

ブシネスク方程式を用いたサーフビート・ 水位上昇の平面二次元計算

金山 進*・清水 琢三*・磯部 雅彦**

1. ま え が き

高波浪時に碎波帯に含まれる浅海域に存在する港湾、漁港においては、通常波浪成分(周期 20 秒程度以下)に対する静穏度が十分に確保されている場合であっても、サーフビートによる長周期水面変動ならびに碎波による平均水位上昇が、時として係留船舶や周辺施設に大きな被害を及ぼす要因となる場合がある。これらの発生機構は、非線形干渉による波群拘束波の励起、碎波点の変動による強制振動的な効果など、波の非線形性に起因する部分が大きいため、現在のところ通常波浪成分のように実用的な数値シミュレーション方法は確立されていない。この問題に対するアプローチの方法は 2 つに大別することができ、一つは、微小振幅波理論に基づく波浪場の変形計算を行った後、波浪周期よりも大きな時間スケールを対象とした平均量の方程式によって radiation stress 項を介して評価する方法である。沖波の波群拘束波を入射条件とし、各点の通常波浪成分の時系列から得られた radiation stress 項を含む線形長波方程式でその伝播を計算する喜岡・石原 (1993) の方法はこれに属するものである。

いま一つは、波浪変形計算の時点で非線形性を考慮した方程式を用い、非線形性に起因する現象をも同時に求めるという方法である。やはり非線形性に起因する現象である海浜流のシミュレーションに関しては、現時点では前者の方法が広く用いられているが、佐藤・Kabiling (1993) は規則波を対象に平面二次元のブシネスク方程式を用いて後者の立場からの検討を行っている。しかし、波群拘束波の励起や碎波位置の変動といった機構に基づく長周期変動を取り扱う場合、不規則波を対象とする必要がある。

本研究では、適用範囲、近似精度に若干の制約があるものの、比較的広く用いられているブシネスク方程式を単一方向不規則波に適用し、後者の観点からサーフビートならびに水位上昇の平面二次元計算法とその適用性について検討した。

2. 基礎方程式および計算方法

2.1 基礎方程式および境界条件

基礎方程式は、佐藤・Kabiling (1993) と同様、拡散型の碎波減衰項を付加した以下の平面二次元のブシネスク方程式を用いた。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \frac{1}{3} h^2 \left(\frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial x \partial y \partial t} \right) \\ + \nu_e \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ = \frac{1}{3} h^2 \left(\frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial y^2 \partial t} \right) \\ + \nu_e \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで、 η は水位変動量、 P および Q はそれぞれ x 、 y 方向の線流量、 $D (= h + \eta)$ は全水深である。 ν_e は碎波によって生じる乱れによる運動量の拡散を表す渦動粘性係数であり、後述するように、片山・佐藤 (1993) にならって評価した。

なお、本研究では長波条件下のみの適用を前提とし、Madsen・Sørensen (1992) らが分散関係改善の目的で提案している空間 3 階微分の補正分散項は付加しなかった。

数値計算は、基本的には Madsen・Sørensen (1992) と同じアルゴリズムとし、各ステップ毎に線流量 P または Q を水位 η と連立させて解く ADI 法を用いた。

不規則波を対象とした今回の計算においては、碎波条件および碎波減衰項の取扱い、すなわち、式 (2)、(3) の右辺第 2 項の ν_e の評価は、不規則波を対象とした片山・佐藤 (1993) の方法にならった。まず、毎時の空間波形から岸沖方向の各ライン毎に全ての波頂点を抽出して表層流速と波速の比 u_e/c を求め、この値が限界値以下

* 正会員 工修 五洋建設(株) 土木設計部

** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

なら v_e を 0 とみなし、これを越える場合は次式によって評価した。

$$v_e = \frac{gd}{\sigma^2} \cdot f_D \dots \dots \dots (4)$$

$$f_D = \alpha_r \alpha_D \tan \beta \sqrt{\frac{g}{d} \cdot \frac{\bar{Q} - Q_r}{Q_s - Q_r}} \dots \dots \dots (5)$$

$$Q_s = 0.4(0.57 + 5.3 \cdot \tan \beta) \sqrt{gd^3} \dots \dots \dots (6)$$

$$Q_r = 0.135 \sqrt{gd^3} \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 d は平均水深であるが、今回は静水深 h を用いた。 σ は入射波浪の有義波周期に対応する角周波数、 $\tan \beta$ は海底勾配である。 α_r 、 α_D は、それぞれ、2.0 および 2.5 とした。 \bar{Q} は線流量振幅であるが、今回は線流量の空間波形から求めた。砕波発生限界の流速波速比は、規則波で 0.6、不規則波ではその 8 割とした。以上のようにして得られた各波頂点での v_e の値を線形補間し、各計算点での次ステップの砕波減衰項を求めた。

入波境界においては、全ての周波数成分が周期によらず線形長波の波速 ($c = \sqrt{gh}$) で伝播するものと仮定し、規則波を対象とした芝ら (1993) と同様、次式によって境界上の線流量 P^n を与えた

$$P^n = 2c\eta_t - c\eta^{n-1} \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 η_t : 入射水位の不規則時系列、 η^{n-1} : 入波境界で

の前ステップの計算水位である。

3. 波群拘束波の数値計算

砕波を伴う平面波浪場への適用に先立ち、一次元の波群拘束波のシミュレーションにより非砕波領域での計算方法の適用性を検証する。

図-1 は、10 m の一様水深の水路内に周期 9 秒、10 秒、11 秒の 3 成分合成波 (波高はそれぞれ 0.5 m、1.0 m、0.5 m) を入射した計算結果である。水路は長さ 2,000 m、幅 50 m であり、水路側壁は閉境界、下流端はスポンジレイヤーを介した開境界としている。Madsen・Sørensen (1992) によれば格子幅は波長の 1/10~1/8、時間ステップは周期の 1/30~1/24 程度に設定すれば十分な精度が得られると報告されているので、今回はこれを参考に Δx 、 Δy ともに 10 m (波長の約 1/10)、 Δt は 0.5 秒 (周期の 1/20) とした。

図-1(1) は各地点での水位変動時系列であり、 x は入射境界からの距離を示す。入射地点から離れるにしたがって長周期のうなりが発生しており、波浪の伝播に伴い波群拘束波が発達している様子が認められる。

図-1(2) は、造波開始から 4 分後以降の各地点の水位変動時系列に周期 30 秒のローパスフィルターを施して抽出した長周期水面変動 (図中の太線) と周期 30 秒以下の通常波浪成分の時系列から Sand (1982) の方法で計算

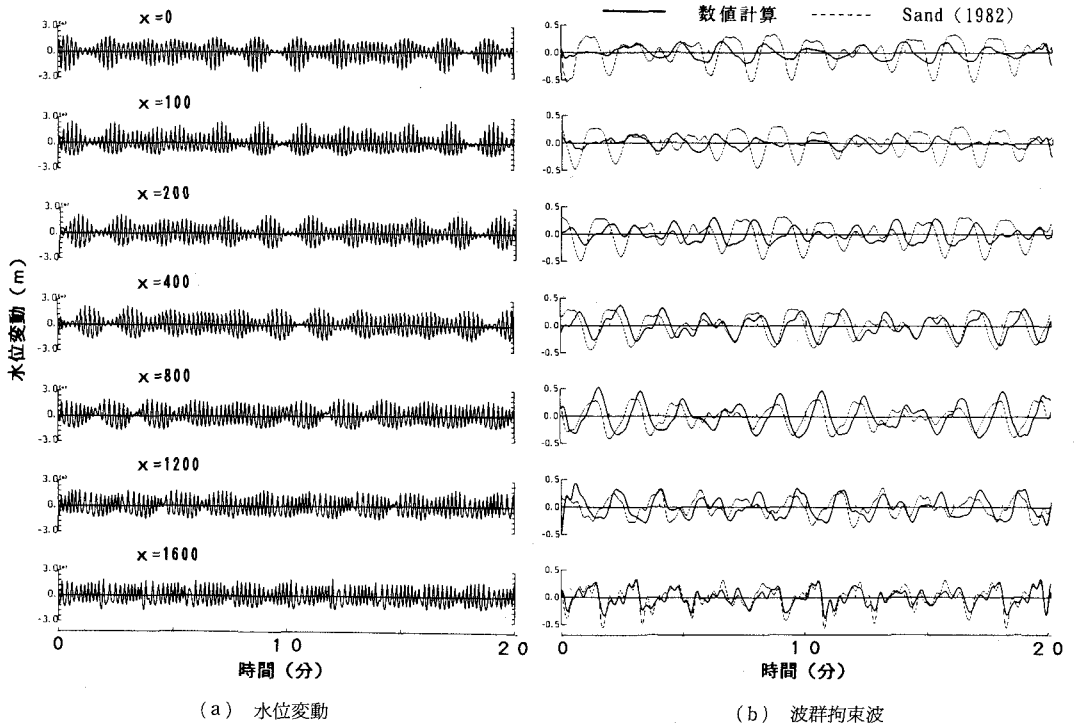


図-1 数値計算による波群拘束波の発達状況

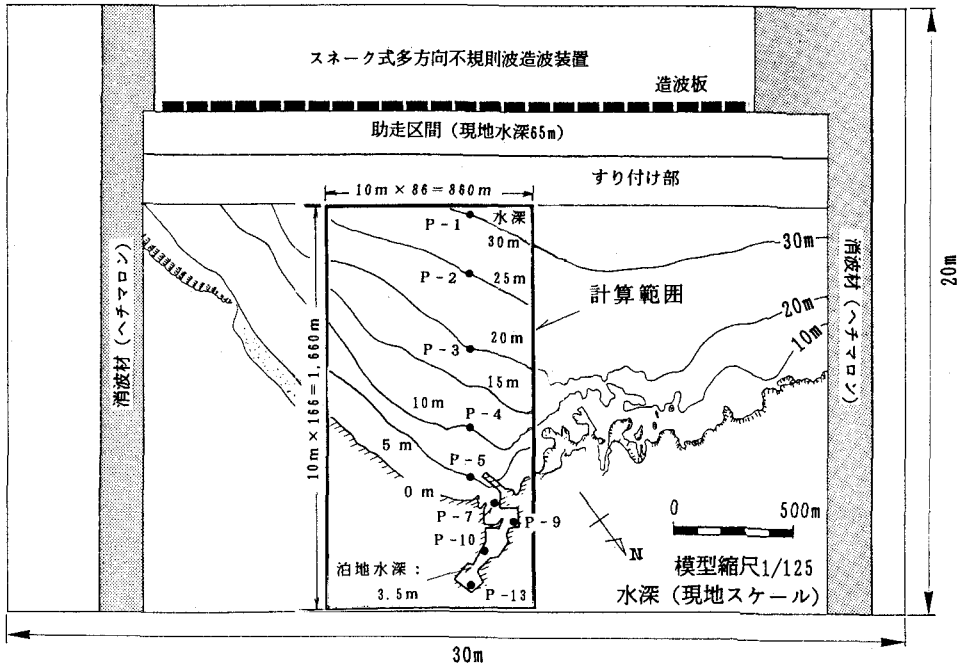


図-2 実験領域と計算領域

した波群拘束波 (図中の点線) を比較したものである。入射境界に近い地点では、非線形干渉が十分に起こっておらず波群拘束波が未発達であり, Sand の方法で与えられるものより振幅が小さく位相も遅れているが, 伝播とともに両者の整合が良好になる。

ブシネスク方程式によって表現される非線形干渉の効果は, 搬送波の各周波数成分の 2 次の非線形干渉までを考慮した Sand の方法で表現されるものとほぼ同じであるので, 図-1(2)の結果は今回の数値計算方法が非碎波領域での非線形干渉の効果を適切に表現していることを裏付けるものである。

今回の条件では搬送波の波長の 4 倍程度伝播した時点で拘束波の振幅は Sand の方法によるものとほぼ同程度まで発達したが, 非線形干渉の効果が十分に発現されるまでに必要な伝播距離は搬送波および波群の特性によって変化する。

4. サーフビート・水位上昇の数値計算

長周期水位変動の発生・成長の要因としては, 上記の非線形干渉による波群拘束波の励起に加えて, 碎波点の変動による強制振動的な効果や港の固有周波数成分の選択的な増幅 (港内副振動) といった機構が存在する。

4.1 検証計算の概要

これらの全てが存在する条件での数値計算は, 八丈島の八重根漁港を対象とした単一方向不規則波による水理模型実験 (清水ら, 1994) の結果を検証データとし, 各

測点の長周期変動, 平均水位上昇を含む水位変動時系列を再現した。模型縮尺は 1/125 であり, 以下, 現地スケールで論ずる。計算領域は, 図-2 に示すように実験範囲の一部を対象とし, 岸沖方向 1,660 m (166 格子) × 沿岸方向 860 m (86 格子) の範囲である。格子幅は $\Delta x, \Delta y$ ともに 10 m とし, 時間ステップ Δt は 0.2 秒とした。なお, 漁港形状は現状とは異なることを付記しておく。

入射境界以外は全て閉境界としており, 計算の発散を防ぐため汀線付近の一部にスポンジレイヤーを設けている。また, 港内では碎波減衰項の他に $0.5 \text{ m}^2/\text{s}$ の渦動粘性係数を与えている。この値は, 良好な再現性を得るために試行錯誤的に求めたものであるが, 実験では港内において長周期流動による剝離渦が発生していたことなど

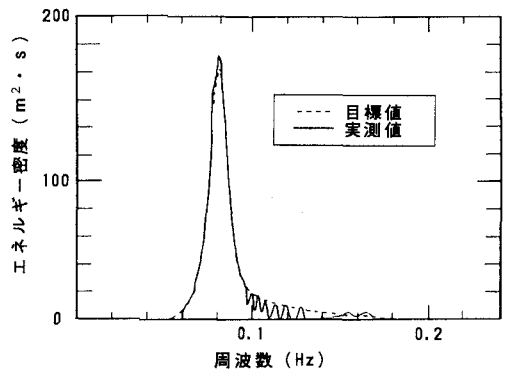


図-3 入射波浪の周波数スペクトル

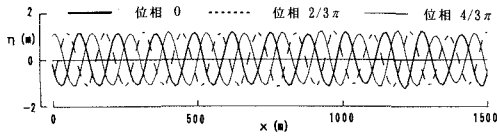


図-4 単成分波の空間波形(周期 10 秒, 水深 30 m)

に対応するものと考えられる。

ここでは、水深約 30 m の入射地点において有義波高 $H_{1/3}$ が 7.2 m, 有義波周期 $T_{1/3}$ が 12 s の結果を示す。

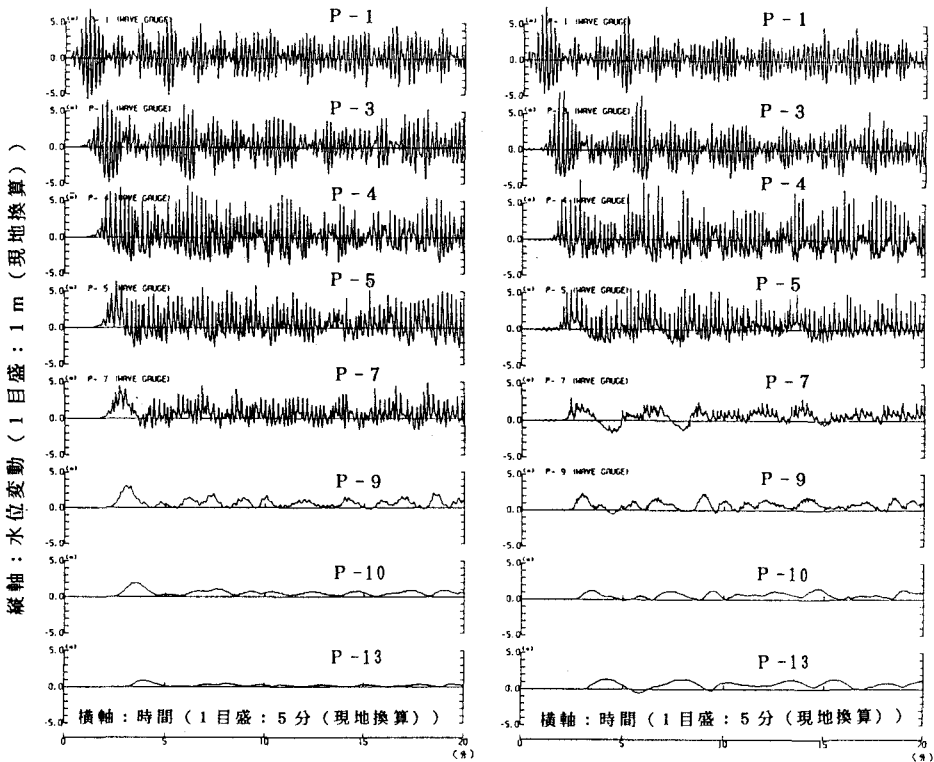
図-3 に周波数スペクトルを示すが、上記の有義値で $\gamma=7$ の JONSWAP スペクトルを目標に作成したものであり、入射波浪エネルギーのほとんどが 0.1 Hz 以下すなわち周期 10 秒以上に存在している。相対水深がある程度以上に大きな条件でブシネスク方程式を用いると波が消散してしまうことが知られているが、今回の対象波浪成分中、こういった危険性が最も高いと考えられる周期 10 秒 (波高は 2 m とした) の規則波を 30 m の一様水深で伝播させるテスト計算 (格子幅, 時間ステップは検証計算と同一) を行い、図-4 に示すように消散することなく伝播することを確認した。

4.2 水位変動時系列の比較

図-5 は、造波開始から 20 分間を対象に、シミュレーションによる各地点の水位変動時系列を実験結果と比較したものである。波浪伝播過程における非線形干渉による波群に対応した長周期のうなりの発生、発達、砕波による通常波浪成分の減衰と長周期成分の発生、平均水位の上昇などの様子が再現されている。港口に近い P-7 地点で通常波浪成分の減衰がやや遅れ気味であること、狭水路奥の泊地内の P-13 地点で長周期波の振幅が小さいことなどを除けば、時系列的にもかなりの一致を示している。

P-13 地点での不整合は、実験では狭水路入り口が船揚場斜路となっているのに対して計算では直立壁としているためと考えられるが、この点を改善するためには斜面上の波の遡上まで適切に評価する必要がある。

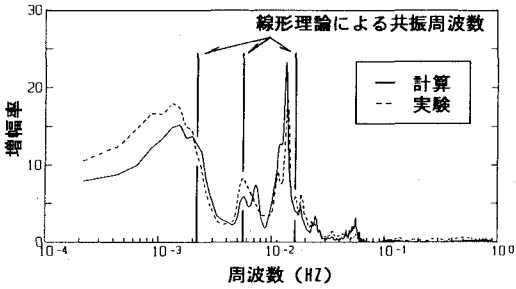
図-6 は、造波開始 5 分後以降の 42 分間を対象に港内の測点について入射波浪との周波数応答を求め数値計算結果と実験結果を比較したものである。図中、実線が数値計算結果に対するもの、破線が実験結果に対するものであり、縦の線は線形理論に基づく方法 (Lee, 1971) で求めた漁港の共振周波数である。各点とも 3 つの明確な



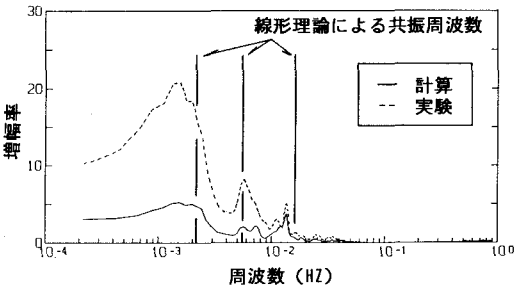
(a) 計算波形

(b) 実験波形

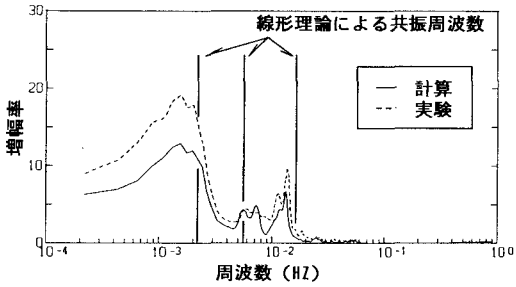
図-5 水位変動時系列の再現結果



(a) P-9 地点



(b) P-10 地点



(c) P-13 地点

図-6 入射波浪に対する周波数応答

応答ピークが認められ、それぞれが Lee の方法による共振周波数に近いが、完全に一致しているわけではない。ここに示されている応答関係には、非線形干渉による波群拘束波の発達、砕波位置の変動による強制振動的なサーフビートの励起といった機構も含まれており、港内副振動の効果のみを抽出したものではない。

実測値と計算値で応答ピーク周波数が一致していることは、今回の数値計算が非線形干渉、砕波、港内副振動から成る長周期水位変動の発生機構を本質的に再現していることを裏付けるものである。

増幅率自体は、P-10、P-13 では前述した船揚場斜路の

効果のためか計算結果が過小評価となっているものの、比較的港口に近い P-9 地点では良好な整合を得ている。

以上の結果より、砕波モデルを組み込んだブシネスク方程式がサーフビート・水位上昇など非線形性の卓越した現象の平面 2 次元計算に有効であることが確認された。

5. あとがき

非線形干渉による波群拘束波の発達、砕波位置の変動による強制振動的なサーフビートの励起、港内副振動による固有周波数成分の選択的な増幅といった長周期水位変動および平均水位上昇の発生機構の全てを評価する数値モデルとして、砕波モデルを組み込んだブシネスク方程式に基づく方法を開発し、水理模型実験結果によりその適用性を検証した。弱非線形・弱分散性の式であるブシネスク方程式は、適用できる波数域に制限があり、非線形性も完全には評価できないという制約があるが、実用的にはかなり有効であることが確認された。

なお、検証に用いた水理模型実験は、「平成 5 年度基本計画調査（八重根・坪田漁港水理模型実験）」の一環として実施されたものであり、実験データの使用を許可して頂いた東京都港湾局離島港湾部を始めとする関係各位に、紙面を借りて心より謝意を表する次第である。

参考文献

片山裕之・佐藤慎司 (1993): Boussinesq 方程式を用いた不規則波の浅水・砕波変形の計算法, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 16-20.

喜岡 渉・石原健司 (1993): 波群の屈折に伴う 2 次長周期波の伝播変形解析, 土木学会論文集, No. 467/II-23, pp. 75-82.

佐藤慎司・M. Kabiling (1993): Boussinesq 方程式を用いた波浪・海浜流・海浜変形の数値計算, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 386-390.

清水琢三・金山進・服部武・武藤亮介・高木伸雄・二見耕左 (1994): 漁港内の長周期水面変動と平均水位上昇に関する現地観測と水理実験, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 76-80.

芝 和彦・磯部雅彦・渡辺 晃 (1993): 波浪場と海浜縦断地形変化の非線形数値計算法, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 376-380.

Lee, J. J. (1971): Wave induced oscillations in harbours of arbitrary geometry, J. Fluid Mech., Vol. 45, pp. 375-394.

Madsen, P. E. and O. R. Sørensen (1992): A new form of Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Part 2, A slowly-varying bathymetry, Coastal Eng., Vol. 18, pp. 183-204.

Sand, S. E. (1982): Long waves in directional sea, Coastal Eng., Vol. 6, pp. 195-208.