

閉鎖性水域における底質の酸素消費速度

——流れの影響のモデル化——

中村 由行*・御子 神学**・H. G. ステファン***

1. 序 論

河川、湖沼、及び海洋の水・底泥界面は様々な物質交換の場となっており、そこでの物質移動フラックスを把握することは、水質の管理や生態系の理解のために重要である。例えば、底質による酸素消費速度 (Sediment Oxygen Demand, 略して SOD) は直上水から底泥に移行する溶存酸素の移動フラックスを表す量であるが、この量は水中での呼吸による酸素消費量に匹敵するか、場合によってはそれ以上に大きいと言われており、底層付近の水塊が貧酸素化あるいは無酸素化する要因であると指摘されている (例えば, Officer et al., 1984; Mathias・Barica, 1980)。また、底泥から溶出する栄養塩類、ことに磷の溶出は水域の内部負荷として大きな比重を占めていることが多くの水域で確認されている。下水道の整備などによって磷の外部負荷を削減しても水域の汚濁がなかなか回復しない事があるのはこのためである。しかも、磷の溶出量は溶存酸素濃度が減少すると急激に増えることが経験的に知られており、界面での溶存酸素の消費と磷の溶出は互いに関連した現象であることが示唆される。

底泥界面での物質交換に関しては様々な観点から研究されているが、生物・化学的な観点からの研究が多く、物理的な影響、ことに流れの影響に着目した研究は少ない。特に、解析的な研究としては細井ら (1992) の研究例があるのみである。しかしながら、SOD を例にとると、界面直上に流れが少しでもある場合には静水中に比べて SOD の量が数倍から一桁以上も多くなることが広く知られている (例えば, Belanger, 1981; Boynton et al., 1981)。従って、流れと物質移動フラックスの関係を把握することは極めて重要である。

流速と SOD の関係は、境界層の概念を応用する事で定性的に説明されている (Ellis・Stefan, 1992)。すなわち、水・底泥界面の直上に濃度境界層が形成され、そこでの拡散輸送が律速段階となって全体の移動フラックス

が規定されているものと推測される。境界層の厚さが流速の増加と共に減少するために、そこでの濃度勾配は次第に急になる。拡散フラックスは濃度勾配に比例するから、流速が増加するとフラックスも増加する。ある程度流速が増加すると拡散過程はもはや律速段階ではなくなり底泥内部の酸素消費反応が律速となるため、拡散フラックスは一定値に漸近する。以上の説明は、従来報告されている実験値の傾向をよく説明する。

拡散の速度と底泥内の反応速度の大小関係によって、律速段階が拡散にあるか反応にあるかが決まるとすると、例えば、底泥が分解可能な有機物をどれだけ含むかによって、直上水の流れの影響の現れ方が異なるはずである。つまり、有機物をほとんど含まない底泥を持つ系では、常に底泥内部の反応が律速となり、一方、有機物を多量に含み分解活性の高い底泥を持つ系では、高流速に至るまで拡散律速となるはずである。従って、流速の影響を定量的に議論するためには、拡散フラックスを精度良く推定できる境界層モデルと共に、底泥内部の反応速度も定式化し、律速段階の推移が説明できるようなモデル化を行う必要がある。以上の点を考慮し、酸素消費フラックスを流速及び底泥の反応量の関数としてモデル化することを本研究の目的とする。

2. 物質移動速度のモデル化

界面近傍を底泥直上の濃度境界層の部分と、底泥内部の二つの部分に分けて考え、まずそれぞれについて溶存酸素濃度の分布やフラックスを支配する方程式を導く。次いで、界面における濃度とフラックスの連続性から、SOD の満たすべき関係式を求める。

はじめに、乱流境界層理論を底面境界層に適用することにより、濃度境界層内の物質移動速度のモデル化を行う。解析にあたり、以下のような基本的な仮定をおく。

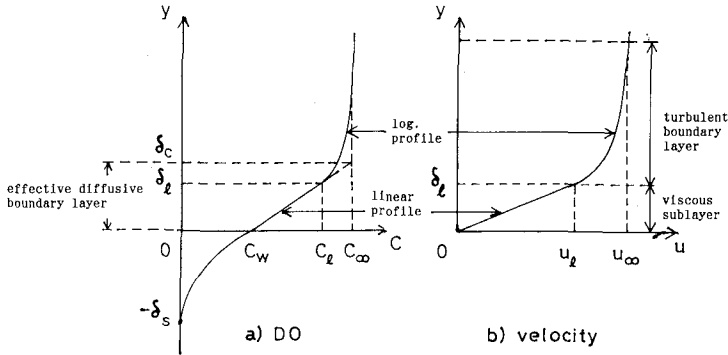
- 1) 定常状態。
- 2) 底面は滑らかで平坦であり、固定床。底泥の巻き上げは考えない。
- 3) 流速や DO 濃度は鉛直方向にのみ変化。
- 4) 境界層内での剪断力や DO フラックスは一定。

以上のように現象を単純化すれば、Prandtl, Taylor や

* 正 会 員 工 博 九州大学助教授 工学部建設都市工学科

** 学生会員 九州大学大学院水工土木学課程

*** Ph.D. ミネソタ大学教授 Dept. Civil Eng.



図—1 境界層における流速及び DO 濃度分布のモデル化

Karman による円管内乱流場における壁面での熱輸送の解析が応用できる。これらの研究は、Prandtl によって境界層の概念が導入されると共に、早くから始まっている。まず、Prandtl (1910) は、図—1 の様に、境界層を粘性底層と乱流層の二層に分割し、壁面摩擦応力 τ と熱伝導フラックス q の相似性に着目してフラックス q を定式化した。さらに、Karman (1939) は、より現実的な緩和層を取り入れた三層モデルを用いて、 q が以下のように表されることを示した。

$$q = \frac{C_f/2}{1 + 5\sqrt{C_f/2}[(P_r - 1) + \ln\{(1 + 5P_r)/6\}]} \cdot u_\infty(T_\infty - T_w) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 u_∞ 、 T_∞ は壁面から十分離れた場所における流速と温度、 T_w は界面における温度、 $C_f (= 2\tau/\rho u_\infty^2)$ は底面抵抗係数、 P_r はプラントル数である (図—1 参照)。温度 T を物質の濃度 C に、プラントル数 P_r をシュミット数 S_c に置き換えれば上式はそのまま物質移動フラックス J を与える式となる。しかしながらこの式は $P_r(S_c)$ 数が 10 程度よりも大きい領域では誤差が大きくなる。水中での酸素分子のように、 S_c 数が 500 程度の物質の輸送に関しては、次式で与えられる Deissler (1955) の式が良い推定値を与えることが知られている。

$$J = fu_\infty(C_\infty - C_w) = \frac{2}{\pi} n \sqrt{C_f} S_c^{-3/4} u_\infty(C_\infty - C_w) \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $n (= 0.124)$ は定数である。従って、本研究では (2) 式を用いることにしよう。

次に、底質内部における DO 分布をモデル化する必要がある。Bouldin (1968) は、底質単位体積当りの酸素消費速度 R が一定の場合について、一次元の拡散方程式を用いて底質内部の溶存酸素の分布を求めた。その結果、界面での酸素のフラックス SOD は次式で与えられる。

$$\text{SOD} = \sqrt{2D_s R C_w} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 D_s は見かけの拡散係数である。本研究では、よ

り一般性をもたせるために、 R を微生物の直接関与する反応 (B-SOD) と関与しない反応 (C-SOD) に大別し、それぞれ界面での濃度 C_w に関するモノー型及び一次反応速度式で表現できるものと仮定しよう。そうすれば、SOD は次式で表される。

$$\text{SOD} = \sqrt{2D_s C_w} \{ \mu C_w / (K_{O_2} + C_w) + k' C_w \} \dots\dots (4)$$

ここで、 μ は最大酸素消費速度、 K_{O_2} は半飽和定数、 k' は化学反応速度定数である。式 (2) における J が SOD に等しいとおけば、式 (2)、(4) を連立して C_w を消去することにより、SOD が満たすべき関係式として次式の様な三次方程式が導かれる。

$$2 \left(\frac{4k'_*}{U_*^3} - \frac{1}{U_*} \right) \text{SOD}_*^3 - \left[\frac{4\{k'_*(3 + K_{O_2*}) + 1\}}{U_*^2} - K_{O_2*} + 1 \right] \text{SOD}_*^2 + \frac{2\{k'_*(3 + 2K_{O_2*}) + 2\}}{U_*} \text{SOD}_* - \{k'_*(1 + K_{O_2*}) + 1\} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここで、各変数は以下のように定義した無次元数である。

$$\left. \begin{aligned} \text{SOD}_* &= \text{SOD} / \sqrt{2D_s \mu C_\infty}, & U_* &= fu_\infty \sqrt{2C_\infty / D_s \mu} \\ K_{O_2*} &= K_{O_2} / C_\infty, & k'_* &= k' C_\infty / \mu \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

式 (5) は、二つの無次元パラメータ K_{O_2*} 、 k'_* を介した、無次元流速と無次元酸素消費速度の関係を表している。

3. 結果と考察

3.1 SOD と流速との関係

式 (4) は、例えば Newton 法などにより、数値的に容易に解くことができる。但し、パラメータの値によっては、解析的に解が得られる場合がある。例えば、 $K_{O_2*} = 0$ の場合には

$$\text{SOD}_* = \frac{(k'_* + 1)U_*}{2k'_* + 1 + \sqrt{(k'_* + 1)U_*^2 + 1}} \dots\dots\dots (7)$$

となる。Zobell (1943) によれば K_{O_2} は 0.5 mg/l 程度であるから、底層水がかなり貧酸素化しない限り、 $K_{O_2*} =$

0 が近似的に成立し、式(7)は精度の良い近似解を与える。一方、 k'_* は、酸素を消費する反応のうち、化学反応による消費量と生物反応によるそれとの比を意味する無次元量であり、水域によってかなり異なる値をとるものと考えられる。

そこで、 $K_{O_2*}=0$ 及び $K_{O_2*}=1$ の場合について、 k'_* の値を様々に変えて基礎式(5)を解いた結果をプロットしたのが図-2 である。 $k'_* \rightarrow \infty$ の極限においては、酸素消費のポテンシャルが高いため、常に境界層内の拡散が律速段階となる。 k'_* が有限の場合には、流速が小さい極限では $k'_* \rightarrow \infty$ の結果に漸近し、 $SOD_* \rightarrow (1/2) U_*$ となる。一方、流速が大きい極限では SOD は流速の値によらない一定値に漸近し、底泥内の反応が律速となる事が示されている。

図-3 は、底泥界面近傍における DO 濃度の鉛直分布の理論曲線を示す。流速が大きくなると共に濃度境界層の厚さは減少し、逆に界面における DO 濃度と底泥における好気層の深さは増加する。 $K_{O_2*}=0$ 及び $k'_*=0$ の場合には、流速が大きくなるにつれ、好気層の深さは $\sqrt{2D_s C_\infty / \mu}$ に、界面における DO 濃度 C_w はバルクの濃度 C_∞ にそれぞれ漸近する。

Boynton ら (1981) は複数の水域について、現場に円筒形水槽を設置し、流速を変化させて SOD を測定している。図-4 は、本モデルによる計算結果と、Boynton らの現場実験とを比較したものである。但し、図-4 b) に

おいて、 $u=20 \text{ cm/s}$ のケースでは底質の巻き上げが観測されているため、このデータを含めた場合と除いた場合のそれぞれについて計算を行った。モデル中のパラメータ値のいくつかは不明であるので、実験に合うようにそれらを選んだ。従って、厳密にはモデルの検証はできていないが、モデルは実験結果をよく説明している様に思われる。

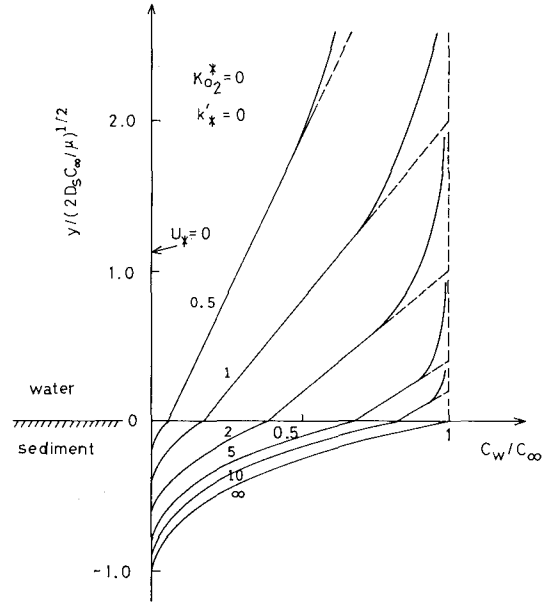


図-3 界面近傍での DO 濃度分布に及ぼす流速の影響

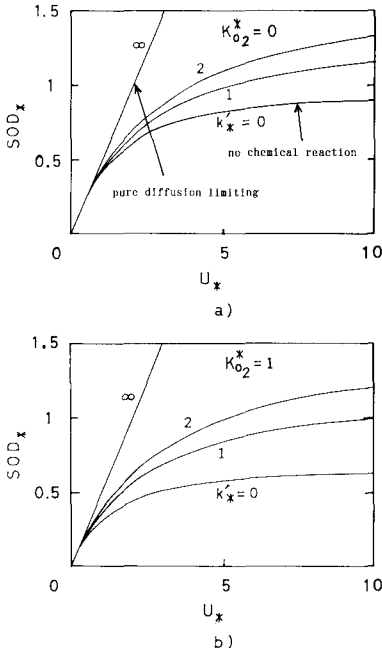


図-2 無次元化した SOD と流速の関係
a) $K_{O_2*}=0$, b) $K_{O_2*}=1$

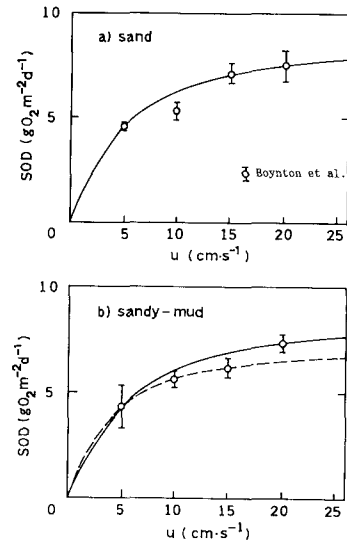


図-4 Boynton らの実験値 (○) と計算結果の比較
a) sand, b) sandy-mud (破線は $u=20 \text{ cm/s}$ の結果を除いた計算結果)

3.2 SOD と DO 濃度との関係

本モデルは溶存酸素濃度と SOD の関係をも説明する。図-5 は、 $k_{02}=0$ の場合について、両者の関係をプロットしたものである。流速と SOD の関係とは異なり、DO 濃度が増大すると SOD は無限に増加する。図中には Polak・Haffner (1978) が測定した値と本モデルによる計算結果を比較してあり、モデルは実験値をよく説明していることがわかる。

3.3 底面粗度の影響

近年、空間分解能が $10\text{ }\mu\text{m}$ 程度の微小電極を用いた DO 濃度の測定が盛んに行われており、例えば、Joergensen・Des Marais (1990) は、境界層付近の DO 濃度の測定を、流速を数段階に変えて行っている。彼らの実験は水理学的粗面で行われているので、モデルとの比較のためには、底面粗度の影響を見積もる必要がある。粗度高さ e が物質輸送に及ぼす影響に関しては、例えば、Dawson・Trass (1972) の実験的研究がある。彼らによれば $e+ (=eu_*\nu; u_*$ は摩擦速度、 ν は動粘性係数) が

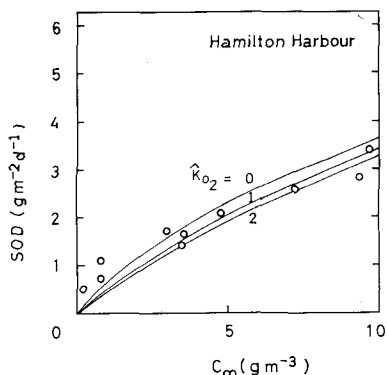


図-5 SOD の DO 濃度依存性 (○は Polak らの実験値)

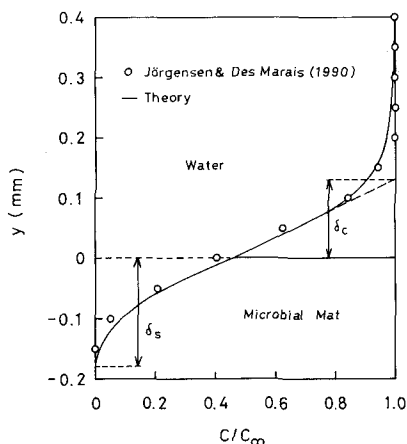


図-6 微小電極による DO 鉛直分布の測定値とモデルの比較 ($\alpha=2.8$)

10 程度で物質移動係数が最大になり、そのときの滑面に対する物質移動係数の比 α は 2~4 の値をとる。Joergensen・Des Marais (1990) の測定値を再現できるように α の値を求めると、 $\alpha=2.8$ の場合に、鉛直の DO 濃度分布をよく説明できることがわかった。その結果を、図-6 に示す。以上から、粗面の場合には、式(2)及び(6)において、

$$f = \frac{2}{\pi} \alpha n \sqrt{C_f} \cdot S_c^{-3/4} \dots\dots\dots (8)$$

とおけばよいことがわかる。但し、 C_f は同じ流速下における滑面での値である。

4. 密度成層した閉鎖性水域における SOD

本モデルの閉鎖性水域への拡張として、図-7 のように二成層した矩形の水域における SOD を考えよう。底層付近の水が流動する要因の一つとして、内部静振による流動を考える。水表面に風の剪断応力 τ_w が働いた後、生じる下層流速は最も単純な理論によると以下の様に与えられる (Turner, 1973)。

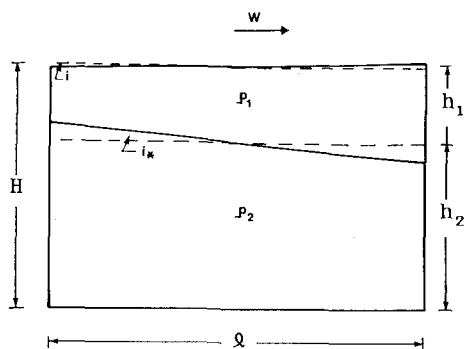


図-7 成層した矩形水域の模式図

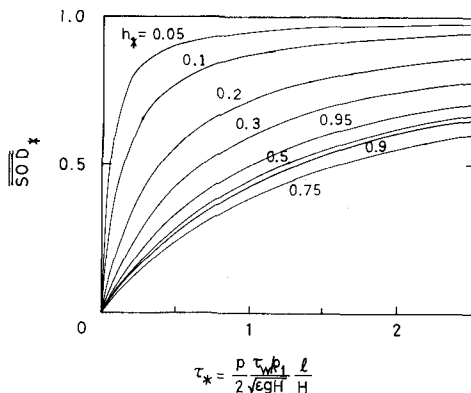


図-8 時・空間平均酸素消費速度の、風速シアと水域のアスペクト比を含む無次元数との関係

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{h_1 + h_2}{\varepsilon g h_1 h_2} \right)^{1/2} \frac{\tau_w L}{\rho_2 h_2} \sin \kappa x \sin \sigma t$$

$$= u_{\max} \sin \kappa x \sin \sigma t \dots\dots\dots (9)$$

ここで, h_1 , h_2 は上層及び下層水深, ε は相対密度差, ρ_2 は下層密度, L は吹送距離, κ は波数, σ は周波数であり, 最小モードの内部波に対しては, $\kappa = \pi/L$, $\sigma = (\pi/L)(\varepsilon g h_1 h_2 / (h_1 + h_2))^{1/2}$ である (Turner, 1973).

内部静振の周期 ($2\pi/\sigma$) は一般に数時間以上のオーダーであり, 濃度境界層の応答時間スケール δ_c^2/D に比べてかなり長い。従って, 定常状態を仮定した上述の解析結果はここでそのまま適用できるものとして解析を進めよう。上式に於ける u を式(6)及び(7)に代入し, さらに, 時間及び空間的に積分することにより, 内部静振によって下層水が往復運動をする際の, 時・空間平均の酸素消費速度が求められる。積分は初等関数では表せられないが, 以下のような式で近似できる (但し, $K_{O_2*} = 0$, $k_*' = 0$)。

$$\text{SOD}_* = p u_{\max} \left\{ \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 + p u_{\max} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで, p は以下のように定義される。

$$p = (2f^2 C_{\infty} / D_s \mu)^{1/2} \dots\dots\dots (11)$$

無次元化された, 時・空間平均の SOD と $p u_{\max}$ の関係を, 相対水深 $h_* (= h_2 / (h_1 + h_2))$ を変化させてプロットしたのが図-8 である。これより, SOD は一般に考えられているように生物化学的量に依存するばかりでなく, 水域のアスペクト比, 風速, 水温躍層の位置にも強く依存していることが示された。

5. 結 語

境界層理論を水・底泥界面に適用することにより, 底泥の酸素消費速度に及ぼす流れの影響を理論的に説明した。本理論による計算結果は実験値をよく説明し, 理論の妥当性が示された。

本研究の大部分は, 第一著者がミネソタ大学セントアンソニー水理学研究所に文部省在外研究員として滞在中に行われたものである。ここに記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 細井由彦・村上仁士・上月康則 (1992): 底泥による酸素消費に関する研究, 土木学会論文集 No. 456/II-21, pp. 83-92.
- Belanger, B. T. (1981): Benthic oxygen demand in Lake Apopka, Florida, *Water Res.*, Vol. 15, pp. 267-274.
- Bouldin, D. R. (1968): Methods for describing the diffusion of oxygen and other mobile constituents across the mud-water interface, *J. Ecology*, Vol. 56, pp. 77-87.
- Boynton, W. R., W. M. Kemp, C. G. Osborne, K. R. Kaumeyer and M. C. Jenkins (1981): Influence of water circulation rate on in situ measurements of benthic community respiration, *Marine Biology*, Vol. 65, pp. 185-190.
- Dawson, D. A. and O. Trass (1972): Mass transfer at rough surfaces, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 1317-1336.
- Deissler, R. G. (1955): Analysis of heat transfer, mass transfer, and friction in smooth tubes at high Prandtl and Schmidt numbers, *NACA, Rep.* 1210, pp. 69-82.
- Ellis, C. R. and H. G. Stefan (1989): Oxygen demand in ice covered lakes as it pertains to winter aeration, *Water Resources Bull.*, Vol. 6, pp. 1169-1176.
- Jørgensen, B. B. and D. J. Des Marais (1990): Diffusive boundary layer of sediments: Oxygen microgradients over a microbial mat, *Limnology and Oceanography*, Vol. 35, pp. 1343-1355.
- Karman, T. von. (1939): The analogy between fluid friction and heat transfer, *Transactions, ASME*, Vol. 61, pp. 705-710.
- Mathias, J. A. and J. Barica (1980): Factors controlling oxygen depletion in ice-covered lakes, *Can. J. Fish. Aqua. Sci.*, Vol. 37, pp. 185-194.
- Officer, C. B., R. B. Biggs, J. T. Taft, L. E. Cronin, M. A. Tyler and W. R. Boynton (1984): Chesapeake Bay anoxia: Origin, development and significance, *Science*, Vol. 223, pp. 22-27.
- Polak, J. and G. D. Haffner (1978): Oxygen depletion of Hamilton Harbour, *Water Res.*, Vol. 12, pp. 205-215.
- Prandtl, L. (1910): Eine Beziehung Zwischen Wärmeaustausch und Strömungswiderstand der Flüssigkeiten, *Phys. Zeitschr.*, Vol. 11, pp. 1072-1078.
- Turner, J. S. (1973): Buoyancy effects in fluids, *Cambridge Univ. Press*, 20 p.
- Zobell, C. E. (1943): Bacterial utilization of low concentration of organic matter, *J. Bacteriol.* Vol. 45, pp. 555-564.