

ウェーブレット解析による時間波形データからの 砕波頻度の推定法

森 信 人*・安 田 孝 志**

1. はじめに

水面波の砕波現象は、波高の上限や衝撃砕波圧などに関わるだけでなく、大気・海洋の境界過程として空気塊の混入に伴う大気から海洋へのCO₂の吸収、表面流の形成および表面境界層の攪拌など様々な物理現象を伴うダイナミックかつ重要な現象の一つである。しかし、砕波の有無やその規模を時間波形記録によって判定することは困難であり、現在までのところ、砕波頻度と気象・海象特性や砕波特性との関係についての検討は余りなされていない。

一般に、現地波浪の解析を行う場合、ゼロクロス法やフーリエスペクトル法が用いられるが、これらの解析結果から砕波に関する情報を得ることは非常に難しい。ゼロクロス法は、実波形中の大部分の情報を捨てるために波形データ中の詳細な変化を調べることは不可能である。また、フーリエスペクトルからべき乗則やマクロ的な統計的特性などを知ることは出来るが、実波形に含まれる時間（空間）に関する情報はフーリエ変換の位相にのみ与えられ、フーリエスペクトルには含まれないため、位相について何らかの解析を行っても有意な情報を得ることが出来ない。これは、フーリエ変換の積分核 $\exp(i\omega t)$ が周期関数であることに起因しており、非定常スペクトル解析などで用いられるデータウィンドウの幅を狭くして時間に対する分解精度を上げたとしても周波数分解能が落ちてしまうことになり、原理的にフーリエスペクトル解析では時間（空間）に関する情報を精度良く得ることは出来ない。これに対して、近年、時間-周波数解析の一種として注目されているウェーブレット変換は、局所的な相似構造の解析に優れており、時間（空間）的に局在化した関数をスケール変換と平行移動により変換の積分核として選び、時間（空間）に関する情報を求めるものである。このため、砕波のような波形の局所的変化の解析はウェーブレット変換が有望と考えられる。

一般に、ウェーブレット変換は連続ウェーブレット変

換と離散ウェーブレット変換の2種類に大別され、連続ウェーブレット変換の積分核（ウェーブレット）が一次従属で過剰完全系であるのに対し、離散ウェーブレット変換は完全直交系の積分核が存在するという違いを持っており、それぞれの特色を生かし、様々な分野でのその応用が行われている。しかし、本研究で行うような波浪データの解析においては変換によって得られるデータ（ウェーブレット係数）がそれぞれ独立であることが望ましく、この点からは離散ウェーブレット変換の方が扱いやすいものと思われる。

そこで本研究では、まず初めにショック波に対して離散ウェーブレット変換を行い、その特性を調べる。ついで、この結果を水槽実験によって得られた時間波形に適用し、波列中の砕波の規模および頻度の推定法を確立する。さらに、この推定法を現地において観測された波浪データに対して適用し、波高統計量と砕波頻度の関係について検討を行う。

2. 解析手法

2.1 離散ウェーブレット変換

離散ウェーブレット変換は、任意の関数、例えば水面変動 $\eta(t)$ に対して、離散的なスケール変換 j と平行移動 k を用いて次式のように展開される。

$$\eta(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (j, k \in Z) \dots\dots\dots (1)$$

$$\alpha_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t) \psi_{j,k}(t) dt \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\psi_{j,k} = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$ であり、次式を満たす正規直交アナライジングウェーブレット $\psi(t)$ によって構成される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,k}^*(t) \psi_{j',k'}(t) dt = \delta_{j,j'} \delta_{k,k'} \dots\dots\dots (3)$$

ここでは、図-1に示すように実空間上で局在し、フーリエ空間上でサポートコンパクトなMeyerのアナライジングウェーブレット(Meyer, 1989)を用いて解析を行う。具体的な構成法および計算手法については前報(森ら, 1993)を参照されたい。

* 学生会員 工修 岐阜大学大学院 工学研究科(日本学術振興会特別研究員)

** 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科

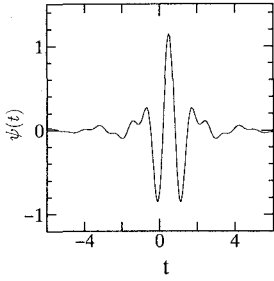


図-1 Meyerのアナライジングウェーブレット

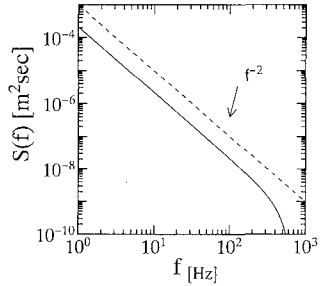


図-3 図-2の波形のフーリエパワースペクトル

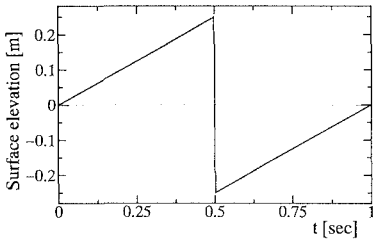


図-2 ショック波のモデル波形 (N=4096)

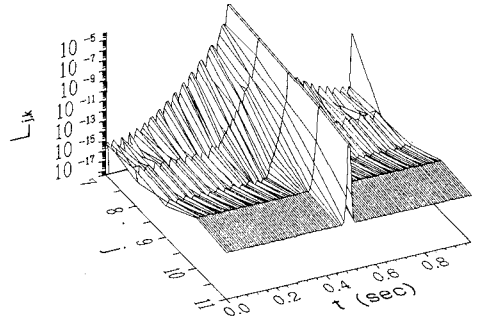


図-4 図-2の波形の局所ウェーブレットスペクトル (j_s=7)

2.2 ショック波への適用

実際の波形に応用する前に、砕波のモデルとして図-2に示すショック波について離散ウェーブレット展開を適用し、判断材料としたい。

ショック波のフーリエ級数は

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{4}{n} \right) \sin(n\omega t) \dots \dots \dots (4)$$

であるから、パワースペクトルは n^{-2} つまり ω^{-2} のべき乗則を持つはずであり、実際、図-3に示すように、フーリエ解析から得られるパワースペクトルは f^{-2} となる。しかし、前述でしたフーリエ解析からはショック面が存在するという情報を得ることは可能であるが、その時間については位相をどのように調べても特定することは困難である。

これに対し、離散ウェーブレット展開は、ショック面の出現時間の特定が原理的に可能であるが、ウェーブレット係数がウェーブレット空間 (j, k) 上で等方に区切られていないため、局所的な構造を見るには次式で定義される局所ウェーブレットスペクトル $L_{j,k}$ を用いると都合が良い。

$$L_{j,k} = \sum_{k'}^* |\alpha_{j,k}|^2 \quad (0 \leq k' \leq 2^{j_s} - 1, 0 \leq k \leq 2^j - 1) \dots (5)$$

ここで、 \sum^* は $k' \leq 2^{(j_s-j)}k \leq (k'+1)$ を満たす k についての総和を意味し、 j_s が時間軸上の解像度を決定する。図-4は、図-2の波形の局所ウェーブレットスペクトル (j_s

=7)であり、これよりショック面の出現時間 $t=0.5$ にエネルギーが集中していることがわかる。 $t=0.5$ におけるピークは時間軸上において非常に局所的で、局所ウェーブレットスペクトルはこれを良く捉えており、局所ウェーブレットスペクトルのもつエネルギー構造を調べるによりショック波の出現時間の特定が可能となる。

Meyerのウェーブレット $\psi_{j,k}$ はその構成条件よりフーリエ空間において $[-2^{j+3}\pi/3, -2^{j+1}\pi/3] \cup [2^{j+1}\pi/3, 2^{j+3}\pi/3]$ の区間でサポートコンパクトであるから、ウェーブレットスペクトル E_j とフーリエスペクトル $S(\omega)$ は、次式の関係にある

$$S(\omega) \sim \omega^{-p} \iff E_j \equiv \sum_{k=-\infty}^{\infty} |\alpha_{j,k}|^2 \sim 2^{-j(p-1)} \dots \dots (6)$$

これより、フーリエスペクトルは、ショック面のある場合 $p=2$ となることから、局所ウェーブレットスペクトルは j^{-1} 乗則を持つものと推察される。そこで、局所ウェーブレットスペクトルに j を掛けたものをショック局所ウェーブレットスペクトル (SLW) として次式のように定義する。

$$M_{j,k} = j \times \sum_{k'}^* |\alpha_{j,k}|^2 \quad (0 \leq k' \leq 2^{j_s} - 1, 0 \leq k \leq 2^j - 1) \dots \dots \dots (7)$$

図-5は、上述の図-2の波形に対するSLWであり、ショック面が生じている時間において各スケールにわた

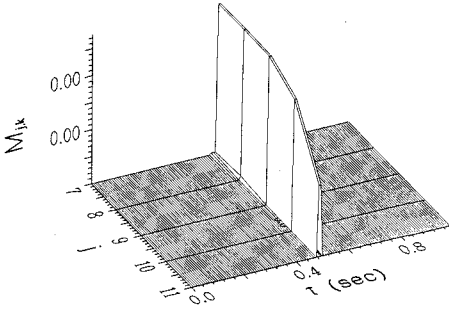


図-5 図-2の波のショック局所ウェーブレットスペクトル ($j_s=7$)

って同じオーダーでエネルギーが集中していることがわかる。つまり、波形がショック面を持つ場合、ショック面が生じている時間およびそのスケールに応じた大きさを持つ一様なエネルギー構造がSLWに現れることになる。しかしながら、実際の砕波の観測波形データが、上述の図-2のような明瞭なショック面を持つことは希であると思われる、以下において実験結果に基づいて補正を行い、観測波形中の砕波の検出および判定法の定式化を試みる。

3. 波形データ解析への応用

3.1 水槽実験

前述したように、観測波形中にショック面が存在する場合、SLWに明瞭なエネルギー構造が現れる。これを実測波形を用いて検証するため、片面ガラス張りの2次元水槽(1m×2m×65m)内に、図-6に示すように8台の容量式波高計を設置し、水深0.98mの下でWallops型スペクトル($m=10$)を初期スペクトルとする不規則波を砕波が生じる場合と全く生じない場合の2ケース造波し、計測を行った。なお、 $k_p h=4.0$ 、スペクトルのピーク周波数 f_p は1.0Hz、サンプリング間隔は100Hzであり、初期波の代表波形勾配 $k_p a$ の目標値を0.15および0.10として造波した。ここで、 k_p は f_p に対応したスペクトルのピーク波数、 a は $H_{1/3}$ の1/2、 h は水深である。造波板から2.4mの地点のW.G.2において $k_p a$ の値はそれぞれ0.163(砕波を伴いつつ伝播)および0.102(非砕波)であった。

図-7に示すのは、W.G.3において(a)砕波を伴うケース、(b)非砕波のケースおよび(c)砕波のケースのフーリエスペクトルから位相を一樣乱数で与えてcos合成して得られた波形の3通りである。また、図-7に示す砕波のケースの図中の記号(A-C)は、目視によって観測された砕波波頂を示している。さらに、図-8に示すのは、各ケースのウェーブレットおよびフーリエスペクトル

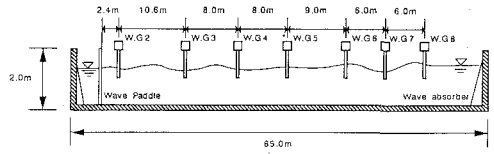
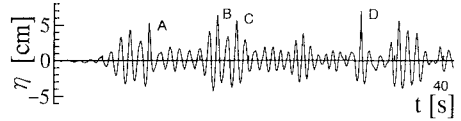
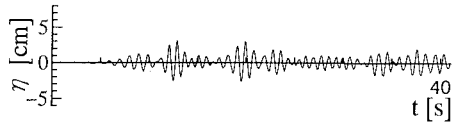


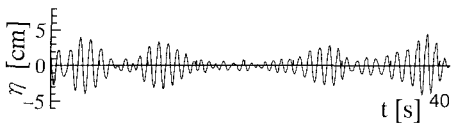
図-6 実験水槽の概略と波高計の設置位置



(a) 波列中に砕波を含むケース



(b) 非砕波のケース



(c) 一樣乱数のケース(再合成波)

図-7 各ケースにおける測点3での時間波形

ルであり、これより、ウェーブレットスペクトルとフーリエスペクトルが良く対応していることがわかる。

図-9(a)および(b)は、図-7に対応した砕波および非砕波両ケースの局所ウェーブレットスペクトルであり($j_s=7$ は約2Hzに相当)、図-9(c)は合成波の局所ウェーブレットスペクトルである。これらの結果から、実測波形の方が砕波・非砕波を問わず、低次から高次($j \rightarrow$ 大)にわたって山谷の折りなすエネルギー構造が続いているのに対し、合成波の方はこのようなスケール間にわたる局所的な構造は見られず、スケール毎の位相がランダムであることがわかる。

図-10は、それぞれ図-7の波形に対応したショック局所ウェーブレットスペクトル(SLW)であり、砕波のケース(a)における図中の記号(A-C)は図-7(a)の波形に対応している。これより、非砕波および合成波のケースにおいてはスケールに対応してSLWの値が小さくなっているが、砕波のケースでは砕波時の発生時間に強いエネルギー構造が見られる。これから正規目盛りのSLWに対して、ある時刻 t_k が各スケールにわたり同じオーダーの値を持つ場合、砕波と判定することが可能となる。そこで、SLWにおけるある時刻 t_k の j_s から n 離れたスケールのSLW値の比を a とし、これを判定基準と

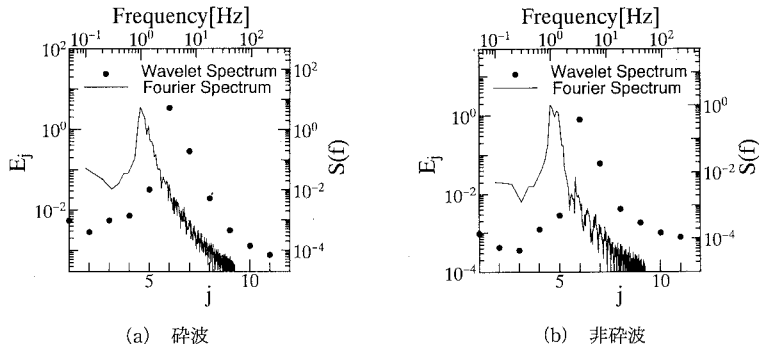


図-8 各ケースのウェーブレットスペクトルおよびフーリエスペクトル

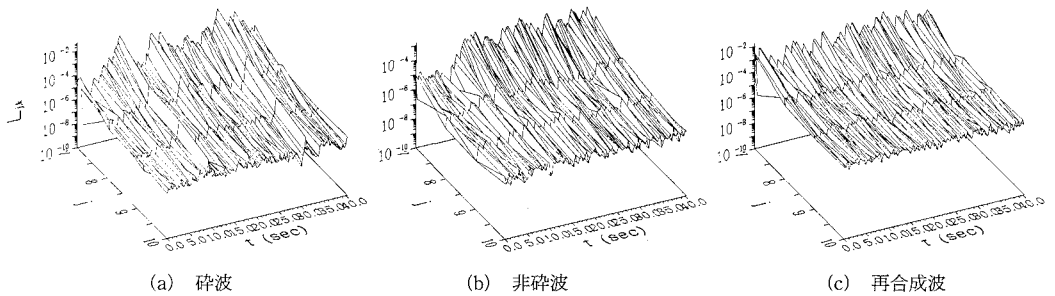


図-9 図-7の波形の局所ウェーブレットスペクトル

して採用することにする。

$$a = \frac{M_{j_s+n, k_i}}{M_{j_s, k_i}} \dots\dots\dots (8)$$

式(8)における j_s および n の値の決定については任意性があるが、 j_s が局所ウェーブレットスペクトルの解像度であることを考慮すると、 j_s の値によって碎波の周波数における規模を推定することが出来る。工学的に重要な碎波の規模を考えると、ピークモード j_b の2倍程度が良いのではないと思われる。一方 n の値が大きいくほど精度良く推定できるはずであり、出来るだけ j_{max} に近い値を取るのが望ましい。また、SLWの値の大きさは各スケールにおける波の持つ波高やショック面が存在する場合、その大きさに相当している。

表-1は、 $j_s=7$ 、 $n=2$ の下で a を変化させた場合の式(8)の碎波の判定基準から算出された結果であり、 $a \geq 0.5$ 程度であれば実験結果と良く対応していることがわかる。しかし、 $a=0.5$ は局所ウェーブレットスペクトルで j^2 の勾配を意味し、本来の目的が碎波に伴う観測波形のショック面を検出することからはやや離れるが、等間隔のサンプリングデータであることを考慮すると妥当な範囲であると言える。

3.2 現地観測結果

前節で得られた結果を実際の現地観測データに対して適用し、碎波頻度と統計量の関係について簡単に解析を

表-1 a および j_s と碎波と判定された波の数の関係 (4波が観測値)

$j_s \setminus a$	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
6	4	4	3	1	1
7	4	4	2	1	1
8	0	0	0	0	0

行う。ここで用いるデータは、山形県由良沖の水深約43mの海底に設置された超音波式波高計によって行われ、1988年2月2日(ケース1)および1988年12月14日(ケース2)にそれぞれ約25時間から約30時間連続で観測されたもので、サンプリングは1Hzである(安田ら, 1993)。

図-11に、両ケースの有義波高の変化と式(8)によって計算された碎波頻度の推移を示す。ここで、 a は0.5、サンプリングの関係から $n=1$ とし、基準としてデータに挿入した波高0.5mのショック波より大きい値を持つSLWについて解析を行った。また、波の数は局所ウェーブレットスペクトルから推定することは難しいため、碎波頻度はゼロダウン波を母数として求めている。観測区間中の波の数は約110~180波程度であった。これより、ケース1では平均して約15%程度の波が碎波していると推定され、この時の平均風速が15m/s前後である

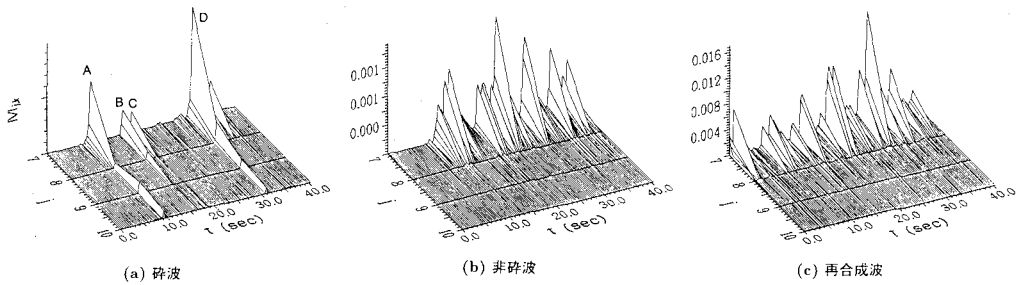


図-10 図-6の波のショック局所ウェーブレットスペクトル

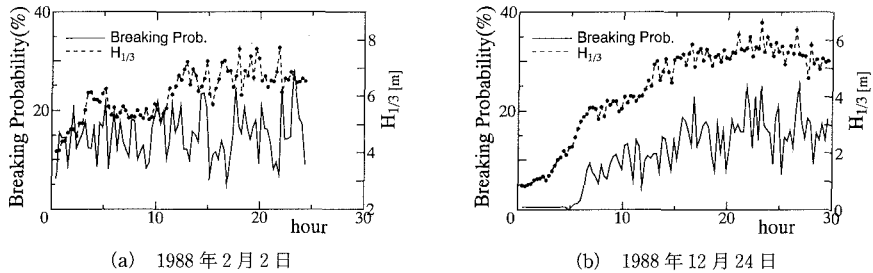


図-11 現地観測波形より求めた碎波頻度と有義波高の時間変化

ことを考慮すると妥当な値であると考えられる。これに対して、ケース2は、有義波高が1mから6mへ遷移している過程の波浪データであり、SLWを用いて推定した碎波頻度も有義波高に合せて20%近くまで増加しており、0.5m以上の波高を持つ波の碎波頻度についてはかなり有意な値を与えていることがわかる。

4. ま と め

本研究では、離散ウェーブレット解析から得られる局所ウェーブレットスペクトルにショック面の持つ η^1 乗則を取り込み、新たにショック面の検出に優れたショック局所ウェーブレットスペクトル(SLW)を導入することによって、観測波形中のショック面の検出方法について検討を行った。その結果、波形中にショック面が理想的に存在する場合には、その発生時刻および規模を精度良く推定することが可能であるが、水槽内に発生させた不規則波の碎波のように種々の碎波形式からなり、崩れ碎波のように波形の前傾が小さい碎波では、判定基準値 α をかなり小さく、つまり基準を緩く取らなくては碎波頻度を正しく推定出来ないことを明らかにした。しかしながら、このような碎波であっても非碎波との差異は明瞭に現れており、本手法の適用によって水槽内の不規則波の碎波の有無を時間波形データから判定することは十分可能である。また、現地観測波形への適用結果から、碎波頻度は有義波高の値に強く依存し、平均風速15m/sの強風下のもとで最大20%程度の頻度を持つことを明

らかにした。

この手法は、原理的には崩れ碎波から巻き碎波まであらゆる規模の碎波を検出することが可能であるが、基本的に分解能および精度はデータのサンプリング周波数に強く依存するため、データによっては推定が困難な場合があり、なお検討の必要がある。

最後に、本研究中で用いた実験データは西松建設(株)技術研究所および現地観測データは運輸省船舶技術研究所により提供して頂いたものであり、深く謝意を表す。また、様々な助言を頂いた東京大学大学院 山田道夫博士に感謝するとともに、本研究が文部省科学研究費特別研究員奨励費および一般研究C(06650559)による成果であることを付記し深謝する。

参 考 文 献

森 信人・安田孝志・山田道夫 (1993): 現地波浪データのウェーブレット解析による非定常スペクトル特性, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 141-145.
 安田孝志・森 信人・吉元博文 (1993): 山形県由良沖の3測点同時波形データに基づくFreak waveの特性, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 91-100.
 Farge, M. (1992): Wavelet transforms and their applications to turbulence, Annual, Review of Fluid Mech., Vol. 24, pp. 395-457.
 Meyer, Y. (1989): Wavelets, (Eds. J. M. Combes *et al.*, Springer).
 Yamada, M. and K. Ohkitani (1990): Orthonormal wavelet expansion and its application to turbulence, Prog. Theor. Phys., Vol. 83, No. 5, pp. 819-823.