

## 波群性入射波の碎波帯付近に発生する長周期波について

水 口 優\*

## 1. はじめに

海岸工学の分野の波の研究において残されている課題の一つは、浅海域における長周期波の問題であろう。浅海域での長周期波の定量的な評価の確立をめざして精力的な研究が続いている。最近の研究の例としては、List (1992), Nakamura・Katoh (1992), Schäffer (1993)などが挙げられよう。いずれも現地波浪を念頭に置いているものの、長周期波の波動モードとしては岸沖方向の1次元的な（線形）長波として扱いである。また、浅海域といっても実は碎波帯の数倍のスケールの沖側までの現象であり、その意味では碎波帯近傍の長周期波と呼ぶ方が妥当であろう。

この長周期波の成因についてはいくつかの考え方がある。碎波点の岸沖方向の変動による長周期波の発生というのもそのひとつである (Symonds et al., 1982)。最近, Schäffer (1993) によって波群性をもつ入射波の碎波帶近傍での挙動とその結果としての長周期波の発生について詳細な検討が行われている。しかしながらこれまでの扱いは全て、地形としては一様勾配斜面であり、発生する長周期波は岸側で完全反射するという場合に限られている。その結果、得られる解の形は複雑で、定量的評価には数値的な扱いや数値シミュレーションを必要とする。本論文の目的は、より一般的な地形において、波群性の入射波の碎波点付近での変動により発生する長周期波の、近似的ながらも解析的な解を求め、その現象の理解と定量的な評価の可能性を探ることである。

なお、現地碎波帯において観測される長周期成分については、碎波帯外で既に発生したものが入射してくるだけであることを主張したものが Mizuguchi (1983) であり、List (1992) も碎波帯付近で観測される長周期成分の主要な部分は境界すなわち碎波帯外から入ってくるものであることを報告している。一方、Nakamura・Katoh (1992) は主要な部分は波群性入射波の碎波点の変動に伴い発生するものであるとしている。現地においては、種々の成因を持つ長周期波が様々な割合で存在しえることも確かであるが、現象の理解の不足や観測データの不十分

さのため解釈に曖昧な点が残ることがあるのも確かである。その曖昧さを解消するという意味でも、碎波帯付近の波浪場の変動に伴う長周期波の発生のメカニズムを明らかにし、その簡単な定量的評価を可能にすることが必要である。

## 2. 砕波帯近傍での長周期波の基本式とその解

## 2.1 線形長波としての基本式

碎波帯近傍で発生する岸沖方向の1次元長周期波は、①その時間スケールが個々の波の周期に比して十分に長くradiation応力の概念を適用できる時は、②摩擦損失および長周期成分の非線形性、基本波による質量輸送(の勾配の時間変化)を無視すれば、次の式に従うことは、Symonds et al. (1982)以来よく知られている。式中の下添字は偏微分を表す。

ただし

$$F(x, t) = \begin{cases} (S_{xx}/\rho)_{xx} & x_B(t) < x < x_R(t) \\ 0 & x < x_B(t), x_R(t) < x \end{cases} \dots\dots (2)$$

ここで,  $x$  軸は波の進行方向すなわち岸向きが正であり,  $\eta$  は長周期波の水面変動,  $g$  は重力加速度,  $h$  は水深,  $S_{xx}$  は radiation 応力成分,  $\rho$  は密度,  $x_B(t)$ ,  $x_R(t)$  はそれぞれ時間的に変動する碎波開始点および再生点である. 従来の扱いでは断面地形が (少なくとも碎波後は) 一様勾配斜面の場合に限られていたために碎波後の波が再生することは考慮外であったが, 断面地形が複雑な場合にはそれを考慮する必要がある (Mizuguchi, 1980).

さて(1)式の意味するところは、長周期波は、強制項付きの長波方程式の解とみなせるということである。このことから、碎波帯近傍で観測される長周期波は、右辺強制項によって発生するものと、沖側（もしくは岸側）の境界（条件）から進入してきて方程式の同次な部分をみたすものの二つがあることがわかる。本論文では、強制的に励起されるものののみを取り上げる。なお、(1)式を弦の振動のモデル化と見れば、右辺強制項は加速度で表された外力項である。碎波帯付近で発生する長周期波にとっての外力項は、radiation 応力の一成分  $S_{xx}$  の曲率であり、碎波による波高減衰により生ずるものである。

\* 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

radiation 応力の評価に微小振幅波理論を用いれば、外力項は次のように表される。

$$F(x, t) = \begin{cases} (3/16)g(H^2)_{xx} & x_B(t) < x < x_R(t) \\ 0 & x < x_B(t), x_R(t) < x \end{cases} \quad \dots(3)$$

## 2.2 外力項の分解と波群の大きさの微小性の仮定

(2)式で表される外力項は以下のように分解できる。まず、大きさそのものとして、平均的な入射波による定常分  $F_0$  と時間的、空間的に変動する分  $F_1(x, t)$  の2つに分けられる。式で表せば次のようになる。

$$F(x, t) = F_a(x, t) + F_b(x, t) \quad \dots(4)$$

ただし、

$$F_a(x, t) = \begin{cases} 0 & x < x_B(t), x > x_R(t) \\ F_0 & x_B(t) < x < x_R(t) \end{cases} \quad \dots(5)$$

$$F_b(x, t) = \begin{cases} 0 & x < x_B(t), x > x_R(t) \\ F_1(x, t) & x_B(t) < x < x_R(t) \end{cases} \quad \dots(6)$$

すなわち、 $F_a$  は一定の radiation 応力勾配が変動域で働く場合、 $F_b$  は変動分が変動域で働く場合の外力項である。なお、定常成分  $F_0$ 、変動成分  $F_1$  については、碎波に伴う波高減衰の最も単純なモデルである波高水深比  $\gamma = \text{一定}$  の仮定と微小振幅波理論に基づく(3)式を採用すれば、

$$F_0 = (3/8)gm^2(\gamma^2)_M \quad \dots(7)$$

$$F_1(x, t) = (3/8)gm^2[\gamma_*(t)^2 - (\gamma^2)_M] \quad \dots(8)$$

と表される。ここで、 $\gamma_*(t)$  は碎波時の波高水深比であり入射波の(波群)変動に伴い変化する。 $(\gamma^2)_M$  はその自乗平均値である。 $m$  は碎波減衰域(decay zone, 碎波開始点から再生点まで)付近での平均的な勾配である。(8)式からわかるように、このモデルのもとでは、波群の伝播に要する時間を無視すれば、変動外力  $F_1$  が空間的には一様と見なせる事になる。 $\gamma_*(t)$  に関する詳しい議論は後の3.2に譲る。

境界の変動に伴う場合の外力である  $F_a$  は、さらに次の二つに分けることが出来る。

$$F_a = F_{a1} + F_{a2} \quad \dots(9)$$

ただし、

$$F_{a1}(x, t) = \begin{cases} 0 & x < x_{BM}, x > x_{RM} \\ F_0 & x_{BM} < x < x_{RM} \end{cases} \quad \dots(10)$$

$$F_{a2}(x, t) = \begin{cases} 0 & x < x_B(t), x_{BM} < x < x_{RM}, x > x_R(t) \\ F_0 & x_B(t) < x < x_{BM}, x_{RM} < x < x_R(t) \end{cases} \quad \dots(11)$$

ここで、 $x_{BM}$ 、 $x_{RM}$  は  $x_B(t)$ 、 $x_R(t)$  の平均値であり、それぞれ碎波開始点および再生点の平均位置である。(10)、(11)式は、それぞれ定常外力が定常領域に働く場合と定常外力が純粹な(平均が0になるような)非定常領域に働く場合を表している。

外力自体が変動する場合の項  $F_b$  も同様に二つに分けられるが、そのうち変動領域に変動外力が働く場合につ

いは、入射波の変動(または波群の強さ)が微小量であれば二次の微小項として無視される。すなわち、次式で表されるものを考慮すれば十分である。

$$F_b(x, t) = \begin{cases} 0 & x < x_{BM}, x > x_{RM} \\ F_1(t) & x_{BM} < x < x_{RM} \end{cases} \quad \dots(12)$$

なお、波群の微小性を仮定したことに対応して、(7)、(8)式中の  $(\gamma^2)_M$  も平均波の碎波時の波高水深比  $\gamma_0$  の自乗として十分となる。

以上の外力項の議論より、(波群性の入射波により)時間的に変動する碎波帯近傍で発生する変動は、(10)、(11)、(12)式に対応する三つの外力に対応するものに分けて扱えることになる。そのうち(10)式で表される外力は定常であり、いわゆる平均的な碎波後の平均水位上昇を引き起こしているものである。それは長周期波とは言えず、ここでは取り扱わない。その結果、長周期波としては定常外力が変動する領域(これが碎波開始点と再生点の2カ所ある)で働く場合のもの2個と変動外力が一定領域で働く場合のもの1個の計3個が発生し得ることになる。

## 2.3 一様水深の仮定と解析解

ここで、現象をできるだけ解析的に扱うために、それぞれの領域で一様水深の仮定を適用できるものとする。外力が(11)式で表される場合すなわち碎波の開始及び再生点付近では、この仮定は十分に可能である。それに対し、外力が(12)式で表される場合は、碎波減衰域全体という広い領域で一様水深と考えることになる。ここでは、碎波減衰域幅が長周期波の波長に比べて小さい場合に限るものとすれば、後述するように被積分関数  $F_1$  の値そのものも0に近いことからも、第1近似として許されるものと考える。

一様水深すなわち  $h$  が定数の場合の(1)式の強制解は、次のように書ける。例えば、Young (1972) 参照。

$$\eta(x, t) = (1/2c) \int_0^t \int_{x-c(t-\tau)}^{x+c(t-\tau)} F(\xi, \tau) d\xi d\tau \quad \dots(13)$$

ただし、この解は  $x$  に関しては無限領域を考えており、正負両側ともに無反射の場合のものである。

以下、(13)式の積分領域に注意して計算を実行することにより、それぞれの外力に対応する長周期波の解を求める。

## 2.3 境界の変動( $F_{a2}$ )に伴う長周期波 $\eta_{a2}$

(13)式の右辺が(11)式で与えられる場合である。(13)式の2重積分の範囲は、観測地点が碎波帯の沖であれば、模式的に図-1のようになる。すなわち

$$\begin{aligned} \eta_{a2} &= (1/2c) \left[ \int_0^{t_{*B}} \int_{x_B}^{x_{BM}} F_0 d\xi d\tau + \int_0^{t_{*R}} \int_{x_{RM}}^{x_R} F_0 d\xi d\tau \right] \\ &= (F_0/2c) [-B(t_{*B}) + R(t_{*R})] \quad \dots(14) \end{aligned}$$

ただし

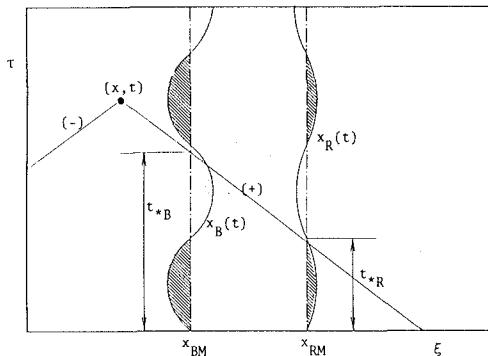


図-1 境界の変動と積分範囲 [式(14)参照]

(13)式の2重積分の範囲は(+)、(-)の直線と $\xi$ 軸に囲まれた三角形内であり、(14)式において被積分関数が0でないのが陰影を施した部分である。なお、(±)の直線は $\xi = x \pm c(t - \tau)$ である。

$$B(t) = \int_0^t [x_B(\theta) - x_{BM}] d\theta \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

$$R(t) = \int_0^t [x_R(\theta) - x_{RM}] d\theta \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

であり、 $B(0)=0$ 、 $R(0)=0$ である。ただし、 $t_{*B}$ 、 $t_{*R}$ は、観測点が沖側にあるので、図-1に示すようにプラス側の積分範囲境界式である次式により与えられる。

$$x + c(t - t_{*B(R)}) = x_{B(R)M} \quad \text{または}$$

$$t_{*B(R)} = t + (x - x_{B(R)M})/c \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

ここでは、碎波開始点、終了点共にその変動幅は小さいものとして、積分は平均位置までとしている。観測点が碎波終了点以後の岸側にある場合は、 $t_{*B}$ 、 $t_{*R}$ にマイナス側の式を用いて

$$x - c(t - t_{*B(R)}) = x_{B(R)M} \quad \text{または}$$

$$t_{*B(R)} = t - (x - x_{B(R)M})/c \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

より定めればよい。いずれにしても長周期波の波形としては変動の時間履歴がわかれれば、それを素直に(数値)積分すれば良いと言うことである。また、(17)、(18)式からわかるように、沖側では沖側に、岸側では岸側に線形長波の波速で伝わるという形になっている。発生源はそれぞれの変動の平均位置である。なお、(14)式によれば、碎波開始点が沖に行くときは発生する長周期波の水位は上昇する。弦の振動現象として見れば、正の外力項( $F_0 > 0$ である)の作用範囲が広がるということであり、上昇するという結果は妥当なものと言えよう。この傾向は、List (1992)などの数値シミュレーション結果や長瀬・水口 (1994)などの実験結果とも一致する。

#### 2.4 応力勾配の変動( $F_b$ )に伴う長周期波 $\eta_b$

今度は、(13)式の右辺が(12)式で与えられる場合である。(13)式の2重積分の範囲は、観測地点が碎波帯岸側

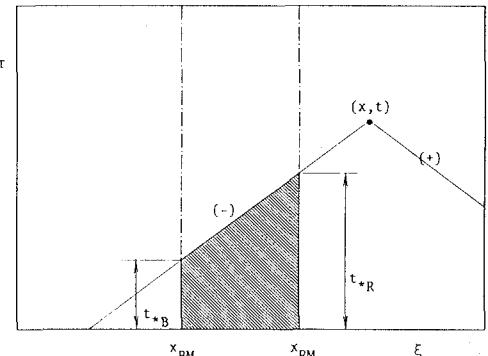


図-2 変動外力と積分範囲 [式(18)参照]

であれば、模式的に図-2のようになる。すなわち  $F_1$  が与えられれば、

$$\begin{aligned} 2c\eta_b &= \int_0^{t_{*B}} \int_{x_{BM}}^{x_{RM}} F_1(\tau) d\xi d\tau \\ &\quad + \int_{t_{*B}}^{t_{*R}} \int_{x_{-c(t-\tau)}}^{x_{RM}} F_1(\tau) d\xi d\tau \\ &= (x_{RM} - x_{BM}) \int_0^{t_{*B}} F_1(\tau) d\tau \\ &\quad + (x_{RM} - x + ct) \int_{t_{*B}}^{t_{*R}} F_1(\tau) d\tau \\ &\quad - c \int_{t_{*B}}^{t_{*R}} \tau F_1(\tau) d\tau \\ &= (x_{RM} - x_{BM})(G(t_{*B}) - G(0)) \\ &\quad + (x_{RM} - x + ct)(G(t_{*R}) - G(t_{*B})) \\ &\quad - c \{ \tau G(\tau) \Big|_{t_{*B}}^{t_{*R}} - \int_{t_{*B}}^{t_{*R}} G(\tau) d\tau \} \\ &= c \int_{t_{*B}}^{t_{*R}} G(\tau) d\tau - (x_{RM} - x_{BM})G(0) \quad \dots \dots \dots \quad (19) \end{aligned}$$

ただし

$$G(t) = \int_0^t F_1(\tau) d\tau \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

である。(20)式の積分の下限は任意であり、それを(15)、(16)式と同様に  $t=0$  に取れば、(19)式中の  $G(0)$  は消える。

以上で一般的な波群をもつ入射波の碎波帯近傍に発生するであろう長周期波の解を得たと言えよう。ただし、以下の3.の例に見るよう実際的な状況では  $B(t)$ 、 $R(t)$ 、 $G(t)$  なる関数は独立ではない。なお、定常解を分けて扱うことおよび積分の下限を  $t=0$  に置くことは、実験状況として見れば、まず入射波の変動(波群性)のない場合の定常状態を作り出しておいて、そこに変動(波群)を持ち込む時間を  $t=0$  に取ることに対応するであろう。



### 3.3 発生する長周期波

まず、碎波開始点で発生する長周期波  $\eta_B$  は、今度は岸側で観測するとして、(14), (15)式に(18)式、(27), (28)式を用いれば、次のようになる。

$$\eta_{B+} = (F_0 x_{BA}/2c\dot{p})[1 - \cos \dot{p}((x_{BM} - x)/c + t - t_B)]$$

$t > t_B + (x - x_{BM})/c$  ..... (34)

添字の+は碎波開始点より岸側でのものを表す。沖側に向かう  $\eta_{B+}$  も同様にして求まるが、観測点を平均碎波開始点  $x_{BM}$  そのものに持っていくことにより、岸側、沖側でそれぞれ観測される波は、平均碎波開始点  $x_{BM}$  で、

$$\eta_B = (F_0 x_{BA} / 2 c \bar{p}) [1 - \cos \bar{p}(t - t_B)] \quad t > t_B \dots \dots \dots (35)$$

なる長周期波が、沖向き、岸向きの両方向に発生した結果のものとみなしてよいことが言えよう。なお、その伝播速度は線形長波の波速  $\sqrt{gh}$  である。(35)式で与えられる  $\eta_B$  の波形は、やはり波高増大型の波群の到来とともに水位の上昇が始まる形である。 $\eta_B$  の振幅は、 $x_{BA}$  ひいては波群消滅率  $\kappa$  と変動率  $\beta$  に比例する。また平均碎波水深にも比例するということは、(22)式より入射波高の  $4/5$  乗に比例する事になる。なお、詳細は略すが、碎波開始点近くでは、波群に伴う set-down 波  $\eta_S$  と  $\eta_B$  の間には符号の逆転と共に 90 度の位相差がある。

再生開始域で発生する長周期波  $\eta_R$  も同様に算定される。再生点の岸側では、

$$\eta_{R+} = -(F_0/2c) \int_{t_R}^{t_{*R}} (x_R(t) - x_{RM}) dt \quad t > t_R$$

..... (36)

ただし、

$$t_{*R} = (x_{RM} - x)/c + t \quad \dots \dots \dots \quad (37)$$

となる。この場合は、碎波開始点で発生するのと全く同じ性格のものなので、再生点中央で、次式で与えられるような長周期波  $\eta_R$  が発生していることになる。

$$\eta_R = (F_0 x_{RA} / 2 c \dot{p}) [1 - \cos p(t - t_R)] \quad t > t_R \quad \dots (38)$$

ただし、

$$x_{RA} = (c_0 h_0 / m \gamma_0) \beta (1 - \kappa) \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

である。これが、沖向き、岸向きそれぞれの方向に伝播するのである。当然のことながら  $\kappa=1$  の時は  $\eta_\kappa=0$  である。

次は、碎波減衰域内で発生する長周期波  $\eta_D$  の算定である。(19)式に(31)式を代入して計算を実行すると、碎波帯岸側では、

$$\begin{aligned}\eta_{D+} &= -(F_{1A}/2\dot{p}) \int_{t_{EB}}^{t_{RM}} \cos p(\tau - t_{DM}) / t_{DM} dt \\ &= -(F_{1A}/2\dot{p}) [\sin p(t - t_{DM}) / \dot{p}] \Big|_{t_{EB}}^{t_{RM}} \\ &= -(aF_{1A}/2\dot{p}^2) \sin \theta + F_{1A}(x_{RM} - x_{BM}) / 2\dot{p} h \\ &\quad \dots \dots \dots \quad (40)\end{aligned}$$

たたかひ

$$d^2 = 2 - 2 \cos [p(x_{EM} - x_{BM})/c] \quad \dots \dots \dots \quad (41)$$

$$\tan \theta_M = (\sin x_{RM} - \sin x_{BM}) / (\cos x_{RM} - \cos x_{BM}) \quad \dots \dots \dots \quad (43)$$

となる。同様に、沖側での計算もできるはずである。この場合も碎波帯幅を相対的に微小と見ているので、碎波減衰域の外では、減衰域中央で発生した長周期波  $\eta_0$  が、それぞれ岸、沖両側に伝播していくと考えることが出来る。この時の  $\eta_0$  は若干の計算の後、次式となる。

結果は、近似形とはいえ、 $\eta_B$  とよく似た単純な形である。違いは、振幅と発生位置と発生開始時間（または位相）が伝播の分だけずれていることである。

#### 4. 終わりに

浅海域で波群性の入射波の碎波に伴い発生する長周期波について、より現実的な状況に対しての近似的ながらも簡単な扱い方を示し、波群が正弦的である場合の解析解を得た。定性的な理解ばかりではなく、定量的な評価に役立つものと考える。なお、3種の波の発生が考えられるがいずれの波も、指定された地点で発生し、岸側、沖側それぞれに（与えられた地形の上を）長波として伝播する。もし岸側が反射境界であれば、そこでの反射を考えればよい。なお、3者の位相は岸側では一致するが、沖側では異なり、互いに消し合う場合もある。また、実際的状況では、3者のうち碎波開始点の変動によるもののみが有意であり得るが、それとて沖からの自由波に比してどの程度有意となるか疑問ではある。

紙面の都合で結果に対する詳しい議論ができないのが残念であるが、いずれ別の機会に長瀬・水口（1994）の実験結果と比較しながらでも。

### 参 考 文 献

- 長瀬 覚・水口 優 (1994): 碎波帯における長周期波の発生に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 91-95.

List, J. H. (1992): A model for the generation of two-dimensional surf beat, JGR, Vol. 97, C4, pp. 5623-5635.

Mizuguchi, M. (1980): An heuristic model of wave height distribution in surf zone, Proc. 17th ICCE, Sydney, pp. 278-289.

Mizuguchi, M. (1982): A field observation of wave kinematics in the surf zone, Coastal Eng. in Japan, Vol. 25, pp. 91-107.

Nakamura, S. and K. Katoh (1992): Generation of infragravity waves in breaking process of wave groups, Proc. 23rd ICCE, Venice, pp. 990-1003.

Schäffer, H. A. (1993): Infragravity waves induced by short-wave groups, JFM, Vol. 247, pp. 551-588.

Symonds, G., D. A. Huntley and A. J. Bowen (1982): Two-dimensional surf beat: Long wave generation by a time-varying break-point, JGR, Vol. 87, C1, pp. 492-498.

Young, E. C. (1972): Partial Differential Equation, Allyn and Bacon Inc., Boston, USA, 346 p.