

## 2成分波に拘束された長周期波の浅水変形と Boussinesq 方程式による解析

出口 一郎\*・榎木 亨\*\*・石川 博英\*\*\*

### 1. まえがき

浅海域において顕在化する長周期波は、浮体の長周期運動、港湾内の水位変動あるいは汀線付近の漂砂移動とも密接な関わりを持つことが指摘されている。このような長周期波については、古くから自由波としての解析が行われており、leaky mode としての反射定常波、trapped mode としての edge wave がその代表である。またその成因についても、すでにいくつかの要因が挙げられており、波群を形成する入射波に拘束された長周期波、あるいは波群による砕波点の変動に起因する長周期波等である。しかし、波群を形成する入射波の浅水・砕波変形及びそれに伴う長周期波の変形特性については、まだ十分に解明されていない。

本研究の目的は、2成分波によって生ずる拘束波の傾斜海浜上での伝播・変形特性、反射限界について2次元造波水槽内で実験を行うことによって検討し、ついでブーシネ方程式による数値計算によってその再現を行い、このような現象に対するブーシネ方程式の適用性について検討を加えることである。

### 2. 2成分波とそれに拘束された長周期波の浅水変形に関する実験

#### (1) 実験方法と諸元

2成分波とそれに拘束された長周期波の浅水砕波変形、及び長周期波の反射特性について検討するために、図-1に示す2種類の2次元造波水槽を用いて実験を行った。模型海浜の勾配は、いずれも1/20で、造波装置はピストン駆動である。水槽Bでは、模型海浜の浅海部を水平床とし、その水深に伝播するまでに発生した長周期波を透過させその特性の検討を行った。

実験に使用した2成分波は、同じ振幅を持ち、周期の異なる2つの正弦波(周期を  $T_1$ 、 $T_2$  とする)を重ね合わせて作成した信号を入力することによって造波し、図-1中に示す範囲の11地点における水位変動の同時測定

を行った。水槽Aにおける沖側一様水深部の水深は35cmとし、水槽Bでは、岸側一様水深部の水深が2.4cm~20.0cmの間で変化するように沖側水深を27.5cmから47.5cmまで変化させた。また、成分波の周期  $T_1$  は1s、 $T_2$  は1.05sから2sの間で変化させ、計26ケースの実験を行った。各成分波の振幅  $a$  は沖側水平床部でほぼ2cm(波群が形成される場合はその最大振幅が6~8cm)となるように調整した。

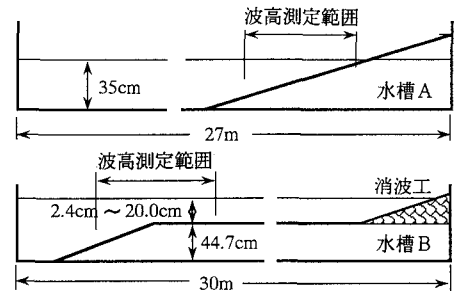


図-1 実験水槽

なお、2次元造波水槽内でこのような方法で2成分波を造波した場合、2成分波とそれに拘束された長周期波以外に、造波板前面での境界条件を満足させるために造波水槽特有の自由波としての長周期波(parastic wave)等が2次オーダーの運動として発生する(Birtheilら, 1983; Flickら, 1980)。その振幅は、造波板の水平変位を与えることによって推定することができ、本実験で用いた実験波の範囲では、微小であることが判明したので、造波に際し、2次オーダーの自由長波の発生を抑制する制御は行わなかった。

水位変動の測定は、造波板駆動直後から16分間サンプリング間隔0.1sで行い、離散化されたデータをフロッピーディスクに収録した。得られた16分間のデータから適宜必要な部分を取り出し、統計処理することにより、長周期変動成分の抽出、反射率の測定、等の解析を行った。

#### (2) 実験結果

##### a) 2成分波と長周期波の浅水変形

\* 正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 工修 佐藤工業(株)

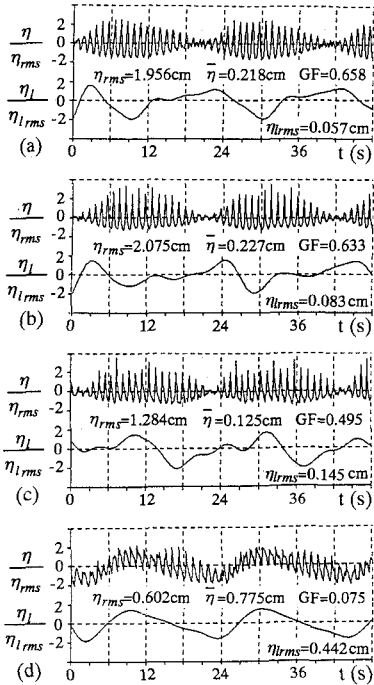


図-2 水位変動と長周期波の時系列 ( $\Delta f=0.048$ )  
 (a) :  $h=1.3$  cm, (b) :  $h=6.4$  cm, (c) :  $h=11.3$  cm, (d) :  $h=16.3$  cm)

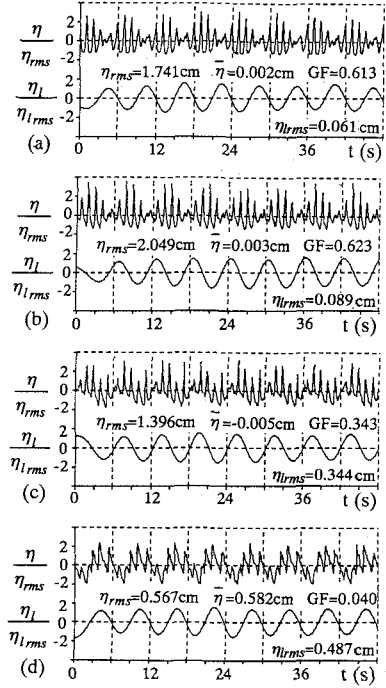


図-3 水位変動と長周期波の時系列 ( $\Delta f=0.167$ )  
 (a) :  $h=1.3$  cm, (b) :  $h=6.4$  cm, (c) :  $h=11.3$  cm, (d) :  $h=16.3$  cm)

図-2~4に  $T_2=1.05$  s, 1.20 s 及び 1.75 s (それぞれの2成分波の周波数差  $\Delta f$  は, 0.048, 0.167 及び 0.428 となる) の場合に傾斜海岸上の種々の水深で測定された無次元水位変動(上段)  $\eta/\eta_{rms}$  と数値フィルターを通して得られた無次元長周期水位変動(下段)  $\eta_l/\eta_{l,rms}$  の時系列の例を示す。

図中には, それぞれの時系列の2乗平均値  $\eta_{rms}$ ,  $\eta_{l,rms}$  及び水位変動の Groupiness Factor, GF の値も示してある。いずれのケースも図-1(c)に示す水深 6.3 cm の位置では, 振幅の大きな搬送波は砕波している。

図-2, 3に示す  $\Delta f=0.048, 0.167$  の場合は, 図-1(c)の水深 6.3 cm 地点まで明確な波群を形成し, GF の値も 0.5 以上の値を示す。砕波が始まるとともに, 波群の高波高部から波高の減衰が始まり, やがて波高のほぼ等しい搬送波が長周期変動の上に重畳した波形(図-1(d))となる。

また, 図の下段に示す長周期変動は, 波群とは逆位相で, その周期は, 2成分波の周波数の差の周波数に対応し, 1つの長周期変動に含まれる搬送波の波数は水深によらず一定である。顕著な波群が形成される領域での長周期変動の伝播速度を, 隣り合う水位測定点の水位変動のクロススペクトル解析によって計算すると, 明らかに波群に拘束されて伝播することが確認された。しかし,

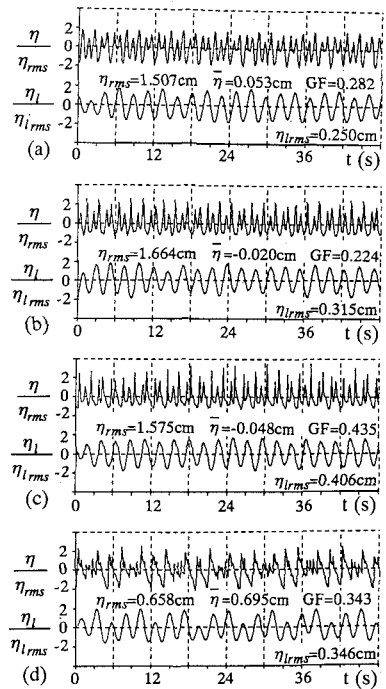


図-4 水位変動と長周期波の時系列 ( $\Delta f=0.428$ )  
 (a) :  $h=1.3$  cm, (b) :  $h=6.4$  cm, (c) :  $h=11.3$  cm, (d) :  $h=16.3$  cm)

搬送波の碎波が始まり、波群が崩壊し始めると、phaseから計算される波速は群速度とは一致しなくなった。一方、図-4に示す2成分波の周波数差  $\Delta f$  が大きい場合 ( $\Delta f=0.428$ ) は、どの水深においても明確な波群は形成されず、GFの値もすべて0.5以下と小さい。上記2例と同様2成分波の差の周波数に対応する周期を持つ長周期波が発生するが、水深の浅い領域では、 $\Delta f$  の小さい図-2, 3に示す場合と異なり、長周期波の上に搬送波が重畳するような波形は示さず、波高の高い波が波高の小さい波を飲み込むような形で搬送波の波数が減少している。間瀬ら(1993)の2成分波を用いたswash oscillationに関する実験においても、 $\Delta f$  が大きい場合(0.2)には浅海域における搬送波の波数の減少が生じている。

図-5は、図-2及び4に示す  $\Delta f=0.048$ (図(a))及び0.428(図(b))の場合に測定された水位変動をスペクトル解析して得られた2成分波の基本周波数  $f_1, f_2$ , 差の周波数  $\Delta f$ , 和の周波数  $f_1+f_2$  等に対応するエネルギー密度の水深変化を示したものである。いずれの場合も成分波及びその高調波成分は水深の減少に伴って単調に減少するのに対し、 $\Delta f$  に対応するエネルギー密度は、水深の減少に伴い増加する。特に、 $\Delta f=0.048$  の顕著な波群を形成する2成分波が入射する場合(図-5(a))は、そのエネルギー密度は水深3.8cm以浅で他のどの周波数成分に対応するエネルギー密度よりも大きくなる。

b) 長周期波の反射特性

傾斜面に特定の波形勾配以下の波浪が入射すると、入

射波は碎波せずに反射し、反射定常波が形成される。Micheは、この限界波形勾配  $(H_0/L_0)c$  を斜面の角度を  $\theta$  として次式で与えている(水理公式集, 1971)。

$$\left(\frac{H_0}{L_0}\right)_c = \sqrt{\frac{\theta}{90^\circ}} \frac{\sin^2 \theta}{\pi} \dots\dots\dots(1)$$

この式によれば、本実験で対象とした勾配1/20の斜面上での反射限界の波形勾配  $(H_0/L_0)c$  は、 $1.42 \cdot 10^{-4}$  と計算される。すなわち、沖波入射波高を0.5cm, 1cm及び2cmとすると、斜面上で反射し得る波の周期はそれぞれ4.8s以上, 6.7s以上及び9.5s以上ということになる。振幅変調を受けて波群を構成している入射波の代表的な波形勾配をどのように決定するかということについては、不明である。しかし、例えば、図-2~4に示す2成分波の差の周波数に対応し、波群に拘束されて伝播する長周期波の内、斜面で反射し反射定常波を形成し得るのは、その沖波波高を0.5cmとすると周期が4.8s以上、あるいは  $\Delta f$  が0.21以下 ( $T_1$ を1sとすると  $T_2 > 1.27$ s または  $T_2 < 0.83$ s) ということになる。入射分離法で測定された反射率は、図-2に示す  $\Delta f=0.048$  及び図-4に示す  $\Delta f=0.428$  の場合の成分波の反射率は0.05以下で、周波数  $\Delta f$  に対応する反射率はそれぞれ0.98以上と0.23以下であった。

一方、実測された長周期波の振幅の岸沖方向分布において、 $\Delta f \leq 0.167$  の場合は明らかに腹と節を持つ重複波形が認められたが、 $\Delta f \geq 0.333$  の場合は、明瞭な重複波形を示さない。以上の結果から、傾斜海浜上において反射定常波が形成される波形勾配と斜面勾配の関係はほぼ式(1)によって表されることがわかった。

浅海域を水平床で置き換えた水槽Bで行った実験実験においても、同様勾配部の水深  $h_0$  が5cm以浅(波群の最大波高を  $H_{max}$  としたとき  $H_{max}/h_0 \geq 1.6$ ) の場合の波群とそれに拘束された長周期波の浅水変形の様子は傾斜海浜と同様で、 $\Delta f \leq 0.167$  の長周期波の反射率も0.95以上である。しかし、 $h_0=20$ cm ( $H_{max}/h_0 \geq 0.4$ ) の場合は、入射波の碎波は生じず、長周期波の反射率も小さい。

3. 波群に拘束された長周期波の表現

波群に拘束された長周期波について、Ottesen-Hansenら(1980)は水平床上でのset-down waveの解析、Symondsら(1982)、Schafferら(1988)の傾斜海浜上での解析等がすでに行われている。傾斜海浜上での解析は、いずれも海浜流の基礎式に基づいて行われたものであり、Symondsらは波群を形成する入射波の碎波点の時間変化によって、Schafferらは碎波点是不変とし、碎波帯内外での振幅変調によって強制外力を与えるという解析である。これらは、必ずしも波群に拘束された長周期波に対する解析ではない。また、先の実験結果で示したよ

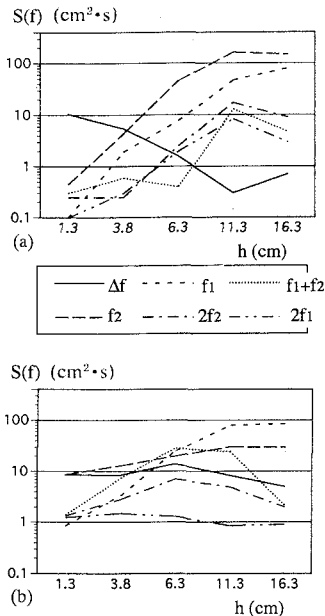


図-5 スペクトルの浅水変形((a):  $\Delta f=0.048$ , (b):  $\Delta f=0.428$ )

うに、2成分波によって構成される波群の一部が碎波しても、波群は完全には消滅せず、さらに碎波点の変動も生じ、彼らの解析に用いた仮定は、十分なものではない。間瀬ら(1993)は、非線形長波の波動方程式に基づいて、2成分波によって生ずるswach oscillationの数値計算を行っている。

ここでは、まず海浜流の基礎式に基づき、2成分波による波群に拘束された長周期波の振幅を求める。

鉛直方向に積分し、搬送波の周期程度の時間スケールで時間平均を取った連続方程式と運動量方程式は、次のように表される。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u d = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\rho d} \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 $u$ は水深平均された長周期で変動する流速、 $d$ は全水深( $h + \eta$ )、 $\eta$ は長周期波の水位変動、 $S_{xx}$ はradiation stressで、 $x$ 軸は汀線から直角沖方向にとる。なお、式(3)は、線形化されており、底部摩擦項も省略されている。これらの式から $u$ を消去すると、 $\eta$ に関する次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left( gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 S_{xx}}{\partial x^2} \dots\dots\dots(4)$$

著者らは、すでに一様勾配斜面上での式(4)の解析解を得ているが、ここでは、水平上で2成分波の振幅変動に起因して生ずる $S_{xx}$ の空間分布によって引き起こされる長周期変動の振幅を求める。長周期変動成分の角周波数(2成分波の差の周波数に対応する)を $\omega$ 、波群の波数を $k$ とし、 $\eta$ 及び $S_{xx}$ を時間に関して変数分離し、それぞれの振幅を $\bar{\eta}$ で表すと、上式は、次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial t^2} + \frac{\omega^2}{gh} \bar{\eta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{S}_{xx}}{\partial x^2} \dots\dots\dots(5)$$

さらに $S_{xx}$ を空間変数で変数分離し、その振幅を $S_{xx}$ とすると、式(5)から $\eta$ の長周期変動成分の振幅が求められる。

$$\bar{\eta} = \frac{k^2 \bar{S}_{xx}}{\rho k^2 (c_g - gh)} \exp(ikx) \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $c_g$ は波群の群速度である。また、波群の周期と空間波形に対応して変動する $S_{xx}$ の振幅は、

$$\bar{S}_{xx} = \rho \omega_1 \omega_2 a^2 \frac{\sinh\{(k_1 - k_2)h\}}{\sinh k_1 h \sinh k_2 h} \frac{1}{k_1 - k_2} \dots\dots\dots(7)$$

で与えられる。ここに、 $a$ は成分波の振幅、 $k_1$ 、 $k_2$ 及び $\omega_1$ 、 $\omega_2$ は成分波の角周波数と波数である。

式(6)(7)より無次元化された長周期変動の振幅は次式で表される。

$$\frac{\bar{\eta}}{a} = \frac{a}{4h} \frac{1}{(c_g^2/gh - 1)} \left( \frac{\omega_1}{\sqrt{gh}} \right)^2 \left( 1 + \frac{\omega}{\omega_1} \right) \frac{\sinh\{(k_1 - k_2)h\}}{\sinh k_1 h \sinh k_2 h} \frac{1}{k_1 - k_2} \dots\dots\dots(8)$$

式(8)より、長周期変動は波群とは逆位相であること( $c_g^2/gh - 1 < 1$ より)、水深が浅いほど、成分波の周波数差が大きいほど振幅が大きくなるのがわかる。本実験においても、水槽Bで行われた水平床部の水深が20cmの場合では、入射初期に測定された波群に拘束された長周期波の振幅は、 $\Delta f$ が増加すると増加し、式(8)から推定される長周期波の振幅とほぼ一致することが確認された。

4.2 成分波とそれに拘束された長周期波の浅水変形に対するブーシネ方程式の適用性

ここでは、浅海域の連続方程式(式(2))とPregrine(1967)によって導かれた以下に示すブーシネ方程式に碎波による運動量逸散 $D_i$ (Sawaragi et al., 1974)を考慮した式を数値的に解くことによって、実測された2成分波の浅水碎波変形の再現を試みる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{d}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( d \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right] - \frac{d^2}{6} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right) - D_i \dots\dots\dots(9)$$

$$D_i = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \kappa d^2 \left( \frac{u}{h} \right)^2 \right] \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 $\kappa$ は運動量減衰に関わる係数で、樫木ら(1985)にならない、計算では0.4を用いた。

これらの式に基づき、水槽Bで行った浅海部水平床を設けた場合の実験について行った。数値計算は、基本的にはすべての微係数を中央差分で置き換えた、implicit-schemeで行い、計算領域の沖側(水槽沖側の水平床部の水深)で、2成分波の水位変動と断面平均流速を線形理論で与え、岸側境界は透過とした。また、碎波条件は、種々検討の結果、断面平均流速が搬送波の波速の0.3-0.4倍とすることによって良い再現性が得られたので、この条件を用いた。なお、以下に示す計算結果の差分時間間隔は0.02s、空間間隔は5cmである。

図-6は、水平床部の水深が4.8cmで、 $T_1 = 1.0$ s、 $T_2 = 1.05$ sの場合( $\Delta f = 0.048$ )の実測波形と計算波形の比較を示したもので、図(a)及び(b)は斜面上それぞれ水深が $h = 14.8$ cm、7.6cmの波形、図(c)及び(d)は水平床沖側端部から20cm及び170cm岸側の地点における波形である。ただし、図示した時系列は、実験あるいは計算において2番目の波群が到着してから45s間の水位変動である。

まず、図(a)-(c)において、斜面上の浅水碎波変形の様子あるいは碎波後波群周期に対応する長周期波の上にほ

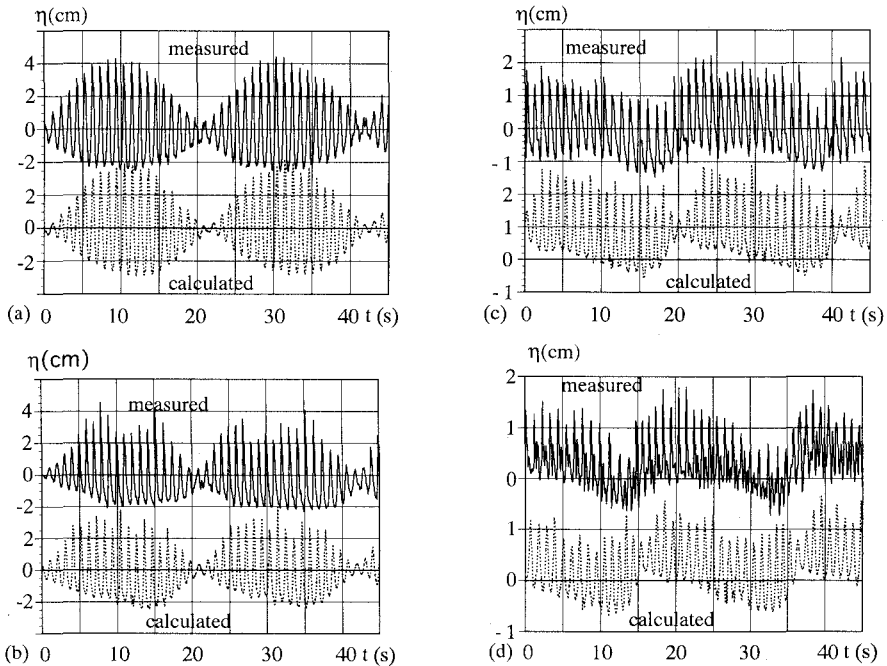


図-6 実測波形と計算波形の比較( $\Delta f=0.048$ ) ((a):  $h=14.8$  cm, (b):  $h=7.6$  cm, (c):  $h=4.8$  cm 沖, (d):  $h=4.8$  cm 岸)

ば波高のそろった搬送波が重畳する様子は、計算においても十分な精度で再現されている。しかし、図(d)に示す最も岸側での実測水位変動には、それまでには見られなかった高調波成分が含まれ、これは、計算結果では再現されていない。また、このような高調波成分は、図-2に示した傾斜海浜上の浅海域の水位変動には現れていない。

今回水槽Bで行った実験を行った他のケースについても、同様の再現性が得られた。しかし、上述した浅海域の高周期波成分の成因、あるいは、遡上域まで含めた数値計算法などまだいくつかの点が未解決の問題として残されている。

#### 4. あとがき

2成分波の浅水砕波変形とそれに拘束された長周期波の浅水変形、反射特性について実験的に検討を加え、ブーシネ方程式に基づく数値計算でその再現を試みた。その結果、斜面上で反射定常波が形成される限界の周期はほぼ Miche の限界式と一致すること、一様水深上で2成分波による波群に拘束された長周期波の振幅は成分波の周波数差が大きいくほど大きいこと、等が明らかになった。また、このような2成分波とそれに伴って発生する長周期波の2次元変形は、砕波による運動量逸散の項を付加

したブーシネ方程式によって十分な精度で再現されることがわかった。

#### 参考文献

- 榎木 亨, 李 宗彦, 出口一郎, 松山 章 (1985): 非線形分散波理論による波浪変形及び海浜流の数値計算について, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 238-242.
- 水理公式集 (1971): 土木学会編, 昭和46年改訂版, p. 504.
- 間瀬 肇, 小林信久 (1993): Swash oscillation の長周期変動, 土木学会論文集, No. 461/II-22, pp. 49-57.
- Birtheil, V. and S. E. Sand (1983): Group bounded long waves in physical models, *Ocean Eng.*, Vol. 10, No. 4, pp. 261-294.
- Hansen, N. E. O., S. E. Sand, H. Lundgren, T. Sorensen and H. Gravesen (1980): Correct reproduction of group-induced long wave, *Proc. 17th ICCE*, pp. 784-801.
- Peregrine, D. H. (1967): Long waves on a beach, *J. Fluid Mech.*, 27, pp. 815-827.
- Flick, R. E. and R. T. Guza (1980): Paddle generated waves in laboratory channels, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Div.*, ASCE, Vol. 106, No. WW1, pp. 79-97.
- Sawaragi, T. and K. Iwata (1974): On wave deformation after breaking, *Proc. 14th ICCE*, pp. 481-499.
- Shaffer, H. A. and I. A. Svendsen (1988): Surf beat generation, *Proc. 21st ICCE*, pp. 1058-1072.
- Symonds, G., D. A. Huntley and A. J. Bowen (1982): Two-dimensional surf beat: Long wave generation by a time varying breaking point, *J. G. R.*, Vol. 87, No. C1, pp. 492-498.