

# 波の継続時間を考慮した波高の極値推定法

山口正隆\*・大福 学\*\*・畑田佳男\*\*\*・荒井雅人\*\*\*\*

## 1. 緒 言

沿岸構造物の被災が段階的に進行する傾向にあることを考慮すると、その計画や設計においては、波高の極値のみならず、波高の極値を含む異常波高の継続時間を同時に評価することが今後必要となる。このため、長期波浪観測資料の統計解析に基づいて、異常波高の継続時間の確率分布特性や継続時間分布推定法についての研究がたとえばわが国では山口ら (1993) および鶴飼ら (1993) により行われてきた。しかし、定常波浪観測における観測時間間隔は、たとえば運輸省では2時間、気象庁では3時間、あるいは諸外国では最大6時間というように、必ずしも統一されていないことから、定常波浪観測資料から導かれる高波の継続時間、あるいは高波の継続時間中の波高の極値 (極大波高と呼ぶ) などの波候代表量も観測時間間隔に大きく依存し、相互に異なる特性を示す可能性がある。

そこで、本研究では、気象庁および運輸省長期波浪観測資料の統計解析に基づいて、長期波高分布、波の継続時間および継続時間内の極大波高に及ぼす観測時間間隔の影響とその影響の除去方法およびこれら波候代表量の統計的予測法や波の継続時間を考慮した極大波高の再現期間推定法を検討する。

## 2. 波浪観測資料および解析法

まず波候代表量に及ぼす観測時間間隔の影響を調べるため、6地点 (尻羽岬、石廊崎、佐喜浜、福江島、経ヶ岬、温海) における1時間ごとの気象庁波浪観測資料を使用する。最長および最短観測期間は尻羽岬の約8年間および福江島の約4年間、最低および最高測得率は温海の0.858および尻羽岬の0.997である。また、同じ目的で、日本海沿岸の輪島、金沢、鳥取の3地点で2時間ごとに取得された運輸省波浪観測資料を使用する。観測期間は3地点とも8年間であり、測得率は最も低い輪島で

も0.946である。

つぎに、観測時間間隔の影響を除去した場合の波候代表量の予測式作成のため、山口ら (1993) と同様、わが国沿岸11地点において3時間ごとに得られた気象庁波浪観測資料を使用する。観測期間は約14年間 (経ヶ岬) ~ 約5年間 (尻羽岬) であり、測得率は0.949 (佐多岬) ~ 0.992 (尻羽岬) ときわめて高い。また、前述の運輸省波浪観測資料も同時に使用する。結局、この場合には日本沿岸14地点における波浪観測資料が検討対象となる。

資料解析では、まず波高資料の平均値  $\bar{H}_{1/3}$  および標準偏差  $H_\sigma$  を算出するとともに、3母数 Weibull 分布のあてはめを行い、3母数 ( $k_H$ ,  $x_{0H}$ ,  $b_H$ ) を最尤法により推定する。ついで、継続時間資料の作成にあたっては、各波高データを折れ線で結ばれる連続波高資料とみなすことにより、基準波高 ( $H_{1/3c}=0.50$  m から0.25 m ごとに5.00 m まで) を越える波高の継続時間  $\tau$  を算出する。

継続時間資料に対しても各基準波高ごとの平均継続時間  $\bar{\tau}$  および継続時間の標準偏差  $\tau_\sigma$  を算出するとともに、2母数 Weibull 分布をあてはめ、母数 ( $k_\tau$ ,  $x_{0\tau}$ ) を最尤法により推定する。また、それぞれの継続時間内の波高資料のうちの最大値を抽出して、基準波高別極大波高  $H_p$  も同時に求める。極大波高資料に対しては、原点母数  $b_e$  を固定した3母数 Weibull 分布をあてはめ、最尤法により母数 ( $k_e$ ,  $x_{0e}$ ) を推定するとともに、その年平均発生数  $\bar{N}$  を算出する。

3母数 Weibull 分布の非超過確率  $F(\xi)$  は次式で表される。

$$F(\xi) = 1 - \exp[-\{(\xi + b)/(x_0 + b)\}^k] \dots \dots (1)$$

ここに、 $\xi$ : 確率変数、 $k$ : 形状母数、 $x_0$ : 尺度母数、 $b$ : 原点母数、であり、 $b=0$  とすれば、式(1)は2母数 Weibull 分布に帰着する。3母数 Weibull 分布の母平均値  $m$  および母標準偏差  $\sigma$  は確率密度関数の積率計算から次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} m &= -b + (x_0 + b)\Gamma(1 + 1/k) \\ \sigma &= (x_0 + b)\{\Gamma(1 + 2/k) - \Gamma^2(1 + 1/k)\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

ここに、 $\Gamma$  はガンマ関数である。また、以上の解析から得られた Weibull 分布の母数など種々のパラメータ  $y$

\* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部土木海洋工学科  
 \*\* 愛媛大学技官 工学部土木海洋工学科  
 \*\*\* 正会員 工修 愛媛大学助手 工学部土木海洋工学科  
 \*\*\*\* (株)新来島どっく

と適当な各種説明変数  $x$  の関係をベキ乗関数,

$$y = ax^b \dots\dots\dots (3)$$

により近似し,  $a, b$  を最小2乗法で推定する.

### 3. 波候代表量に及ぼす観測時間間隔の影響

解析では, 気象庁6地点における1時間ごとのデータから観測時間間隔  $\Delta t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12$  hrsで抽出した10通りの資料および運輸省3地点における2時間ごとのデータから  $\Delta t = 2, 4, 6, 8, 10, 12$  hrsで抽出した6通りの波高資料に対して, 波高分布, 基準波高ごとの継続時間分布および極大波高分布の算出と, 平均値・標準偏差の計算およびWeibull分布のあてはめを行う.

図-1は基準波高  $H_{1/3c} \geq 4$  mの波の継続時間資料に対する2母数Weibull分布のあてはめ結果および極大波高資料(いずれも  $\Delta t = 2$  hrs)に対する3母数Weibull分布のあてはめ結果の1例であり, 観測地点, 観測時間間隔, 基準波高によらず, 継続時間資料は2母数Weibull分布, 極大波高資料は3母数Weibull分布によって比較的よく表示される.

図-2はWeibull分布の母数  $k_r$  および  $k_e$  と基準波高  $H_{1/3c}$  の関係図の1例(いずれも  $\Delta t = 2$  hrs)であり, 両者の関係はそれぞれベキ乗関数  $k_r = a_{kr}(H_{1/3c})^{b_{kr}} = 0.689(H_{1/3c})^{0.191}$ ,  $k_e = a_{ke}(H_{1/3c})^{b_{ke}} = 0.679(H_{1/3c})^{0.236}$  でよく近似される. この結果はWeibull分布の他の母数 ( $x_{0r}$ ,  $x_{0e}$ ,  $b_e$ ) についてもあてはまる. そこで, ベキ乗係数  $a_{kr}$  および  $a_{ke}$  と  $\Delta t$  の関係を図示したのが図-3である. これらの関係は再びベキ乗関数(たとえば,  $a_{kr} = c_{kr}\Delta t^{d_{kr}} = 0.571\Delta t^{0.262}$ )によりそれぞれよく近似されるが, 図-3あるいはベキ乗関数の指数部から明らかなように, 波の継続時間分布や極大波高分布, したがってこれらの平均値および標準偏差は観測時間間隔  $\Delta t$  の影響をかなり大きく受ける.

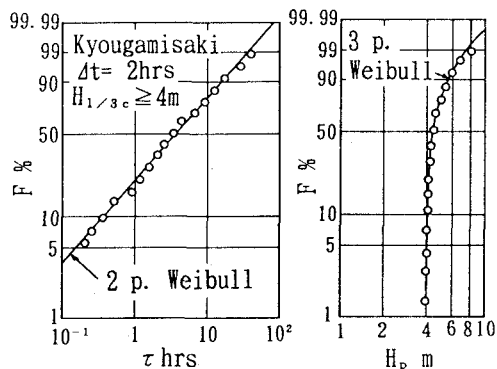


図-1 継続時間資料および極大波高資料に対するWeibull分布のあてはめ

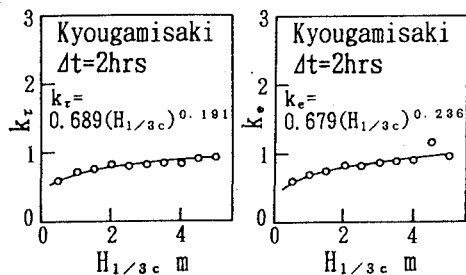


図-2 母数  $k_r, k_e$  と基準波高  $H_{1/3c}$  の関係

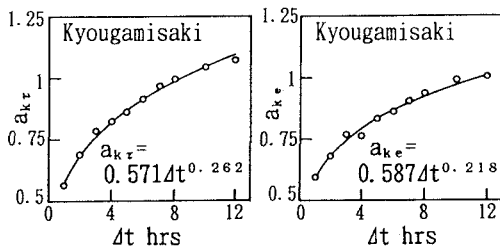


図-3 ベキ乗係数  $a_{kr}, a_{ke}$  と観測時間間隔  $\Delta t$  の関係

なお, 長期波高分布および各基準波高に対する波の継続時間の累積値である基準波高別全継続時間は観測時間間隔の影響をほとんど受けない.

### 4. 観測時間間隔の影響除去法

継続時間分布および極大波高分布などの波候代表量が観測時間間隔に依存するのは実用上不都合であるので, 波候代表量に及ぼす観測時間間隔の影響を除去するために, FFTを用いて短周期成分をカットする方法を用いることとし, 以下ではFFTによる除去周期の影響を調べる.

図-4は図-3に与えた  $a_{kr}$  と  $\Delta t$  の関係をFFTにおける指定除去周期6時間および24時間の場合に, また  $a_{ke}$  と  $\Delta t$  の関係を指定除去周期6時間の場合について示したものであり, FFTを使用しない図-3との比較から, 指定除去周期の1/2以下の観測時間間隔では,  $\Delta t$  の影響がほぼ除去されることがわかる. これは他の係数についても同様である. しかし, 短周期成分の除去は波高時系列資料の平滑化と波の継続時間の増加や極大波高の減少をもたらし, その場合は除去周期の増加とともに著しくなる. したがって, 実際に用いられている観測時間間隔を考慮するとき, 観測時間間隔に関して同質の資料とするためには, FFTにおける指定除去周期を3時間と2時間の最小公倍数である6時間とするのが現実的であろう. なお, 長期波高分布に及ぼす除去周期の影響はほとんどない.

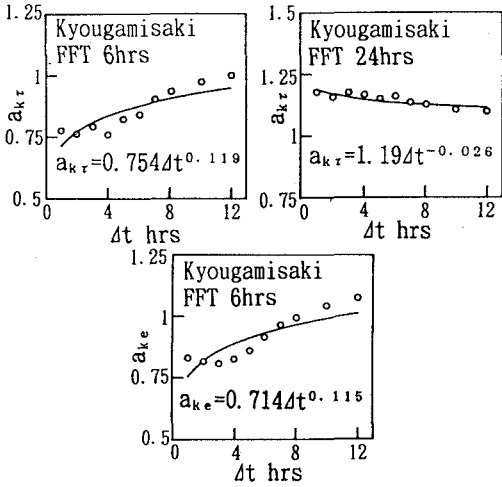


図-4 ベキ乗係数  $a_{k\tau}$ ,  $a_{ke}$  に及ぼす指定除去周期の影響

5. 波候代表量の予測モデル

5.1 長期波高分布の予測モデル

FFT の指定除去周期を 6 時間とした場合の、日本沿岸 14 地点における長期波高資料に対する 3 母数 Weibull 分布のあてはめから求められた 3 母数と波高の分散値  $H_\sigma^2$  の関係はいずれもベキ乗関数、

$$\left. \begin{aligned} k_H &= 1.10(H_\sigma^2)^{-0.246}, & b_H &= -0.088(H_\sigma^2)^{-0.894} \\ x_{0H} &= 1.19(H_\sigma^2)^{0.088} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

により比較的よく近似されることから、これらの関係を利用すれば、 $H_\sigma^2$  の値から長期波高分布や平均波高などを推定することができる。ただし、式(2)に示すように、3 母数は平均値および標準偏差(分散値)のほか、skewness にも依存するから、この結果は理論的に正しいとはいえず、あくまで近似的なものである。

5.2 波の継続時間分布の予測モデル

図-5 は  $k_\tau$  および  $x_{0\tau}$  と  $H_{1/3c}$  の関係の 1 例であり、両者の関係がベキ乗関数、

$$k_\tau = a(H_{1/3c})^b, \quad x_{0\tau} = c(H_{1/3c})^{-d} \dots (5)$$

によりよく近似される結果や、 $H_{1/3c}$  の増加とともに  $k_\tau$  は漸増し、 $x_{0\tau}$  は減少する挙動はこれまでと同じである。

図-6 は式(5)における係数  $a, b, c, d$  と  $H_\sigma^2$  の関係を示したものであり、多少のばらつきを伴うものの、その平均的傾向は、

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.778(H_\sigma^2)^{0.088}, & b &= 0.205(H_\sigma^2)^{-0.284} \\ c &= 35.1(H_\sigma^2)^{0.555}, & d &= 0.955(H_\sigma^2)^{0.324} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

というベキ乗関数により近似される。したがって、 $H_\sigma^2$  お

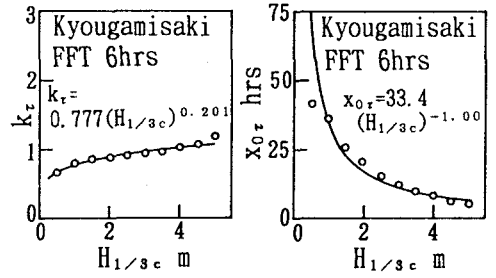


図-5 2 母数  $k_\tau$ ,  $x_{0\tau}$  と基準波高  $H_{1/3c}$  の関係

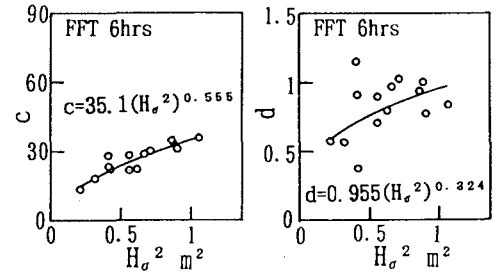
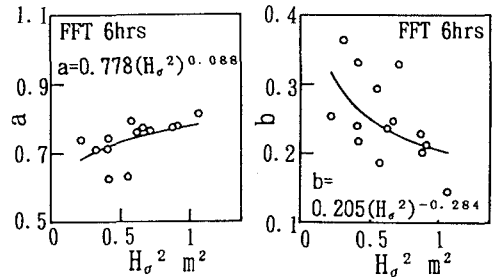


図-6 ベキ乗係数と波高の分散値  $H_\sigma^2$  の関係

よび  $H_{1/3c}$  を与えれば、式(6)と式(5)より、2 母数 Weibull 分布の母数  $k_\tau, x_{0\tau}$  が定まり、式(2)より波の継続時間の平均値と標準偏差、式(1)より波の継続時間分布が算出できる。

つぎに、 $\bar{\tau}, \tau_\sigma$  および  $H_{1/3c} \geq 4$  m の継続時間分布に対する資料値と計算値の比較の 1 例を示したのが図-7 である。もちろん回帰式の誤差のため、資料値と計算値の隔たりが目立つ地点もあるけれども、全体的には回帰式は資料値の特性をかなりよく再現する。

5.3 極大波高分布・年平均発生数の予測モデル

この場合、FFT による波高の減少を補償するため、等間隔波高資料から抽出した極大波高値とその前後の波高値に 2 次曲線をあてはめ、その最大値をもって極大波高とする。

図-8 は極大波高資料にあてはめた 3 母数 Weibull 分布の母数 ( $k_e, b_e, x_{0e}$ ) および極大波高年平均発生数  $N$  の  $H_{1/3c}$  による変化を示したものである。前者では、

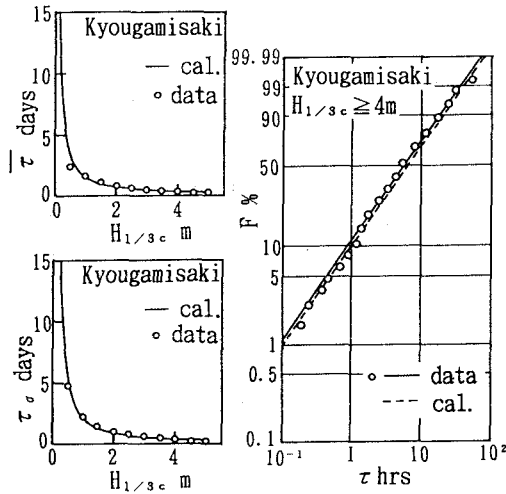


図-7 継続時間の平均値・標準偏差および継続時間分布の比較

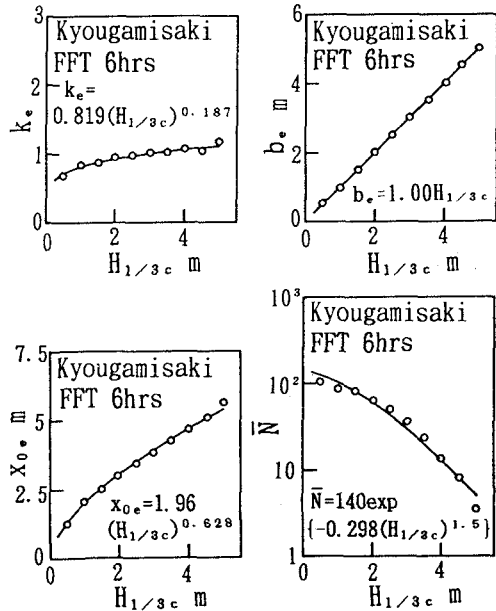


図-8 3母数  $k_e$ ,  $b_e$ ,  $x_{0e}$  および年平均発生数  $\bar{N}$  と基準波高  $H_{1/3c}$  の関係

$$\left. \begin{aligned} k_e &= a(H_{1/3c})^b, & b_e &= c(H_{1/3c})^d \\ x_{0e} &= e(H_{1/3c})^f \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

後者では、

$$\bar{N} = p \cdot \exp\{-qH_{1/3c}^{1.5}\} \dots\dots\dots (8)$$

が資料の平均的傾向を表すために用いられており、いずれも資料の変動傾向をよく表示する。

図-9は式(7)および式(8)における  $c$ ,  $d$  を除く各係数と  $H_{\sigma}^2$  との関係であり、これらはベキ乗関数および

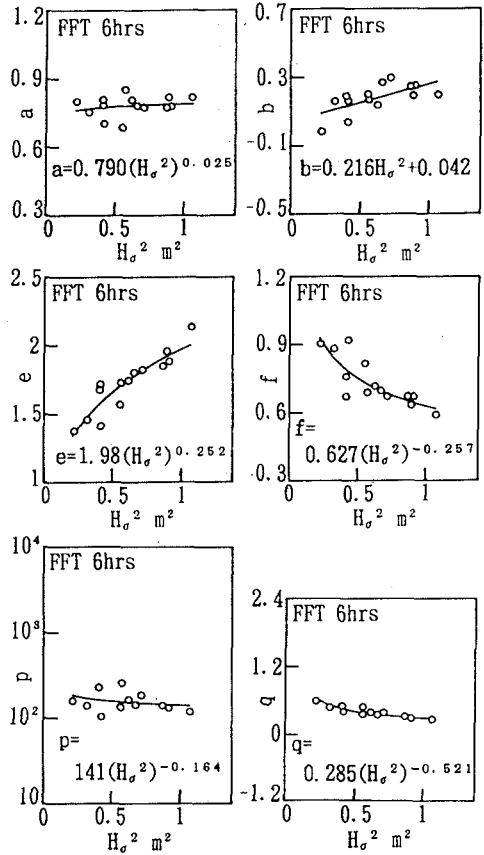


図-9 各ベキ乗係数と波高の分散値  $H_{\sigma}^2$  の関係

1次式、

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.790(H_{\sigma}^2)^{0.025}, & b &= 0.216H_{\sigma}^2 + 0.042 \\ c &= 1.000, & d &= 0.997(H_{\sigma}^2)^{-0.006} \\ e &= 1.98(H_{\sigma}^2)^{0.252}, & f &= 0.627(H_{\sigma}^2)^{-0.257} \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

およびベキ乗関数、

$$p = 141(H_{\sigma}^2)^{-0.164}, \quad q = 0.285(H_{\sigma}^2)^{-0.521} \dots\dots (10)$$

により近似される。

つぎに、図-10は  $H_{\sigma}^2$  および  $H_{1/3c}$  を与えて上述の回帰式より求めた極大波高年平均発生数および極大波高分布 ( $H_{1/3c} \geq 4$  m) に対する比較例である。極大波高年平均発生数に対する再現性は必ずしも十分でない地点が見出されるうえに、極大波高分布に対する再現性は日本海側地点より太平洋側地点においてやや低いという問題もあるが、全体的には回帰式は年平均発生数や観測資料分布を比較的よく再現する。

5.4 継続時間を考慮した極大波高の再現期間の推定

極大波高分布は3母数 Weibull 分布、継続時間分布は2母数 Weibull 分布、極大波高の年平均発生数は式(8)により表されるから、波高の分散値  $H_{\sigma}^2$ 、基準波高  $H_{1/3c}$ 、

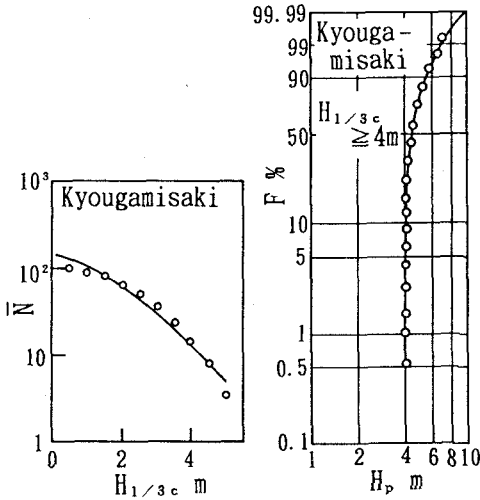


図-10 極大波高年平均発生数および極大波高分布の比較

波の継続時間  $\tau$  および極大波高  $H_p$  が与えられるとき、極大波高  $H_p$  を含む基準波高  $H_{1/3c}$  以上、継続時間が  $\tau$  以上の波高時系列における極大波高  $H_p$  の再現期間  $R$  は、

$$1/R = \bar{N}(H_{1/3c}) \{1 - F(H_p; H_{1/3c})\} \cdot \{1 - F(\tau; H_{1/3c})\} \dots \dots \dots (11)$$

により求められる。ここに、 $\bar{N}(H_{1/3c})$  は基準波高  $H_{1/3c}$  に対する極大波高あるいは波の継続時間の年平均発生数、 $F(H_p; H_{1/3c})$  は基準波高  $H_{1/3c}$  に対する極大波高の未超過確率、 $F(\tau; H_{1/3c})$  は基準波高  $H_{1/3c}$  に対する波の継続時間の未超過確率である。

そこで、 $H_{1/3c}=4\text{ m}$ 、 $\tau=12\text{ hrs}$ 、 $H_p=8\text{ m}$  として 14 地点における  $H_p^2$  を与えることにより求めた  $\bar{N}(H_{1/3c})$ 、 $1 - F(H_p; H_{1/3c})$ 、 $1 - F(\tau; H_{1/3c})$  および  $R$  の一覧表を示したのが表-1 である。これによると、 $H_p=8\text{ m}$  の場合の再現期間の第 1 位および第 2 位は温海の 269 年および佐多岬の 249 年であり、他の地点の再現期間も 164~216 年の間に分布する。このうち、温海における長い再現期間は極大波高の超過確率がきわめて低いために生じた結果であり、温海における 50 年確率波高が 8 m 以下という推定結果とも符号する。また、佐多岬での長い再現期間は極大波高あるいは  $H_{1/3c} \geq 4\text{ m}$  に対する波の継続時間の年平均発生数が少ないためであり、これは前面に種子島や屋久島をひかえて波浪が遮蔽される結果、高波が生じにくいという佐多岬の地理的特性によって生じたものと解釈される。しかし、各回帰式は誤差を含むので、その相乗効果により過大あるいは過小な再現期間が推定されることも十分生じうることを留意する必要がある。

表-1 継続時間を考慮した極大波高の再現期間

location	$H_p^2$ ( $\text{m}^2$ )	$\bar{N}(H_{1/3c})$	$1 - F(\tau)$	$1 - F(H_p)$	$R$ (years)
Matsumae	.620	8.2	.246	.0029	169
Atsumi	1.067	15.4	.276	.0009	269
Kyougamisaki	.885	12.7	.268	.0014	211
Kashima	.663	9.0	.251	.0026	173
Fukuejima	.565	7.2	.240	.0035	165
Shirihamisaki	.406	4.3	.214	.0066	165
Enoshima	.555	7.0	.239	.0036	164
Irouzaki	.407	4.3	.215	.0066	164
Sakihama	.320	2.7	.194	.0105	179
Satamisaki	.216	1.1	.157	.0223	249
Kiyamisaki	.415	4.4	.216	.0064	164
Wajima	.869	12.4	.267	.0015	207
Kanazawa	.906	13.0	.269	.0013	216
Tottori	.708	9.8	.255	.0023	178

6. 結 語

- 本研究で得られた結果は次のように要約される。
- (i) 長期波高資料や極大波高資料は 3 母数 Weibull 分布により、基準波高を越える波の継続時間資料は 2 母数 Weibull 分布により比較的精度よく近似される。
  - (ii) 波の継続時間分布や極大波高分布に及ぼす観測時間間隔の影響はかなり大きい、長期波高分布および全継続時間にはほとんど現われない。
  - (iii) 波候代表量に及ぼす観測時間間隔の影響は FFT の適用により除去可能であるが、現実的には FFT における指定除去周期を 6 時間とすることが望ましい。
  - (iv) わが国沿岸任意地点における波候代表量は、ここでの  $H_p^2$  と  $H_{1/3c}$  を与えれば、回帰式により比較的精度よく推定できる。また、波の継続時間および極大波高値を指定すれば、継続時間を考慮した極大波高の再現期間を推定することも可能であるが、この場合には各回帰式の誤差が掛け合わされるので、過大あるいは過小な値が得られる可能性もあることを留意する必要がある。
- 最後に、波浪観測資料を提供戴いた気象庁統計課・海洋気象部海上気象課ならびに運輸省第一港湾建設局および第三港湾建設局に深甚の謝意を表明します。

参 考 文 献

鵜飼亮行・清水琢三・山口正隆 (1993): 実測値に基づく高波の継続時間の確率的出現特性, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 121-125.  
 山口正隆・大福 学・畑田佳男 (1993): 高波の継続時間の統計的特性とその推定法, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 116-120.