

多方向不規則波の反射波吸収造波理論

伊藤一教*・磯部雅彦**・勝井秀博***

1. 緒 言

近年、多方向不規則波発生装置を用いた模型実験が行われるようになってきた。多方向不規則波実験における問題点のひとつは、模型からの反射波が造波板で再反射し波浪場を乱してしまうことである。多方向不規則波実験を精度よく行うためには、反射波を吸収しつつ目的の波を造波することが必要である。一方向の反射波吸収は、造波板前面の水位データを用いる川口（1986）の方法が実用に供されており、この方法を多方向造波機に直接適用して、多方向不規則波を吸収する実験的試みが平口ら（1991）によって行われた。しかし、川口の方法は造波板に対して直角方向の波向しか考慮していないため、反射波が斜め入射する場合は吸収効率が低下する。そこで、池谷ら（1992）は、複数の造波板前面の水位データを用いた斜め波の吸収方法を示したが、減衰定常波を考慮していないため反射波の算出誤差によってこの方法でも吸収効率が低下する。また、水槽側壁の存在を前提にしているため適用に制約がある。さらに、上述の二つの方法は代表周波数のみを考慮しているため、周波数分散性が卓越する波に対しては吸収効率が低下する。

本研究は、方向分散性、周波数分散性および減衰定常波を考慮した多方向不規則波の反射波吸収造波理論の構築を目的としたものである。

2. 理論解析

解析における座標系を図-1に示す。静水面上に x 軸、 y 軸をとり、鉛直上向きに z をとる。造波板は x 軸に沿って配置されているものとする。ここではピストン型造波機を例にとって理論展開する。

2.1 造波理論

ここで取り扱う流体は非粘性・非圧縮とする。波は微小振幅波理論が適用でき、造波板の振幅も十分に小さいものとする。一様水深における造波問題は以下の方程式によって支配される。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial X}{\partial t} \Big|_{y=0} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=-h} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $\Phi(x, y, z, t)$ は速度ポテンシャル、 $\eta(x, y, t)$ は水位変動、 g は重力加速度、 h は水深、 X は造波板変位である。以下、規則波について理論展開する。

Φ を変数分離することによって、式(1)、(5)より次式(6)を得る。

$$\Phi(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(x, y) \frac{\cosh[k_n(z+h)]}{\cosh k_n h} e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(6)の角周波数 ω と波数 k_n は、 $n=0$ のとき式(7)を満足し、 $n=1 \sim \infty$ のとき式(8)を満足する。ただし、 $n=1 \sim \infty$ のとき k_n は純虚数であり、 \hat{k}_n は k_n の虚部である。

$$\omega^2 = gk_n \tanh k_n h \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\omega^2 = -g\hat{k}_n \tan \hat{k}_n h \quad \dots\dots\dots (8)$$

ついで、式(4)を次式とおく。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} \Big|_{y=0} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = U(x, y)F(z)e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$U(x, y)$ は造波板速度の振幅、 $F(z)$ は造波板の運動モー

* 正会員 工修 大成建設(株) 技術研究所
 ** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科
 *** 正会員 博士 大成建設(株) 技術研究所

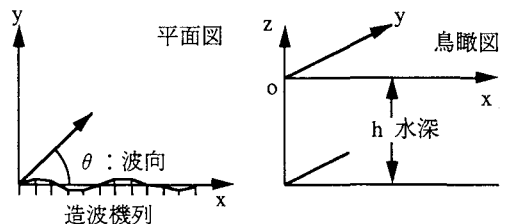


図-1 座標系の定義

ド関数でピストン型造波機の場合 $F(z)=1$ である。式(9)に(6)を代入し鉛直方向に積分し直行関係を利用すると、

$$U = \frac{D_n}{G_n} \frac{\partial \phi_n}{\partial y} \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。ピストン型造波機の場合、 D_n, G_n は

$$D_n = \frac{\tanh k_n h}{2k_n} \left[1 + \frac{2k_n h}{\sinh 2k_n h} \right]: n=0$$

$$= \frac{\tan \bar{k}_n h}{2k_n} \left[1 + \frac{2\bar{k}_n h}{\sin 2\bar{k}_n h} \right]: n=1, 2, 3, \dots\dots\dots (11)$$

$$G_n = \frac{\tanh k_n h}{k_n}: n=0$$

$$= \frac{\tan \bar{k}_n h}{\bar{k}_n}: n=1, 2, 3, \dots\dots\dots (12)$$

となる。ここで、進行波成分の水位変動 η_p を

$$\eta_p = a e^{i(k_0 x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega t} \dots\dots\dots (13)$$

とすると、目的の進行波を造波するための U は、 $y=0$ において式(10)より式(14)のように決定できる。

$$U(x, 0) = \frac{D_0 g a k_0}{G_0 \omega} \sin \theta e^{i(k_0 x \cos \theta)} \dots\dots\dots (14)$$

ただし、添字 0 は進行波を表し、 a は複素振幅である。ついで、減衰定常波 ($n=1, 2, 3, \dots$) の ϕ_n は式(15)と境界条件 $\lim_{y \rightarrow \infty} \phi_n = 0$ の解であり、

$$\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial y^2} - \bar{k}_n^2 \phi_n = 0 \dots\dots\dots (15)$$

式(10)の関係を考慮すると、

$$\phi_n = -\frac{D_0 G_n}{D_n G_0} \frac{g a k_0 \sin \theta}{\omega \sqrt{k_n^2 + k_n^2 \cos^2 \theta}} \cdot \exp(i k_0 x \cos \theta - y \sqrt{k_n^2 + k_n^2 \cos^2 \theta}) \dots\dots (16)$$

を得る。よって、規則波を造波した場合の造波板前面 ($y=0$) における減衰定常波成分の水位 η_e は、

$$\eta_e(x, 0, t) = \left[1 - \frac{D_0 G_n}{D_n G_0} \frac{i a k_0 \sin \theta}{\sqrt{k_n^2 + k_n^2 \cos^2 \theta}} \right] e^{i k_0 x \cos \theta - i \omega t} \dots\dots\dots (17)$$

となる。したがって、規則波を造波した場合の造波板前面の水位は、進行波成分の水位と減衰定常波成分の水位を合わせた式(18)となる。

$$\eta(x, 0, t) = \left[1 - \frac{D_0 G_n}{D_n G_0} \frac{i k_0 \sin \theta}{\sqrt{k_n^2 + k_n^2 \cos^2 \theta}} \right] a e^{i k_0 x \cos \theta - i \omega t} \dots\dots\dots (18)$$

多方向不規則波は成分波の合わせによって表すことができる。よって、多方向不規則波の造波板速度 $A^{(i)}(x, y=0, t)$ と、それによって生じる造波板前面水位 $\eta^{(i)}$ は、

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} \Big|_{y=0} = A^{(i)}$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{D_{j0}}{G_{j0}} \frac{g a_j k_{j0}}{\omega_j} \sin \theta_j e^{i(k_{j0} x \cos \theta_j) - \omega_j t} \dots (19)$$

$$\eta^{(i)}(x, 0, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \left[1 - \frac{G_{jn} D_{j0}}{G_{j0} D_{jn}} \frac{i k_{j0} \sin \theta_j}{\sqrt{k_{jn}^2 + k_{j0}^2 \cos^2 \theta_j}} \right] \cdot a_j e^{i(k_{j0} x \cos \theta_j - \omega_j t)} \dots\dots\dots (20)$$

となる。実際の造波板速度と水位変動は、実変数であるので式(19)、(20)の実部となる。以後、本論中の記号で \sim は実変数とする。

2.2 吸収理論

ここでは、従来の反射波吸収理論(川口(1986)、池谷ら(1992))と同様に造波板前面の水位データをを用いた反射波吸収理論を展開する。

反射波吸収造波の場合、造波板前面水位 $\bar{\eta}^{(m)}$ は、造波目標とする波の水位 $\bar{\eta}_p^{(i)}$ 、造波に伴う減衰定常波の水位 $\bar{\eta}_e^{(i)}$ 、反射波の進行波成分水位 $\bar{\eta}_p^{(r)}$ および反射波吸収の造波板運動に伴う減衰定常波の水位 $\bar{\eta}_e^{(r)}$ の和 ($\bar{\eta}^{(m)} = \bar{\eta}_p^{(i)} + \bar{\eta}_e^{(i)} + \bar{\eta}_p^{(r)} + \bar{\eta}_e^{(r)}$) である。 $\bar{\eta}^{(i)} (= \bar{\eta}_p^{(i)} + \bar{\eta}_e^{(i)})$ は式(20)によって算出できるので、反射波 ($\bar{\eta}^{(r)} (= \bar{\eta}_p^{(r)} + \bar{\eta}_e^{(r)})$ は $\bar{\eta}^{(r)} = \bar{\eta}^{(m)} - (\bar{\eta}_p^{(i)} + \bar{\eta}_e^{(i)})$ によって検出できる。ただし、反射波吸収を行うことによって造波板からの再反射がないものとする。

造波板前面の減衰定常波を含めた水位 $\bar{\eta}^{(r)}$ と造波板速度 $\bar{A}^{(r)}$ の関係は伝達関数 $H_{pe}(\omega, \theta)$ によって規則波の場合 $\bar{A}^{(r)}(x, 0, t) = H_{pe}(\omega, \theta) \bar{\eta}^{(r)}(x, 0, t)$ と関係づけられる。 $H_{pe}(\omega, \theta)$ の具体的な形は式(20)の実部をとった次式である。

$$H_{pe}(\omega, \theta) = \frac{D_0 g k_0}{G_0 \omega} \sin \theta \left\{ 1 + \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{D_0 G_n}{D_n G_0} \cdot \frac{k_0 \sin \theta}{\sqrt{k_n^2 + k_n^2 \cos^2 \theta}} \right)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、反射波 $\bar{\eta}^{(r)}$ が周波数と波向に対して狭帯スペクトルであると仮定すると、

$$\bar{\eta}^{(r)}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \bar{a}_m \cos \varphi_m \dots\dots\dots (22)$$

$$\varphi_m = (\bar{k} + \Delta k_m) \left[x \cos(\bar{\theta} + \Delta \theta_m) - y \sin(\bar{\theta} + \Delta \theta_m) \right] - (\bar{\omega} + \Delta \omega_m) t + \varepsilon_m \dots\dots\dots (23)$$

と表すことができる。ここで ε_m は位相定数である。 $H_{pe}(\omega, \theta)$ を代表周波数 $\bar{\omega}$ と代表波向 $\bar{\theta}$ の周りにテーラ展開でき、一次の微小量まで考慮することによって反射波吸収の造波板運動速度 $\bar{A}^{(r)}$ は式(24)となる。

$$\bar{A}^{(r)}(x, 0, t) = \bar{H}_{pe} \sum_{m=1}^{\infty} \bar{a}_m \cos \varphi_m + \frac{\partial \bar{H}_{pe}}{\partial \omega} \sum_{m=1}^{\infty} \Delta \omega_m \bar{a}_m \cos \varphi_m + \frac{\partial \bar{H}_{pe}}{\partial \theta} \sum_{m=1}^{\infty} \Delta \theta_m \bar{a}_m \cos \varphi_m \dots\dots\dots (24)$$

ついで、式(24)の右辺第2, 3項の級数は $\bar{\eta}^{(r)}$, $\partial^2 \bar{\eta}^{(r)} / \partial t^2$, $\partial^2 \bar{\eta}^{(r)} / \partial x \partial t$ を連立させ、一次の微小量まで考慮することによって、

$$\sum_{m=1}^{\infty} \Delta \theta_m \bar{a}_m \cos \varphi_m = -\frac{\bar{\omega}}{2} \bar{\eta}^{(r)} - \frac{1}{2\bar{\omega}} \frac{\partial^2 \bar{\eta}^{(r)}}{\partial t^2} \dots\dots\dots (25)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \Delta \theta_m \bar{a}_m \cos \varphi_m = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\bar{c}}{\bar{c}_g}\right) \cot \bar{\theta} \bar{\eta}^{(r)} - \frac{1}{2\bar{\omega}^2} \left(1 + \frac{\bar{c}}{\bar{c}_g}\right) \cot \bar{\theta} \frac{\partial^2 \bar{\eta}^{(r)}}{\partial t^2} - \frac{1}{k\bar{\omega} \sin \bar{\theta}} \frac{\partial^2 \bar{\eta}^{(r)}}{\partial t \partial x} \dots\dots\dots (26)$$

と表すことができるので、反射波吸収の造波板運動速度 $\bar{A}^{(r)}$ は次式で求めることができる。ただし、 \bar{k} , \bar{c} および \bar{c}_g は $\bar{\omega}$ に対する進行波の波数, 位相速度, 群速度である。

$$\begin{aligned} \bar{A}^{(r)} = & \bar{H}_{pe} \bar{\eta}^{(r)} + \frac{\partial \bar{H}_{pe}}{\partial \omega} \left\{ \frac{1}{2\bar{\omega}} \left(-\bar{\omega}^2 \bar{\eta}^{(r)} - \frac{\partial^2 \bar{\eta}^{(r)}}{\partial t^2} \right) \right\} \\ & + \frac{\partial \bar{H}_{pe}}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\bar{c}}{\bar{c}_g}\right) \cot \bar{\theta} \bar{\eta}^{(r)} \right. \\ & \left. - \frac{1}{2\bar{\omega}^2} \left(1 + \frac{\bar{c}}{\bar{c}_g}\right) \cot \bar{\theta} \frac{\partial^2 \bar{\eta}^{(r)}}{\partial t^2} - \frac{1}{k\bar{\omega} \sin \bar{\theta}} \frac{\partial^2 \bar{\eta}^{(r)}}{\partial x \partial t} \right\} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

式(27)の右辺第2項は周波数分散性に対する補正項で、第3項が方向分散性に対する補正項である。

以上より、検出された反射波から吸収のための造波板速度 $\bar{A}^{(r)}$ を算出し、目的の波を造波するための造波板速度 $\bar{A}^{(i)}$ から $\bar{A}^{(r)}$ を引いて造波板を制御することによって反射波吸収造波が可能になる。

3. 数値計算による理論検討

(1) 減衰定常波の検討

減衰定常波は、造波板の運動モードと造波目標波の鉛直流速分布の相違によって発生し、造波板前面で振幅が最大となり、造波板から離れるにしたがって減衰する。図-2は、ピストン型造波機で規則波を造波した場合の目標波の振幅に対する減衰定常波の振幅の割合を示したものである。図より、波長水深比 kh が大きい深海波をピストン型造波機で造波する場合に減衰定常波の発生する割合が大きく、波向が傾くほどその割合が小さくなることから、造波板前面水位を用いて反射波を検出する制御方法の場合、減衰定常波を無視できず、これを考慮することによって反射波吸収精度の向上が期待できる。

(2) 吸収理論の数値計算による検討

ここでは、式(27)の理論上の性能を把握するため、方向スペクトルを有する反射波を設定し、代表周波数, 代表波向をピーク周波数およびピーク波向とし、微分値を理論的に与えて数値計算を行った。そして、式(28)によ

って定義した吸収率 E によって定量的に検討した。

$$E = \left[1 - \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^r (\bar{A}_i(x, 0, t) - \bar{A}_m(x, 0, t))^2}{\sum_{i=0}^r \bar{A}_i(x, 0, t)^2}} \right] \times 100\% \dots\dots\dots (28)$$

ここで、 $\bar{A}_i(x, 0, t)$ は式(19)による造波板速度, $\bar{A}_m(x, 0, t)$ は式(27)による造波板速度である。

検討に用いた周波数スペクトルはブレットシュナイダー-光易型, 方向分布関数は光易型 ($S_{max}=10$)を用いた。周波数に関してピーク周波数の0.5~1.5倍をとり, 波向はピーク波向から $\pm 30^\circ$ とした。水深波長比 kh はピーク周波数に対する波数を用いて0.96と3.6とした。

図-3はその結果を示したもので、比較のため実用に供されている方法(従来型)による結果も示した。ただし、従来型は川口の方法(1986)のうち、減衰定常波成分を考慮していない。図より、 $kh=0.96$ の場合、波向が 90° の場合には両者の差異は少ない。これは kh が比較的小さく不規則波の周波数分散性が弱いため式(27)の右辺第2項の補正項による寄与が小さいことと、波向が造波板に対して直角の場合には式(27)の右辺第3項の補正項が0となり、規則波に対する従来型の方法と差異がなくなることによる。しかし、波向が傾くとその差は明確になり、本理論の優位性がわかる。 $kh=3.6$ の場合、周波数

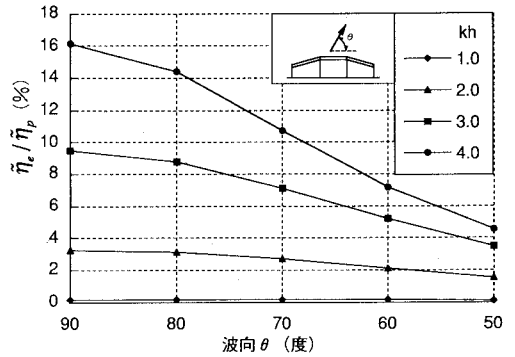


図-2 造波板前面水位の目標波 $\bar{\eta}_p$ と減衰定常波 $\bar{\eta}_e$ の割合

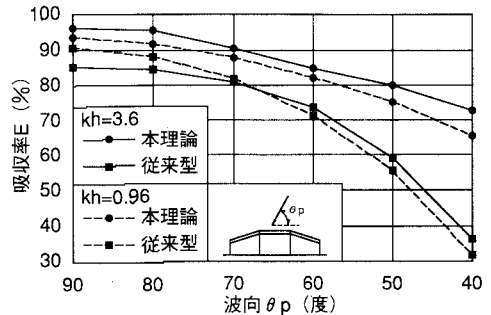


図-3 反射波の代表波向 θ_p と吸収率 E の関係

分散性が卓越すること、減衰定常波を無視できなくなるため、波向が90°であっても優位な差が見られる。このように、本理論は水深や波向に関係なく優れた吸収性能を有することが理論上明らかとなった。

4. 吸収制御の検討

反射波吸収制御を実用化する場合、従来の方法と同様に反射波は造波板前に取り付けられた波高計によって検出することになる。そのため、理論式(27)の微分演算は必然的に差分によって近似することになる。また、代表波向はあらかじめ与えることは容易ではないので、代表周波数については造波する波の代表値をあらかじめ与え、代表波向は、式(29)、(30)を用いて差分近似する実用的な算出方法をとることとする。

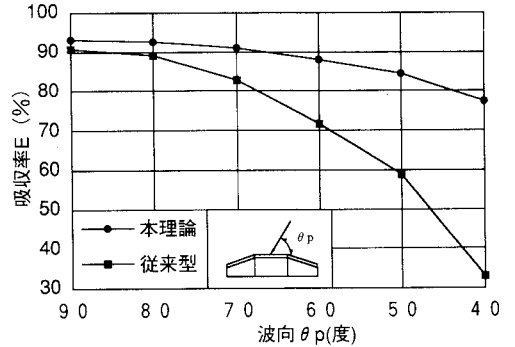
$$\theta(t) = \cos^{-1} \left[-c \frac{\partial \bar{\eta}^{(n)} / \partial x}{\partial \bar{\eta}^{(n)} / \partial t} \right] \dots\dots\dots (29)$$

$$\bar{\theta}(t) = \frac{1}{N} [(N-1)\bar{\theta}(t-\Delta t) + \theta(t)] \dots\dots\dots (30)$$

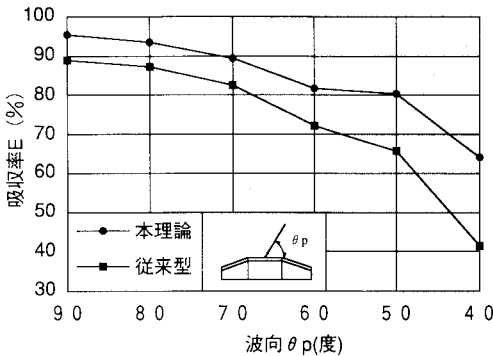
ここで、 $\theta(t)$ は時々刻々の波向で、 $\bar{\theta}(t)$ が代表波向である。 N は反射波吸収制御の経過時間を水位データのサンプリング間隔(Δt)で割った値、すなわちサンプリング回

数である。また、 $\partial/\partial x$ は2次精度の中央差分とし、複数の造波板前面の水位データから算出できる。 $\partial/\partial t$ は2次精度の片側差分、 $\partial^2/\partial t^2$ は1次精度の片側差分とすると、波高計によって計測された過去の水位データを用いることによって算出できる。このように、本理論を用いた吸収制御の特徴は、複数の造波板前面水位データと過去に検出されたデータを用いる点にある。

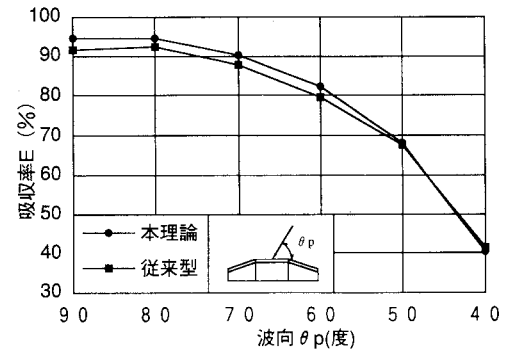
検討に用いた反射波条件は、ブレードシュナイダー-光易型周波数スペクトル、光易型方向関数($S_{max}=10$)とし、



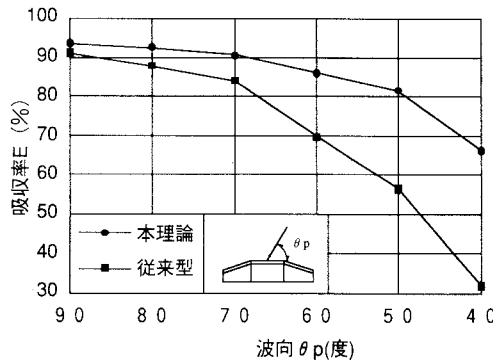
(c) 水深0.3 m, 周期1.5 s, $\Delta x/L=0.11$, f_p (0.5~1.5)



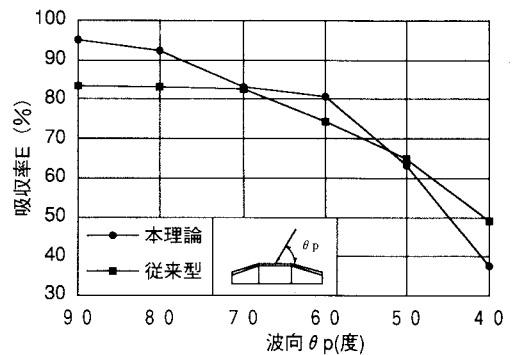
(a) 水深0.75 m, 周期1 s, $\Delta x/L=0.16$, f_p (0.5~1.5)



(d) 水深0.3 m, 周期0.7 s, $\Delta x/L=0.33$, f_p (0.5~1.5)



(b) 水深0.3 m, 周期1 s, $\Delta x/L=0.18$, f_p (0.5~1.5)



(e) 水深0.75 m, 周期1 s, $\Delta x/L=0.16$, f_p (0.5~2)

図-4 反射波の代表波向 θ_p と吸収率 E の関係 (差分近似)

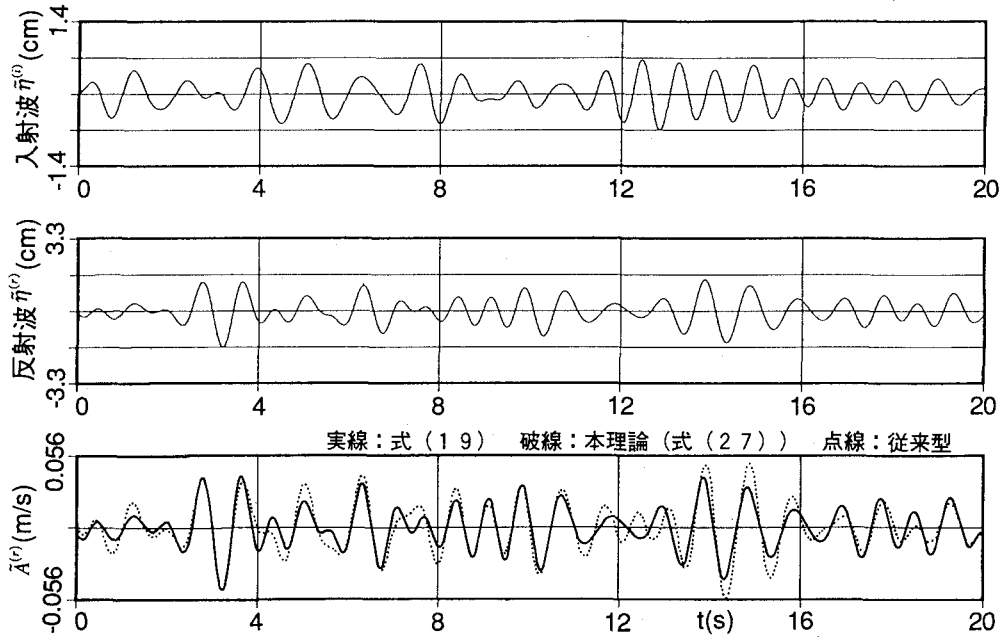


図-5 反射波造波時の吸収信号 $\bar{A}^{(r)}$ の比較

有義波向 3 cm, 有義波周期 0.7, 1.0, 1.5 s, 水深 0.3, 0.75 m とした。波向はピーク波向に対して $\pm 30^\circ$ の範囲とし, 周波数帯はピーク周波数 f_p の 0.5~1.5 倍, 0.5~2.0 倍とした。また, 波高計の間隔 (Δx) は 0.25 m, Δt は 0.01 s とした。

図-4 は反射波のピーク周期と水深および周波数帯を変化させた場合の吸収率を比較したものである。ピーク周期 1 s の場合, 水深に関係なく従来型より本理論が吸収性能に優れていることが (a), (b) からわかる。また, (c) の周期 1.5 s になると, 波高計間隔と波長の比 ($\Delta x/L$) が小さくなり差分近似の精度が向上するため吸収性能が高くなる。一方, (d) の周期 0.7 s, 水深 0.3 m になると, 差分近似の精度が低下し従来型との差はなくなる。従って, 反射波の周波数帯が f_p の 0.5~1.5 倍程度であるならば, $\Delta x/L=0.33$ より小さな値となる条件で本理論の優位性が現れると考えられる。また, 周波数帯 (f_p の 0.5~2.0 倍) が広い (e) の場合, 波向が 90° 付近の条件では, 本理論が上回るものの, 波向が傾くと従来型との差はなくなる。この結果は, 反射波の狭帯スペクトルの仮定の限界と差分近似による誤差に起因する。

ついで, 造波と吸収を同時に行った場合の時系列の比較を図-5 に示す。波の条件は入射波と反射波は同じ方向スペクトルで, 有義周期 1 s, 水深 1.0 m で, 周波数帯が (f_p の 0.5~1.5 倍とし, 図-5 は入射波・反射波とも

に $\theta_p=90^\circ$ とした。図-5 は $\theta_p=90^\circ$ であるため, 波向の補正項の寄与が少なく, 本理論と従来型の差異は, 周波数分散性と減衰定常波の影響によっている。特に, 減衰定常波を考慮しない従来型では, 目的波の造波に伴う減衰定常波の水位と反射波吸収に伴う減衰定常波の水位を含めて反射波として検出するため, 減衰定常波の影響を無視できない条件では, 造波板速度の位相までも異なってしまうことがわかる。

5. 結 論

複数の造波板前面の水室データと過去に検出された水位データを用いるとともに, 減衰定常波を考慮した多方向不規則波の反射波吸収造波理論を構築した。数値計算によって検討した結果, 本理論は従来の反射波吸収方法に比べて吸収効率が高いことを示すことができた。

参 考 文 献

池谷 毅・秋山義信・今井貫爾 (1992): 多方向不規則波の吸収造波理論, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 81-85.
 川口 隆 (1986): 波面検出及び速度制御を用いた無反射造波方式, 三井造船技報 128 号, pp. 20-24.
 平口博丸・鹿島遼一・田中寛好・石井敏雅 (1991): 多方向不規則造波機の反射波吸収性能に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第 38 巻, pp. 121-125.