

有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式を用いた 平面 2 次元波浪場計算

石井 敏 雅*・磯部 雅 彦**・渡 辺 晃**

1. はじめに

緩勾配不規則波動方程式は、成分波の周波数の関数となっている緩勾配方程式 (Berkhoff, 1972) 中の係数を近似式を用いて表わすことにより周波数によらない係数のみからなる方程式を導き、不規則波の時間変動を直接解けるようにしたものである。近似式としてテイラー展開の 1 次近似, 2 次近似, 有理式近似を用いる方法がそれぞれ窪ら (1991), 小竹ら (1992), 磯部 (1993) によって求められている。これらの方法のうち, 有理式近似による方法は広帯域の不規則波に対しても周波数領域を 2~4 分割し, それぞれの領域で係数を近似して重ね合わせることにより, 精度の良い計算が行えることが報告されている。しかし, 簡単な 1 次元問題に対する適用例が示されているだけで, 一般的な 2 次元問題への適用に際しては方程式そのものの妥当性の検証, 方程式の差分化等の問題が残されている。本研究は, 有理式近似による緩勾配不規則波動方程式の平面 2 次元波浪場への適用方法と多方向不規則波の屈折・回折に対する同方程式の有効性, および実務へ適用する場合の計算効率の向上の観点から周波数領域を分割せずに係数を近似する場合について検討したものである。

2. 有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式の概要

磯部 (1993) により示された有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式は式(1)のとおりである。

$$\nabla^2 \tilde{\phi} - ia_1 \nabla^2 \left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} \right) + (b_0 + ic_0) \tilde{\phi} + i(b_1 + ic_1) \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} - b_2 \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここに, t は時間, ∇ は水平 2 方向の微分演算子, i は虚数単位である。 a_1, b_0, b_1, b_2 は緩勾配方程式 (Berkhoff, 1972) を Radder (1979) による変数変換を用いて変形した式(2)の係数 k^2 (k : 波数) を式(3)の有理式によって近似した時の係数, c_0, c_1 は砕波などによるエネルギー

減衰を表わす項 (虚数項) を式(2)に含めた場合に, その項を 1 次式によって近似した係数であり, エネルギー減衰係数 f_0 および b_1, b_2 から決定される係数である。

$$\nabla^2 \tilde{\phi} + k^2 \tilde{\phi} = 0 \quad (2)$$

$$k^2 = \frac{b_0 + b_1 \omega' + b_2 \omega'^2}{1 - a_1 \omega'} \quad (3)$$

また, $\tilde{\phi}$ は Radder 変換した複素水面変動振幅 $\hat{\phi}$ と次式の関係にある。

$$\tilde{\phi} = \hat{\phi} e^{-\omega' t} \quad (4)$$

$$\omega' = \omega - \bar{\omega} \quad (5)$$

ここに, $\bar{\omega}$ は代表角周波数, ω' は $\bar{\omega}$ と成分波の角周波数 ω との差である。

3. 数値計算法

(1) 差 分 式

有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式を用いた平面 2 次元波浪場の数値計算では, ADI 法により方程式の離散化を行っている。しかしながら, 式(1)を ADI 法により離散化する場合, 一般に行われているように方程式の偏微分項を時間に対して前進差分, 後退差分の形とすると, 例えば $(t+1)$ 時点と $(t+2)$ 時点の 1 組の計算を行った段階で式(1)の項のうち $\partial^2 \tilde{\phi} / \partial x^2$ と $\partial^2 \tilde{\phi} / \partial y^2$ の項の時間に対する差分の中心が他の項と $\Delta t/2$ ずれた状態となる。このため時間に対する打ち切り誤差が増大し, 計算時間間隔 Δt を大きくとることが難しくなる。そこで本研究では式(6), 式(7)に示すように $\partial^2 \tilde{\phi} / \partial x^2$ と $\partial^2 \tilde{\phi} / \partial y^2$ の項の離散化を行ない, $(t+1)$ 時点と $(t+2)$ 時点の 1 組の計算を行った段階で方程式のすべての項の時間の中心が同じになるようにしている。

($t+1$ 時点: x 方向)

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\phi}_{i,j}^{t+1} - 2\tilde{\phi}_{i,j}^{t+1} + \tilde{\phi}_{i,j}^{t+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{\tilde{\phi}_{i-1,j}^t - 2\tilde{\phi}_{i,j}^t + \tilde{\phi}_{i+1,j}^t}{(\Delta x)^2} \right) - ia_1 \frac{(\tilde{\phi}_{i-1,j}^{t+1} - 2\tilde{\phi}_{i,j}^{t+1} + \tilde{\phi}_{i+1,j}^{t+1}) - (\tilde{\phi}_{i-1,j}^t - 2\tilde{\phi}_{i,j}^t + \tilde{\phi}_{i+1,j}^t)}{(\Delta x)^2 \Delta t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\phi}_{i,j-1}^t - 2\tilde{\phi}_{i,j}^t + \tilde{\phi}_{i,j+1}^t}{(\Delta y)^2} + \frac{\tilde{\phi}_{i,j-1}^{t+1} - 2\tilde{\phi}_{i,j}^{t+1} + \tilde{\phi}_{i,j+1}^{t+1}}{(\Delta y)^2} \right)$$

* 正会員 東京大学大学院社会人コース 東京電力(株)

** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

$$\begin{aligned}
 & -ia_1 \frac{(\bar{\phi}_{i,j-1}^{t+1} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t+1} + \bar{\phi}_{i,j+1}^{t+1}) - (\bar{\phi}_{i,j-1}^{t-1} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t-1} + \bar{\phi}_{i,j+1}^{t-1})}{(\Delta y)^2 \Delta t} \\
 & + (b_0 + ic_0) \frac{\bar{\phi}_{i,j-1}^{t+1} + \bar{\phi}_{i,j}^{t+1} + \bar{\phi}_{i,j+1}^{t+1}}{3} + i(b_1 + ic_1) \frac{\bar{\phi}_{i,j-1}^{t+1} - \bar{\phi}_{i,j+1}^{t-1}}{2\Delta t} \\
 & - b_2 \frac{\bar{\phi}_{i,j}^{t+1} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t-1} + \bar{\phi}_{i,j}^{t-1}}{(\Delta t)^2} = 0 \dots\dots\dots (6)
 \end{aligned}$$

(x 方向: $t+1$ 時点)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} \Big|_{\text{F.D.}} &= \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2}k\Delta x \cos \theta\right)}{\frac{1}{2}k\Delta x \cos \theta} \right)^2 \cos\left(\frac{1}{2}\omega'\Delta t\right) \\
 &\cdot \exp\left(-i\frac{1}{2}\omega'\Delta t\right) \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

(y 方向: $t+2$ 時点)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} \Big|_{\text{F.D.}} &= \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2}k\Delta x \cos \theta\right)}{\frac{1}{2}k\Delta x \cos \theta} \right)^2 \cos\left(\frac{1}{2}\omega'\Delta t\right) \\
 &\cdot \exp\left(i\frac{1}{2}\omega'\Delta t\right) \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

ここで、添字 F.D. は差分式であることを示す。($t+1$) 時点の差分式 (8) の時は、 $\exp(-i(1/2)\omega'\Delta t)$ の項があり、($t+2$) 時点の差分式 (9) の時は、 $\exp(i(1/2)\omega'\Delta t)$ の項があるが、ADI 法では x 方向と y 方向の計算を 1 組の計算と考えることからこの場合の離散化誤差の係数は次のように求められる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} \Big|_{\text{F.D.}} &= \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2}k\Delta x \cos \theta\right)}{\frac{1}{2}k\Delta x \cos \theta} \right)^2 \left(\cos\left(\frac{1}{2}\omega'\Delta t\right) \right)^2 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} \\
 &\dots\dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

同様の考え方により $\partial^2 \bar{\phi} / \partial y^2$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} \Big|_{\text{F.D.}} &= \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2}k\Delta y \sin \theta\right)}{\frac{1}{2}k\Delta y \sin \theta} \right)^2 \left(\cos\left(\frac{1}{2}\omega'\Delta t\right) \right)^2 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} \\
 &\dots\dots\dots (11)
 \end{aligned}$$

また、式 (1) の他の項の離散化誤差の係数は次のように求められる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^3 \bar{\phi}}{\partial x^2 \partial t} \Big|_{\text{F.D.}} &= \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2}k\Delta x \cos \theta\right)}{\frac{1}{2}k\Delta x \cos \theta} \right)^2 \frac{\sin\left(\frac{1}{2}\omega'\Delta t\right)}{\frac{1}{2}\omega'\Delta t} \frac{\partial^3 \bar{\phi}}{\partial x^2 \partial t} \\
 &\dots\dots\dots (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^3 \bar{\phi}}{\partial y^2 \partial t} \Big|_{\text{F.D.}} &= \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2}k\Delta y \sin \theta\right)}{\frac{1}{2}k\Delta y \sin \theta} \right)^2 \frac{\sin\left(\frac{1}{2}\omega'\Delta t\right)}{\frac{1}{2}\omega'\Delta t} \frac{\partial^3 \bar{\phi}}{\partial y^2 \partial t} \\
 &\dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

$$\bar{\phi} \Big|_{\text{F.D.}} = \left(\frac{2}{3} \cos \omega'\Delta t + \frac{1}{3} \right) \bar{\phi} \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} \Big|_{\text{F.D.}} = \frac{\sin \omega'\Delta t}{\omega'\Delta t} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} \dots\dots\dots (15)$$

($t+2$ 時点: y 方向)

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\phi}_{i-1,j}^{t+1} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t+1} + \bar{\phi}_{i+1,j}^{t+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{\bar{\phi}_{i-1,j}^t - 2\bar{\phi}_{i,j}^t + \bar{\phi}_{i+1,j}^t}{(\Delta x)^2} \right) \\
 & - ia_1 \frac{(\bar{\phi}_{i-1,j}^{t+1} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t+1} + \bar{\phi}_{i+1,j}^{t+1}) - (\bar{\phi}_{i-1,j}^t - 2\bar{\phi}_{i,j}^t + \bar{\phi}_{i+1,j}^t)}{(\Delta x)^2 \Delta t} \\
 & + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\phi}_{i,j-1}^{t+2} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t+2} + \bar{\phi}_{i,j+1}^{t+2}}{(\Delta y)^2} + \frac{\bar{\phi}_{i,j-1}^{t+1} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t+1} + \bar{\phi}_{i,j+1}^{t+1}}{(\Delta y)^2} \right) \\
 & - ia_1 \frac{(\bar{\phi}_{i,j-1}^{t+2} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t+2} + \bar{\phi}_{i,j+1}^{t+2}) - (\bar{\phi}_{i,j-1}^{t+1} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t+1} + \bar{\phi}_{i,j+1}^{t+1})}{(\Delta y)^2 \Delta t} \\
 & + (b_0 + ic_0) \frac{\bar{\phi}_{i,j-1}^{t+2} + \bar{\phi}_{i,j}^{t+2} + \bar{\phi}_{i,j+1}^{t+2}}{3} + i(b_1 + ic_1) \frac{\bar{\phi}_{i,j-1}^{t+2} - \bar{\phi}_{i,j+1}^t}{2\Delta t} \\
 & - b_2 \frac{\bar{\phi}_{i,j}^{t+2} - 2\bar{\phi}_{i,j}^{t+1} + \bar{\phi}_{i,j}^t}{(\Delta t)^2} = 0 \dots\dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

(2) 離散化誤差を考慮した係数の決定法

有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式の係数 a_1, b_0, b_1, b_2 の決定に際し、離散化誤差をあらかじめ考慮して係数決定のための定式化を行うことにより、精度を保った上で計算格子間隔と計算時間間隔を大きく取れるようになる(磯部, 1993)。ここでは、ADI 法を用いた場合の離散化誤差を考慮した係数の決定法について説明する。

磯部 (1993) のように 1 次元の場合にはクランク-ニコルソン法を用いて差分を行う。この場合、求める時点をとると方程式の各項の時間差分の中心はすべての項が t 時点で一致しているので空間差分と時間差分の中心となる $\bar{\phi}_{i,j}^t$ を厳密解 (離散化誤差がない場合の解) として離散化誤差による補正係数を求めるが、ADI 法の場合は、項によって時間差分の中心となる時点が異なるため、厳密解をどの時点に設定するかが問題となる。 x 方向 (($t+1$) 時点) の場合を例にとると、時間差分の中心は x による偏微分項は ($t+1/2$) 時点、 y による偏微分項は ($t-1/2$) 時点、他の項は t 時点である。本研究では x, y による偏微分項をひとまとめにして空間に関する項と考え、この場合の時間の中心を考えることにより時間差分の中心を t 時点とした。そこで x 方向 (($t+1$) 時点) の場合は t 時点での座標 (i, j) の値 $\bar{\phi}_{i,j}^t$ を厳密解とすることとした。同様な考え方により y 方向 (($t+2$) 時点) の場合は ($t+1$) 時点での座標 (i, j) の値 $\bar{\phi}_{i,j}^{t+1}$ を厳密解とすることとした。この考え方により $\partial^2 \bar{\phi} / \partial x^2$ について磯部 (1993) と同様に離散化誤差による係数を求める次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial t^2} \Big|_{\text{F.D.}} = \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2}\omega'\Delta t\right)}{\frac{1}{2}\omega'\Delta t} \right)^2 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial t^2} \dots\dots\dots(16)$$

ここで θ は各計算点での波向になるが、反射や回折があると波向を数値計算する前から求めることはできない。そこで、 θ は x, y に対する離散化誤差の補正はなるべく少ないほうがよい、すなわち補正係数なるべく 1 に近い値がよいことから θ が関係する係数の関数形を比べ両者がともに 1 に近い値をとる角度として x 座標、 y 座標の正と負の方向に対し $\theta = \pm 45$ 度と設定した。また、 $\Delta x = \Delta y = \Delta l$ とすると式(10)から式(13)は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} \Big|_{\text{F.D.}} = \alpha_1 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} \dots\dots\dots(17)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} \Big|_{\text{F.D.}} = \alpha_1 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} \dots\dots\dots(18)$$

$$\frac{\partial^3 \bar{\phi}}{\partial x^2 \partial t} \Big|_{\text{F.D.}} = \alpha_2 \frac{\partial^3 \bar{\phi}}{\partial x^2 \partial t} \dots\dots\dots(19)$$

$$\frac{\partial^3 \bar{\phi}}{\partial y^2 \partial t} \Big|_{\text{F.D.}} = \alpha_2 \frac{\partial^3 \bar{\phi}}{\partial y^2 \partial t} \dots\dots\dots(20)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}k\Delta l\right)}{\frac{1}{2\sqrt{2}}k\Delta l} \right)^2 \left(\cos\left(\frac{1}{2}u'\Delta t\right) \right)^2 \dots\dots(21)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}k\Delta l\right)}{\frac{1}{2\sqrt{2}}k\Delta l} \right)^2 \frac{\sin\left(\frac{1}{2}h'\Delta t\right)^2}{\frac{1}{2}u'\Delta t} \dots\dots(22)$$

式(14)から式(16)の補正係数をそれぞれ $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ とし、式(14)から式(16)および式(17)から式(20)を式(1)に代入すると

$$\alpha_1 \nabla^2 \bar{\phi} - i\alpha_1 \alpha_2 \nabla^2 \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} \right) + (b_0 + ic_0)\beta_0 \bar{\phi} + i(b_1 + ic_1)\beta_1 \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} - b_2 \beta_2 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots(23)$$

となる。式(23)に $\bar{\phi} = ae^{i(k \cos \theta x + k \sin \theta y - \omega' t)}$ (24) を代入して磯部 (1993) と同様の方法により定式化することにより離散化誤差を考慮して有理式近似式の係数を決定することができる。

(3) 境界条件

今回の計算では、入射境界条件は境界線入射法 (石井ら, 1993) を使い、開境界条件はエネルギー吸収帯とその外側端で完全反境界条件を用いる境界条件とした。

(4) 計算条件

入射波の方向スペクトルには Bretschneider-光易型

の周波数スペクトルと光易型方向関数を組み合わせたものを用いた。多方向不規則波はシングルサメーション法を用い、1000 成分波から作成した。計算の対象とした周波数範囲は $f_i/f_p = 0.6 \sim 3.0$ (f_p : ピーク周波数, f_i : 成分波の周波数) とし、有理式による近似はこの範囲を $f_i/f_p = 0.6 \sim 1.4, 1.4 \sim 2.2, 2.2 \sim 3.0$ の3つの領域に分割し、それぞれの領域を領域 1, 2, 3 とすると領域 1 では $f_i/f_p = 0.6, 1.0, 1.4$, 領域 2 では $f_i/f_p = 1.4, 1.8, 2.2$, 領域 3 では $f_i/f_p = 2.2, 2.6, 3.0$ の厳密解を用いて行った。これは、磯部 (1993) による相対誤差の検討結果を参考に今回の計算条件での相対誤差を 1% 未満で近似するためである。また、3つの領域での成分波数は、沖波スペクトルを等エネルギー分割して N 個の周波数成分に分けた場合の成分波の周波数を求める式 (合田, 1977) による値と周波数がほぼ同じになるように $f_i/f_p = 0.6 \sim 1.4, 0.6 \sim 2.2, 0.6 \sim 3.0$ でそれぞれ 700 成分, 950 成分, 1000 成分とした。計算メッシュ間隔 Δl は、離散化誤差を考慮して係数を決定していることから最も波長の短い成分波の約 1/5 を基本とした。

4. 適用性の検討

不規則波の屈折、回折について周波数領域を3分割してそれぞれの領域で近似を行った場合の有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式の数値計算を行い、解析解と比較することによりこれらの波浪変形に対する適用性について検討した。

(1) 屈折

一様勾配斜面上に沖から多方向不規則波が入射した場合について検討した。有義波周期 $T_{1/3} = 8.0s$, 沖波有義波高 ($H_{1/3})_0 = 1.0m$, 沖波の主波向 ($\theta_p)_0 = 0^\circ$, 方向集中度 $S_{max} = 10$ の多方向不規則波を沖側と岸側の水深 d がそれぞれ $d/L_0 = 0.05, 0.01$, 海底勾配が 1/50 の一様勾配斜面である海域に入射した場合の計算結果の有義波高比分布の平面図を図-1 に、断面について解析解と比較した

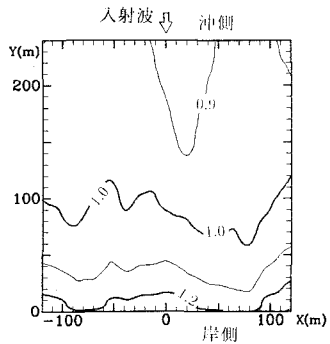


図-1 一様勾配斜面上の不規則波の屈折の計算例 ($S_{max} = 10$)

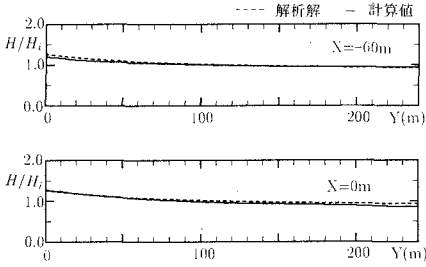


図-2 一様勾配斜面上の不規則波の屈折の計算値と解析解の比較 ($S_{max}=10$)

図を図-2に示してある。有義波高は有義波周期の100周期分の水面変位の標準偏差から求めている。図-2を見ると計算値と解析解は良好に一致しており、屈折が精度良く計算されていることがわかる。

(2) 回折

一様水深部に設置された半無限堤及び防波堤開口部による回折係数について検討した。多方向不規則波は有義波周期 $T_{1/3}=8.0$ s, 有義波高 $H_{1/3}=1.0$ m, 主波向 $\theta_p=0^\circ$ 方向集中度 $S_{max}=10$ とし, 水深は4.5m一定とした。図-3は, 半無限堤に多方向不規則波を入射した場合の回折係数 K_d について Sommerfeld の解析解に基づく成分波の線形重ね合わせによる方法 (合田・鈴木, 1975) と比較したものである。図中の L は有義波周期に対する

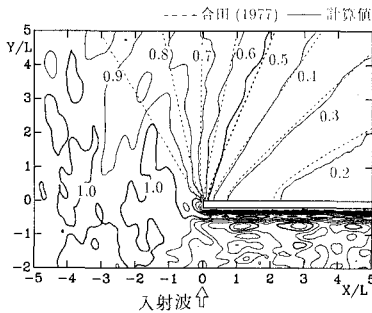


図-3 半無限堤による不規則波の回折係数 ($S_{max}=10$)

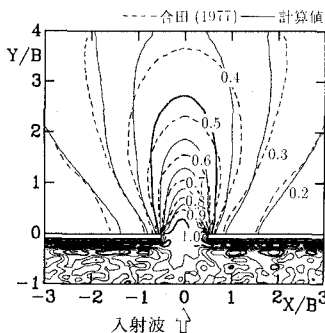


図-4 防波堤開口部による不規則波の回折係数 ($S_{max}=10$)

波長である。図より回折係数 1.0~0.8 の分布に違いが見られるが, 遮蔽領域について見ると両者は良く一致している。

図-4は, 防波堤開口部による回折係数 K_d について同様に比較した例である。開口幅 B が入射波の有義波の波長 L の2倍の場合を示している。この図を線形重ね合わせ法と比較すると計算値は岸沖方向にやや大きめの値を, 沿岸方向にやや小さめの値を示しているが, この場合についても両者は良く一致している。

(3) 球面浅瀬

計算条件は, 伊藤ら (1972) と同様に周囲の水深を 15 m, 浅瀬は直径が 40 m, 頂部水深が 5 m として球面浅瀬による波高変化を周期 $T=5.1$ s, 波高 $H=1.0$ m の規則波と有義波周期 $T_{1/3}=5.1$ s, 有義波高 $H_{1/3}=1.0$ m, $S_{max}=10$ の多方向不規則波について検討した。図-5は球面浅瀬周辺の規則波の波高比 H/H_i (H : 波高, H_i : 入射波高) の計算結果である。ここで, 座標軸の分母 L は一様

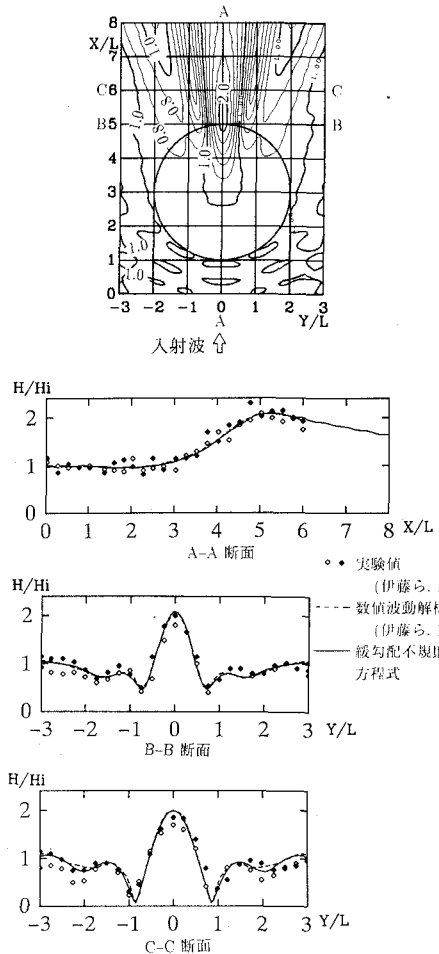


図-5 球面浅瀬による規則波の波高比

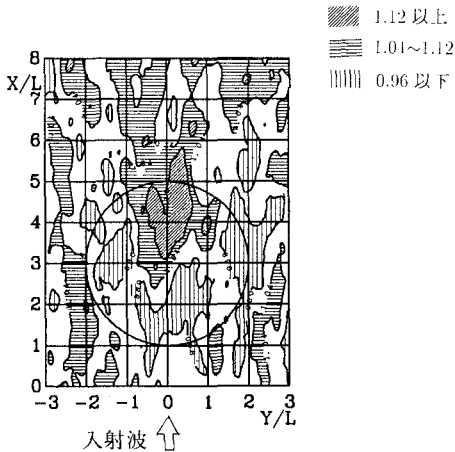


図-6 球面浅瀬による不規則波の波高比(有義波) ($S_{max}=10$)

水深部の波長である。伊藤ら(1972)の水理実験結果及び浅水度補正係数を導入した数値波動解析法による計算結果、芹沢ら(1990)の放物型方程式による計算結果と比較すると良く一致しており規則波の屈折と回折が精度良く計算されていることがわかる。

図-6は多方向不規則波の有義波高比の平面分布を有義波周期で100周期分の水面変位の標準偏差から求めたものである。ただし、周波数領域は $f_i/f_p=0.6\sim 2.2$ とし、2分割により係数の近似を行っている。座標軸の分母 L は有義波周期に対応する一様水深部の波長である。合田・鈴木(1975)のエネルギー平衡方程式による計算結果、芹沢ら(1990)の放物型方程式による計算結果と統計的な変動を考慮して比較すると良く一致しており球面浅瀬による波高変化を精度良く計算していることがわかる。

5. 計算の効率化の検討

(1) 係数の決定方法

計算をより効率的にするために周波数領域を3領域に分割せず、一括して近似する場合について検討した。この場合の近似の方法は磯部(1993)に示されている近似による相対誤差の図を参考に次のことを考慮して決定した。(1)近似精度は代表周波数(近似係数を決定する3つの周波数うちの中央の周波数)の無次元化周波数が1.6付近の時の最も適用範囲が狭くなる、すなわち最も近似精度が低くなる条件とする。(2)この条件で波のエネルギーの占める割合が大きいピーク周波数周辺のなるべく広い範囲を小さな相対誤差で近似する。これらのことを考慮して $f_i/f_p=0.76, 1.22, 1.92$ での厳密解を用いて近似することとした。この方法によると最も近似精度が低くなる条件の場合、 $f_i/f_p=0.68\sim 2.07$ の範囲を最大10%

以内の相対誤差で近似することができる。

(2) 計算結果の検討

上述の方法により係数を決定し、先に示した屈折、回折の場合と同じ計算条件で計算を行い、結果について検討した。これらの計算条件の場合の一括近似による相対誤差は $f_i/f_p=0.68\sim 2.07$ の範囲で1%以内であり、3分割近似の場合と比較すると領域1, 2の範囲は1%以内で近似され、領域3の範囲で数%となる程度である。このため計算結果は3分割近似による方法とほぼ一致しており、今回の条件では一括近似による方法を用いても精度の良い計算が行えることが確認された。

6. 結論および今後の課題

有理式近似による緩勾配不規則波動方程式の平面2次元波浪場への適用方法を開発・提案した。これを用いて多方向不規則波の屈折・回折に対する方程式と数値計算法の有効性を確認した。また、実務へ適用する場合の計算効率の向上の観点から、周波数領域を分割せずに係数を近似する方法について検討し、3分割近似による結果と比較した。今回の計算条件では分割せずに近似しても十分精度の良い計算結果が得られ、計算時間は約半分となることを確認した。

今後は、相対誤差の計算結果への影響をより詳しく検討するとともに、球面浅瀬、一様勾配斜面上に海洋構造物がある場合等、緩勾配不規則波動方程式の実務への適用を目指しさらに検討を進める予定である。

参考文献

- 芹沢真澄・小沢和男・三船修司・磯部雅彦(1990): 実務における屈折・回折・碎波計算への放物型方程式の適用性, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 26-30.
- 石井敬雅・磯部雅彦・渡辺 晃(1993): 非定常緩勾配不規則波動方程式における境界条件の改良と実用化の試み, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 31-35.
- 磯部雅彦(1993): 有理式近似に基づく非定常緩勾配不規則波動方程式, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 26-30.
- 大山 巧・灘岡和夫(1990): 数値波動水槽における開境界処理のための数値消波フィルターの開発, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 16-20.
- 窪 泰浩・小竹康夫・磯部雅彦・渡辺 晃(1991): 非定常緩勾配不規則波動方程式について, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 46-50.
- 窪 泰浩・小竹康夫・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺 晃(1992): 非定常緩勾配不規則波動方程式を用いた波浪場・海浜流場・海浜地形変化の予測モデル, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 201-205.
- 小竹康夫・磯部雅彦・渡辺 晃(1992): 非定常緩勾配不規則波動方程式の高精度化, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 91-95.
- 合田良実・鈴木康正(1975): 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No. 230, 45p.
- 合田良実(1977): 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会