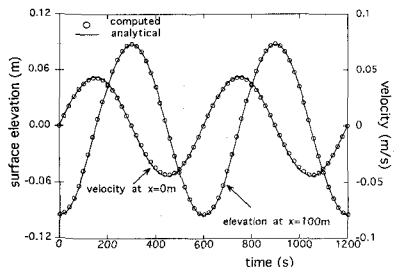


図-3 長周期波による矩形水域内の水位と流速

0.02 m<sup>2</sup>/s,  $f=0$  とした. 計算結果は図-3 に示すように, 水位, 水平流速ともに解析解 (Lynch and Gray, 1978) と一致した. また図-4 に示すメッシュを用いて, 一定水深 1.51 m, 奥行き 5000 m の閉じた矩形水域上を一定風速 20 m/s ( $\tau_{x,0}=1.28 \text{ Nm}^{-2}$ ) の風が吹いた場合の水面形状を計算した. 吹送時間が 37, 38, 39 時間における水面形状は, wind set-up による圧力と風による応力との釣り合い状況により多少振動するものの, 解析解とよく合っている (図-5). 流速の鉛直分布を調べるために, 1000 m $\times$ 500 m, 水深 10 m の閉鎖水域を図-2 と同じ要素分割を行ない, 21.65 m/s ( $\tau_{x,0}=1.5 \text{ Nm}^{-2}$ ) の風を作用させた. 鉛直方向を 11 層に分割し,  $\Delta t=5 \text{ s}$ ,  $K_M=0.01 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $f=0$ , no-slip 条件で計算した (図-6 の左側). 図中記号  $\square$ ,  $\triangle$  は各々  $u_k, u_{\sigma_k}$  に対応し, Koutitas and O'Connor (1980) による定常状態での解析解と水域中央での計算値は一致している. さらに, 流速の 3 次元構造の再現の確認のために, 北海を想定した Davies and Owen (1979) の多項式による計算値との比較を行なった. 400 km $\times$ 800 km, 水深 65 m の矩形の水域を水平方向は図-7 に示すように, 鉛直方向は表層と底層は  $\Delta\sigma=0.005\sim 0.04$ , 中層は  $\Delta\sigma=0.1$  とし 16 層に分割した.  $\Delta t=20 \text{ s}$ ,  $K_M=0.065 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $f=0.44 \text{ h}^{-1}$ ,  $C_f(u_n^2+v_n^2)^{1/2}=0.002 \text{ m/s}$  に設

定し, 21.65 m/s ( $\tau_{x,0}=1.5 \text{ Nm}^{-2}$ ) の風を図に示す方向に 75 時間吹かせた際の水域中央点での 両者の計算結果は,  $u, v$  とともに同じ結果を示した (図-8). 最後に, 乱流モデルの検証のために, 吹送流の室内実験値との比較を行なった. 図-2 の要素分割, 図-8 に対応する層分割で,  $z_0=0.001 \text{ m}$  として計算を行なった. 図-6 右図に示すように計算値は Baines and Knapp (1965) による実験値とほぼ同じ値を示し, 妥当な速度分布が得られている. また  $K_M=0.01 \text{ m}^2/\text{s}$  の場合との比較より, 鉛直拡散係数を一定にした場合には, 表層, 底面の速度勾配を実際より過小評価するために, 鉛直混合過程を適正に評価できないことがわかる.

(2) 実水域への適用

モデルの現地への適用性を調べるために, 琵琶湖を対象に強風時の流れの計算を行なった. 琵琶湖の等深線を図-9 に示す. 流域をクラン数が一定になるように約 4000 要素 (図-10), 鉛直方向に 12 層に分割し, 風向・風速の毎時観測値を入力し (図-11),  $\Delta t=1 \text{ s}$ ,  $f=0.282 \text{ h}^{-1}$ ,  $z_0=0.01 \text{ m}$ , 水温勾配 0 とした. 図-12 は琵琶湖大津における水位の計算結果を 30 分毎の観測値と比較したものである. 風速は毎時 10 分間平均値を線形補間して

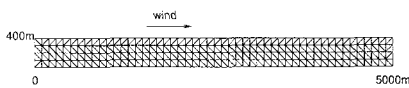


図-4 閉鎖水域の要素分割

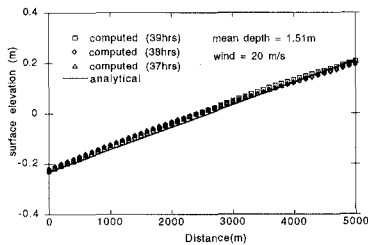


図-5 閉鎖水域の風による水面変動

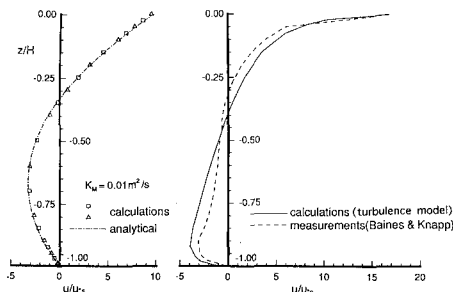


図-6 閉鎖水域の風に起因する鉛直流速分布

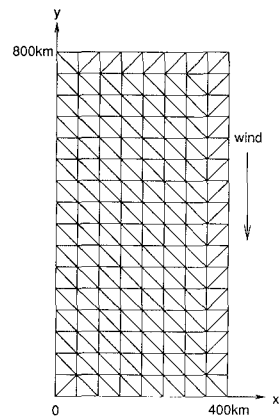


図-7 北海を想定した水域の要素分割

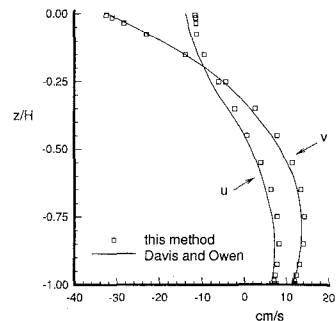


図-8 北海水域中心点での鉛直流速分布

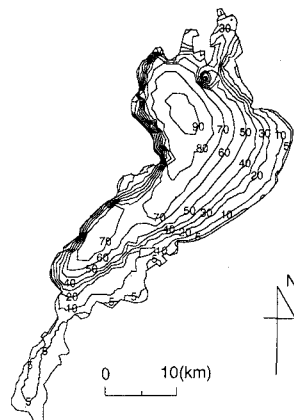


図-9 琵琶湖の等深図

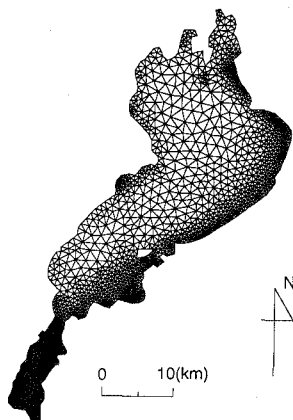


図-10 琵琶湖の要素分割

用いており、風の変動が大きい際の水位変動の再現は難しいが、振幅、位相は比較的良く再現されている。

図-13はADCPにより0-15mの平均流速を北湖守山沖で計測して得られた流速ベクトルと計算値との比較で、横軸は距離で4kmである。計測値が約60分間に観測船が移動しながらの計測値であるために、13時における計算値との比較は厳密でないが、計算値は比較的良く観測値を再現している。

#### 4. おわりに

水平方向に有限要素法、鉛直方向に差分法、 $\sigma$ 座標を用いて、流速、水温、密度、塩分を計算するための3次元モデルを開発した。計算値は水位、流速の解析解と非常に良く一致した。また2次元完結乱流モデルにより評価した鉛直拡散係数を用いた計算値は実験値に良く対応した。さらに、琵琶湖での強風時の現地観測水位および流速を比較的良く再現することができ、本モデルの実用性が確かめられた。今後は水温勾配の大きい条件のもとでの計算とその検証を行なう予定である。

#### 参考文献

Baines W. D. and D. J. Knapp (1965): Wind driven water currents, ASCE, J. of the hydraulics division, pp. 205-221.  
 Blumberg, A. F. and G. L. Mellor (1983): Diagnostic and prognostic Numerical circulation studies of the South Atlantic Bight, J. of geophysical research, Vol. 88, No. C8, pp. 4579-4592.  
 Davies, A. M. and A. Owen (1979): Three dimensional numerical sea model using the Galerkin method with a polynomial basis set, Appl. Math. Modelling, Vol. 3, pp. 421-428.  
 Kao, C. J. and T. Yamada (1988): Use of the CAPTEX data for evaluations of a long-range transport numerical model with a four-dimensional data assimilation technique, Monthly Weather Review, Vol. 116, No. 2, pp. 293-306.

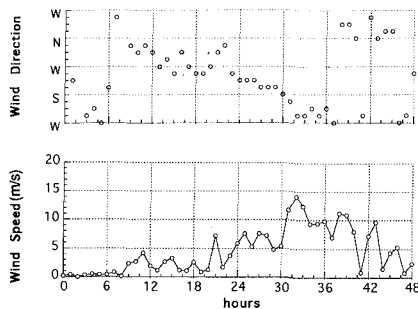


図-11 毎時10分間平均風向・風速データ

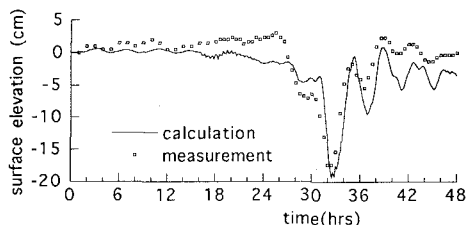


図-12 琵琶湖南湖岸の水位

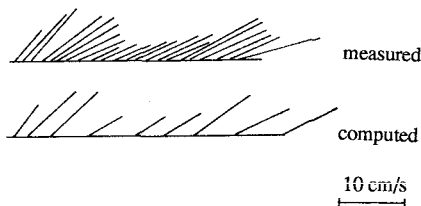


図-13 琵琶湖北湖守山沖の流速ベクトル

Koutitas, C. and B. O'connor (1980): Modelling three-dimensional wind-induced flows, ASCE, J. of the hydraulics division, pp. 1843-1865.  
 Lynch, D. R. and W. G. Gray (1978): Analytic solutions for computer flow model testing, ASCE, J. of the hydraulics division, pp. 1409-1428.  
 Mellor, G. L. and A. F. Blumberg (1985): Modeling Vertical and horizontal diffusivities with the sigma coordinate systems, Monthly Weather Review, Vol. 113, pp. 1379-1383.  
 Mellor, G. L. and T. Yamada (1974): A Hierarchy of Turbulence-Closure models for planetary boundary layers, J. of Atmospheric Sciences, Vol. 31, No. 7, pp. 1791-1806.  
 Phillips, N. A. (1957): A coordinate system having some special advantages for numerical forecasting, J. of Meteorology, Vol. 14, pp. 184-185.  
 Smagorinsky, J., (1963): General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment, Monthly Weather Review, Vol. 91, No. 3, pp. 99-164.  
 Yamada, T. (1983): Simulations of nocturnal drainage flows by a  $q^2l$  turbulence closure model, Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 40, No. 1, pp. 91-106.