

# 乱流方程式を用いた砕波帯内波浪場の数値モデル

柴山 知也\*・Nguyen The Duy\*\*

## 1. はじめに

本研究では砕波帯内の乱流現象及びそれに起因する波高減衰、底質浮遊などの現象を解明するために、乱流方程式を基礎とした新しい砕波帯内乱流場の数値モデルを構築することを目的とした。モデルでは Reynolds 方程式を砕波帯内外で直接数値積分することにより波浪場、流速場を算定する。なおモデルは岸沖、鉛直方向を持つ二次元場について作成した。さらに開発したモデルによる算定結果を室内実験データと比較検討し、その有効性の検証も行う。波浪場の算定に Navier-Stokes 方程式を直接用いた研究には Daubert et al. (1982) のものがあるが、砕波帯内の乱流場を直接対象として渦動粘性係数の値を与え、波高減衰、定常流速場などを論じた研究は例が無い。

## 2. 数値モデルの構成

基礎方程式としては流速値に波動運動の位相を基準とした位相平均値を用いた Reynolds の方程式（岸沖方向および鉛直方向）と連続式を以下のように用いる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + M_x \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(w^2)}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + M_z \quad \dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots(3)$$

さらに

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{\xi} u dz = 0 \quad \dots\dots(4)$$

ここで  $z_b$  は底面の座標、 $u$ 、 $w$  はそれぞれ位相平均をとった水平および鉛直方向の流速、 $\nu$  は分子粘性係数、 $M_x$ 、 $M_z$  はそれぞれ Reynolds 応力項である。さらに Reynolds

応力項は位相平均流速からのずれで定義され、位相平均流速を用いて以下のように定義できる。

$$M_x = 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad \dots\dots(5)$$

ここで渦動粘性係数  $\nu_t$  は Svendsen・Hansen (1988) が、undertow の算定のために用いた係数の値を参考にして最終的には以下のように時間的に変化する係数として与える。

$$\nu_t = f_b \sqrt{gh} (\xi - z_b) \quad \dots\dots(6)$$

ここで  $f_b$  は実験によって定める定数、 $\xi$  は水面の位置、 $z_b$  は底面の位置である。ここで  $f_b$  は唯一の実験定数であるが、実験値と比較すると  $f_b = 0.10 \sim 0.15$  の値をとり、以下ではその平均値として  $f_b = 0.125$  を用いることとする。なお、この値を 0.10 から 0.15 の間で変化させても最終的な計算結果には大きな変化がないことを確認している。以上の方程式系を水表面、水底、沖側境界、岸側境界での境界条件の下で解く。

次に境界条件の与え方について述べる。まず水表面では、時間的に変動する水表面の位置自体を計算していく必要があるため、次の条件を与える。

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots(7)$$

$$w = \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad \dots\dots(8)$$

$$P = 0 \quad \dots\dots(9)$$

また、水底面では

$$u = w = 0 \quad \dots\dots(10)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho \left[ -g + (\nu + 2\nu_t) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \quad \dots\dots(11)$$

ここで式 (11) は、鉛直方向の運動量保存式に連続式と底面での no-slip 条件から求まる。次に岸側境界の条件は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots(12)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots(13)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho \left[ (2u - c) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \right] \quad \dots\dots(14)$$

\* 正会員 工博 横浜国立大学助教授 工学部建設学科  
 \*\* 学生会員 M.Eng. 横浜国立大学大学院 工学研究科

で与えている。式 (14) は粘性を無視し、水平方向の運動方程式に式 (12) を用いることにより求めることができる。また、沖側の入射境界では Ursell 数に応じてストークス波あるいはクノイド波 (Nishimura et al., 1977) を用いて水面位置、流速、圧力を与えている。

このような方程式系を表面の境界が時間的に変動するような場で、時間的に変動する曲線座標系の下で解くことは一般には不可能である。そこで本研究では図-1 に示すように一般曲線座標上の物理平面をデカルト座標系上の計算平面に変換して差分計算を行った (Daubert et al., 1982)。物理平面と計算平面の関係を求める写像関係式は以下のように求める。

$$\xi = x \dots\dots\dots (15)$$

$$\eta = H_s \frac{z - z_b(x)}{\zeta(x, t) - z_b(x)} \dots\dots\dots (16)$$

$$\tau = t \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 $H_s$  は計算領域の鉛直方向の最大長さである。座標変換に関するヤコビアンは以下ようになる。

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \xi}{\partial t} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} & \frac{\partial \tau}{\partial z} & \frac{\partial \tau}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{[H_s z_{bx} + \eta(\zeta_x - z_{bx})]}{\zeta - z_b} & \frac{H_s}{\zeta - z_b} & -\eta \frac{\zeta_t}{\zeta - z_b} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

ここで  $\zeta_x, z_{bx}$  はそれぞれ  $\zeta, z_b$  の  $x$  に関する偏微分を表す。

以上に示した方法により、物理平面における方程式系は計算平面に変換することができ、計算平面上でそれらの方程式系をスタックメッシュを用いた差分法で解き、さらに物理平面に変換し直すことにより最終的な解を求めることができる。

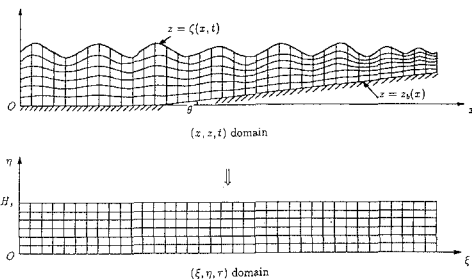


図-1 物理平面と計算平面

### 3. 数値モデルの検証

次に本計算法の妥当性を検討するために、まず乱流を含まない非碎波領域での浅水変形による波形および波高変化について既往の実験結果と比較した。まず波高の浅水変化に関する検討結果を図-2 に示す。図より波高の浅水変化に関しては本モデルの算定結果は線形波理論よりもむしろ非線形波の浅水変形の推定法である Shuto (1974) の結果と類似の結果を得ることが確認できる。

次に波形の変化に関して実験結果 (Madsen・Warren, 1984) と比較したものを図-3 に示す。浅水変形による波形の変化に関しては、波形の上下および左右の非対称性を含めて本モデルが現象をよく再現できることが解る。

また、図-4 は非碎波領域における表面波形および波峰下、波谷下それぞれの岸沖流速の鉛直分布を Goda (1964) の実験結果と比較したものである。この場合にも実験結果を良好に再現している。ただし、特に波谷下に

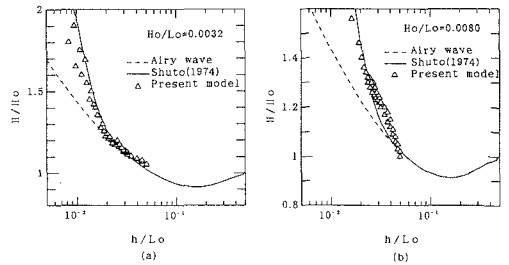


図-2 非碎波領域での浅水係数の比較

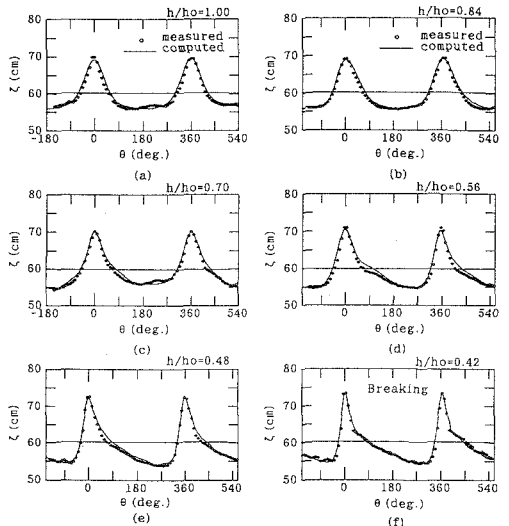


図-3 非碎波領域での表面波形の計算と実験値の比較 (実験データは Madsen・Warren, 1984)  $h_0$ : 水平床部水深 (60 cm)

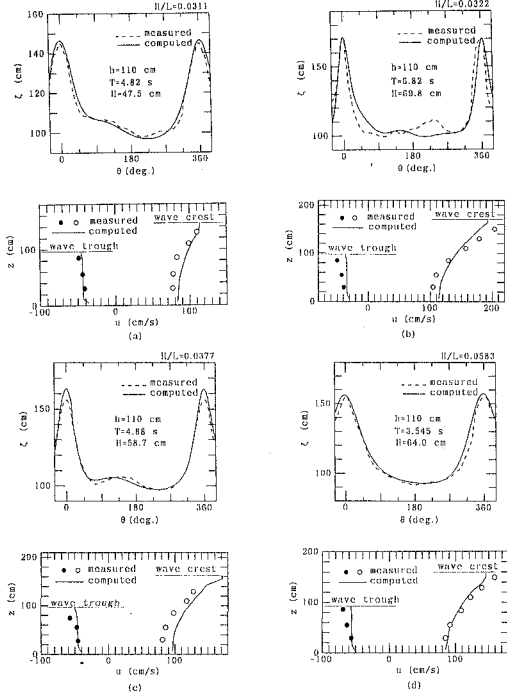


図-4 表面波形および波峰、波谷下の水平方向水粒子速度の比較 (実験データは Goda, 1964)

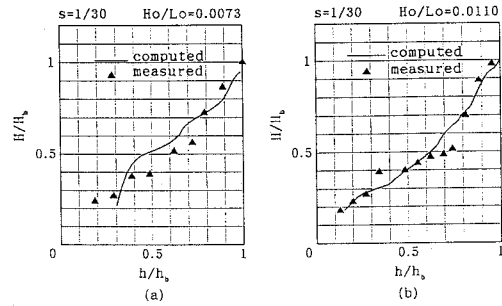


図-5 砕波帯内波高分布の計算と実験値の比較 (実験データは Horikawa・Kuo, 1966) s: 底面勾配

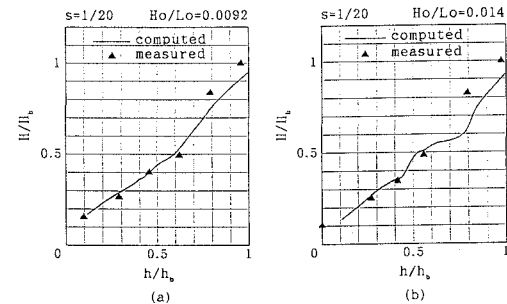


図-6 砕波帯内波高変化の計算と実験値の比較 (実験データは Okayasu et al., 1988)

おける上層での流速に関しては一致度が悪く、さらなる検討が必要のようである。

次に乱流を含む砕波帯内への適用性の検討結果について述べる。砕波点の決定には Goda (1975) の砕波指標の式を用いている。砕波帯内の計算には渦動粘性係数の値をいかに設定するかが問題となるが、ここでは先にも述べたように、式(6)を用いて時間的に変化する渦動粘性係数を与えている。

図-5は砕波帯内の場所的な波高の変化を実験値 (Horikawa・Kuo, 1966) と比較したものである。また、図-6は同様に波高変化を Okayasu et al. (1988) のデータと比較したものである。数値モデルがその複雑さにも関わらず波高減衰に関する実験結果をかなりの精度で推定していることがわかる。

また、図-7には表面波形の位相変化を砕波帯内での実測結果 (Okayasu, 1989) と比較した結果を示す。ここでもまた波高の絶対値、上下左右の非対称性を含めて、波形の位相変化の実測値と算定値は良く一致している。

図-8は水平方向定常流速 (undertowに相当する) の

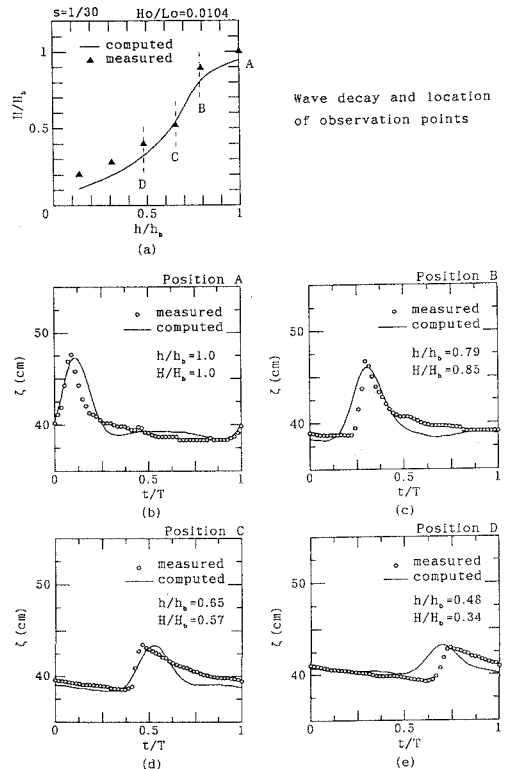


図-7 砕波帯内表面波形の計算と実験値の比較 (実験データは Okayasu, 1989) 砕波波高  $H_b$ : 6.30 cm,  $T$ : 1.97 s, 砕波水深  $h_b$ : 40 cm,  $s$ : 1/30

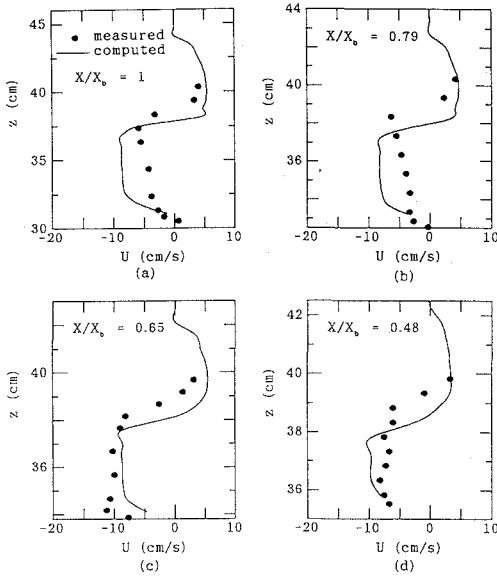


図-8 碎波帯内定常流Uの鉛直分布の計算と実測値の比較 (実験データは Okayasu et al., 1988) 一様水深部波高  $H_i: 6.17$  cm,  $T: 1.97$  s, 一様水深部水深  $h_i: 40$  cm,  $s: 1/30$

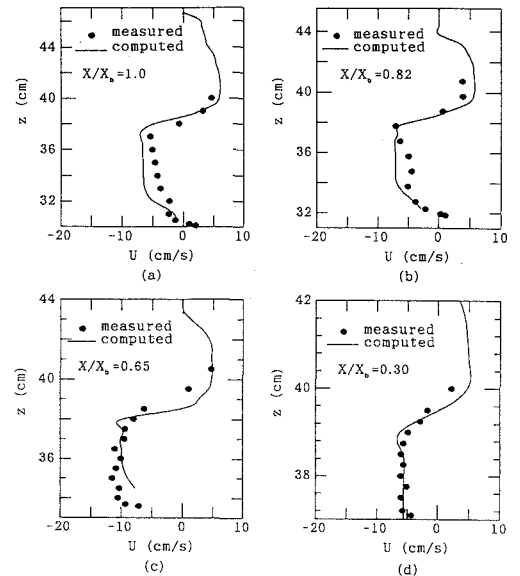


図-9 碎波帯内定常流Uの鉛直分布の計算と実測値の比較 (実験データは Okayasu et al., 1988)  $H_i: 5.63$  cm,  $T: 2.00$  s,  $h_i: 40$  cm,  $s: 1/20$

鉛直分布の比較例である。波谷位置以下の定常流の分布に付いてはかなり良く再現できていることがわかる。しかしながら波谷から波峰までの領域に付いてはさらに検討が必要であろう。なお、各断面において質量保存が成立しているかを検討するために、波谷から波峰までの領域の定常流速は水が存在する時間帯の流速を時間的に積分し、波の周期で除することによって求めている。

4. 結 論

碎波帯内の波浪場、乱流流速場を予測するための新しい数値計算法を提案し、実験結果と比較した。この計算法はレイノルズ方程式を直接に数値解析するものであり、非線形で時間的にも場所的にも非対称な浅水波を乱流を含めて算定している。その結果、浅水変形、波浪減衰、水粒子速度、定常流などを精度良く予測できることがわかった。ここで開発に成功した計算法は碎波帯内の水理量の算定に広い汎用性を有しており、漂砂現象、物質混合などを検討する際に強力な道具となり得る。

本研究は五洋建設(株)の研究費助成により行われたことを付記する。

参 考 文 献

Anderson, D. A., J. C. Tannehill and R. H. Pletcher (1984): Computational fluid mechanics and heat transfer, Hemi-

sphere Publishing Corporation, New York.

Daubert, O., A. Hauguel and J. Cahouet (1982): Water waves calculation by Navier-Stokes equation, Proc. of 18th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 832-845.  
 Fletcher, C. A. J. (1991): Computational techniques for fluid dynamics, Vol. I, II, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2nd edition, pp. 47-80.  
 Goda, Y. (1964): Wave forces on a vertical circular cylinder: experiments and a proposed method of wave force computation, Report of the Port and Harbour Research Institute, No. 8, pp. 1-74.  
 Goda, Y. (1975): Deformation of irregular waves due to depth-controlled wave breaking, Report of the Port and Harbour Research Institute, Vol. 14, No. 3, pp. 59-106 (in Japanese).  
 Horikawa, K. and C. T. Kuo (1966): A study of wave transformation inside surf zone, Coastal Eng. in Japan, JSCE, Vol. 9, pp. 69-81.  
 Madsen, P. A. and I. R. Warren (1984): Performance of a numerical short-wave model, Coastal Eng., Elsevier, Vol. 8, No. 1, pp. 73-93.  
 Nishimura, H., M. Isobe and K. Horikawa (1977): Higher order solutions of the Stokes and the cnoidal waves, J. Fac. Eng., Univ. of Tokyo, B-34, No. 2, pp. 267-293.  
 Okayasu, A., T. Shibayama and K. Horikawa (1988): Vertical variation of undertow in the surf zone, Proc. of 21st Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 478-491.  
 Okayasu, A. (1989): Characteristics of turbulence structure and undertow in the surf zone, Doctoral Dissertation, Univ. of Tokyo, 128p.  
 Rodi, W. (1980): Turbulence models and their application in hydraulics-A state of the art review, University of Karlsruhe, Karlsruhe, Germany.  
 Shuto, N., (1974): Nonlinear long waves in a channel of vari-

- able section, Coastal Eng. in Japan, JSCE, Vol. 17, pp. 1-12.
- Svendsen, I. A. (1984): Mass flux and undertow in a surf zone, Coastal Eng., Elsevier, Vol. 8, pp. 347-365.
- Svendsen, I. A., and J. B. Hansen, (1988): Cross-shore currents in surfzone modelling, Coastal Eng., Elsevier, Vol. 12, pp. 23-42.
- Tsuchiya, Y., T. Yamashita, and M. Uemoto (1988): A model of undertow in the surf zone, Coastal Eng. in Japan, JSCE, Vol. 30, pp. 63-73.
-