

可撓性浮体の波浪中動揺と消波特性の数値解析

鈴木康正*・富田康大**・松森孝弘**

1. ま え が き

浮遊式構造物は、従来から防波堤や棧橋等として利用されてきたが、近年では、ウォーターフロント開発や海洋開発に対する要請が高まり、その活用はいつそう進んでいる。

浮遊式構造物の構造形式は、浮体本体の変形が無視できる剛体のものが多いが、浮体式の橋梁やマリーナの小型船舶係留用の浮き棧橋等、外力によって浮体本体が変形する可撓性のものもみられる。

可撓性浮体を、港湾構造物やウォーターフロント開発および海洋開発のための構造物として利用していくためには、浮体に作用する波力、浮体の動揺、変形および消波機能を算定する手法を開発しておかなければならない。波浪中の可撓性浮体についての理論計算としては、井島(1971)が水面に浮いた完全に flexible な板による波の変形問題に対する速度ポテンシャルを求め、また鶴飼・日野(1971)が、一端を固定した弾性板の変位をポテンシャル理論を用いて解析的に求めた例がある。また水理実験による研究としては、加藤ら(1969)によるロープで係留されたシート型浮き防波堤の消波効果についての検討、また、平石ら(1992)によるマリーナ用浮き棧橋の動揺および消波特性についての検討例がある。しかし、いずれも一般的可撓性浮体に応用できるものではない。

そこで本研究では、波浪中における可撓性浮体の動揺、変形および消波特性についての解析法を開発し、解析結果を平石ら(1992)の実験結果等と比較することによって、解析法の精度について検討した。

2. 運動方程式

可撓性浮体としては、主として曲げ変形によって外力に抵抗するはり (beam) を考えており、したがって軸力は無視している。また、曲げ変形した浮体の変位は、鉛直方向変位によって表すことができると仮定している。

可撓性浮体の場合には、浮体自身が曲げ変形することによって外力に抵抗する効果を考慮する必要がある。そのためには、可撓性浮体の変形を構造解析によって求めながら、浮体としての運動を解析しなければならないが、流体からの分布荷重が作用する連続体としての浮体の運動を厳密に解くことは困難である。そこで本研究では、浮体を要素に分割し、要素に働く外力を節点力に置き換えて、節点変位の連続条件および境界での力学的境界条件を満足する解を求めるという、有限要素法の手法を用いて解析した。

流体力等の計算は、以下のような仮定によっている。

1) 水深は一定である、2) 水底は不透水性である、3) 浮体と水は密着している。

いま、図-1のような2次元可撓性浮体および座標系を考える。水深 h 、浮体の長さ $2B$ 、吃水 d とし、静水面上に右向きに x 軸、浮体の中心を通り鉛直上方に z 軸をとる。また、浮体は上下方向には自由に運動できる方法で係留されているものとする。入射波は x 軸の負の方向へ進行するものとし、次式で表す。

$$\zeta = \frac{H}{2} \cos(kx + \sigma t) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 H は入射波高、 k は波数 ($=2\pi/L$ 、 L は波長)、 σ は円周波数 ($=2\pi/T$ 、 T は周期) である。

さて、浮体を x 軸に垂直な面によって要素に分割して考えると、浮体全体の鉛直方向の運動方程式は、有限要素法のマトリックス表示によれば次のようになる。

$$([M] + [M_a])\{\ddot{w}\} + [D]\{\dot{w}\}\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = \{F\} \dots \dots \dots (2)$$

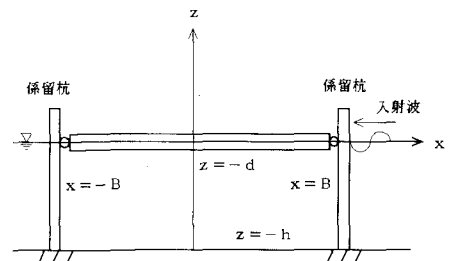


図-1 2次元可撓性浮体および座標系

* 正会員 工修 運輸省港湾技術研究所水工部波浪研究室長
 ** 運輸省港湾技術研究所水工部波浪研究室

ここで, $[M]$: 浮体全体の質量マトリックス

$[M_a]$: 浮体全体の付加質量マトリックス

$[C]$: 浮体全体の減衰係数マトリックス

$[D]$: 浮体全体の非線形な減衰係数マトリックス

$[K]$: 静水圧の復原力, 係留力を考慮した浮体全体の剛性マトリックス

$\{F\}$: 全節点の z 方向の波浪外力ベクトル

$\{w\}$: 全節点の z 方向の変位ベクトル

なお, 節点の外力としてはせん断力と曲げモーメント, 節点の変位としては鉛直変位と回転変位を考えているので, 自由度は2である. したがって, 上式の各ベクトルは次式で表され, 要素の数を n とすると, ベクトルの次数は $2n+2$ となる.

$$\{F\} = [V_1 M_1 V_2 M_2 \cdots V_{n+1} M_{n+1}]^T \quad (3)$$

$$\{w\} = [w_1 w'_1 w_2 w'_2 \cdots w_{n+1} w'_{n+1}]^T \quad (4)$$

ここで, V_i と M_i はそれぞれ節点 i ($i=1 \sim n+1$) のせん断力とモーメント, w_i と w'_i はそれぞれ節点 i の鉛直変位と回転変位である.

また, 式(2)の各マトリックスの次数は $(2n+2) \times (2n+2)$ である.

3. 流体力の計算法

運動方程式(2)の各項のうち, 質量マトリックスや剛性マトリックス等は有限要素法による一般的な構造解析の場合と同様にして求められるのでここでは述べないが, 流体力に関する項について基本的な考え方について示すこととする.

3.1 波浪外力

波浪外力を計算するための速度ポテンシャルは, 井島(1971)によるポテンシャル接続法によった. この方法は, 流体域を図-2のように領域に分割し, 各領域における境界条件および連続条件を満足するように速度ポテンシャルを求めるものである.

図-2の領域Ⅰ～Ⅲにおける速度ポテンシャルを,

$$\Phi_I(x, z, t) = \phi_I(x, z)e^{i\sigma t} \quad (5)$$

$$\Phi_{II}(x, z, t) = \phi_{II}(x, z)e^{i\sigma t} \quad (6)$$

$$\Phi_{III}(x, z, t) = \phi_{III}(x, z)e^{i\sigma t} \quad (7)$$

とおく. ここでは, i は虚数単位である. また, これらは次の Laplace の方程式を満足する.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (8)$$

領域Ⅰ～Ⅲにおける自由表面と水底での境界条件は次のようである.

$$z=0 \text{ で } \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi; \quad z=-h \text{ で } \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

ここで, g は重力加速度である.

また, 領域Ⅱにおける浮体表面と水底での境界条件は次のようである.

$$z=-d \text{ および } z=-h \text{ で } \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

さらに, 各領域の境界での流体速度と速度ポテンシャルの連続条件から次式が成り立つ.

$$x=\pm B, -d < z < 0 \text{ で } \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$$x=B, -h < z < -d \text{ で}$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x}; \quad \phi_1 = \phi_2 \quad (12)$$

$$x=-B, -h < z < -d \text{ で}$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} = \frac{\partial \phi_3}{\partial x}; \quad \phi_2 = \phi_3 \quad (13)$$

式(9), (10)を満足する式(8)の一般解は任意定数を含む無限級数の形で表されるが, 任意定数は式(11)～(13)を満足するように決定される.

さて, 流体圧力 p は速度ポテンシャル Φ により, 次式で与えられる.

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho g z = -i\rho \sigma \phi e^{i\sigma t} - \rho g z \quad (14)$$

ただし, ρ は流体密度である. 流体力は分布荷重であるが, 有限要素法では外力はすべて等価節点力で置き換える必要がある. その換算式は次のようになる.

$$\begin{Bmatrix} V_{Lj} \\ M_{Lj} \\ V_{Rj} \\ M_{Rj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{b^2} & \frac{2}{b^3} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{b} & \frac{1}{b^2} \\ 0 & 0 & \frac{3}{b^2} & -\frac{2}{b^3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b^2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{z0} \\ Q_{z1} \\ Q_{z2} \\ Q_{z3} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

ここで, V_j および M_j は要素 j に作用する波浪外力と等価せん断力と曲げモーメントであり, 添え字の L と R はそれぞれ要素の左端と右端の値であることを示す. また, b は要素の長さであり, Q_{zk} ($k=0 \sim 3$) は次式で与えられる.

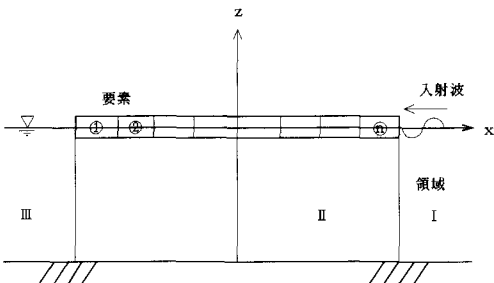


図-2 流体域の分割 (波浪外力の算定)

$$\left. \begin{aligned} Q_{20} &= \int_{x_{j-}}^{x_{j+}} p_2 dx, & Q_{21} &= \int_{x_{j-}}^{x_{j+}} (x - x_{j-}) p_2 dx \\ Q_{22} &= \int_{x_{j-}}^{x_{j+}} (x - x_{j-})^2 p_2 dx, & Q_{23} &= \int_{x_{j-}}^{x_{j+}} (x - x_{j-})^3 p_2 dx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 p_2 は領域Ⅱの流体圧力、 x_{j-} および x_{j+} はそれぞれ要素 j の左端と右端の x 座標を表している。

このような計算を各要素に対しておこない、節点力を各節点ごとに加えていけば、波浪外力ベクトル $\{F\}$ を求めることができる。

3.2 付加質量と減衰係数

付加質量と減衰係数は、浮体が静水中で強制振動したときに流体から受ける造波抵抗力から計算することができる。

本研究では、以下に述べるとおり、浮体を要素に分割して個々の要素の運動による造波抵抗力を求めている。厳密には要素の上下運動と回転運動を考慮する必要があるが、要素を細かく分割すると回転運動の影響は小さくなるものと考えられることから、ここでは近似的に上下運動のみに対する造波抵抗力を計算した。

いま、図-3 のように流体域を領域Ⅰ～Ⅴに分けて考える。要素 j だけが次式で表されるような上下運動をし、他の要素は静止しているものとする。

$$z_0 = \bar{z}_0 + \eta; \quad \eta = \bar{\eta} e^{i\sigma t} \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 $\bar{z}_0$ は要素の重心の静止位置、 $\bar{\eta}$ は要素の上下運動の複素振幅である。

各領域の速度ポテンシャルの求め方は、基本的には前節の波浪外力の場合と同じであるが、上下運動している要素の下部の領域Ⅲでは、浮体表面における境界条件は次式のようになる。

$$x_{j-} < x < x_{j+}, z = -d \text{ で } \frac{\partial \phi_3}{\partial z} = i\sigma \bar{\eta} \dots\dots\dots (18)$$

速度ポテンシャルが求まれば、式(14)によって流体圧力が計算され、浮体に作用する造波抵抗力を求めることができる。造波抵抗力のうち、要素の加速度と同位相の項から付加質量が計算され、速度と同位相の項から減衰

係数が求められる。

造波抵抗力をそれと等価な節点力に換算し、マトリックス $[M_a]$ および $[C]$ の各節点変位に対応する位置のマトリックス要素に加えていく。この作業を浮体の要素全部に対して繰り返していけば、浮体全体の付加質量マトリックスおよび減衰係数マトリックスを求めることができる。

また、要素に作用する非線形な減衰力 f_d は次式で表される。

$$f_d = C_a \rho b |\dot{w}| \dot{w} \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 C_a は抗力係数であるが、周期によらず一定とした。この減衰力は上下運動をしている要素に作用する鉛直力と考え、その1/2ずつを両端の節点への等価節点力とした。

4. 運動方程式の解法と結果の検証

4.1 運動方程式の解法の概要

波浪中の運動方程式(2)を直接解くことは困難であるので、本研究ではNewmark法による直接時間積分法(例えば、吉田, 1985)によって解いた。この方法は計算の安定性が高く、運動振幅の計算誤差が小さいが、計算時間間隔 Δt を大きくすると周期が真の値に比べて長く計算されるという特徴を持っている。検討の結果、 Δt は入射波周期の1/100とすることとした。

また、式(2)の非線形項は次のようにして線形化をしている。いま、非線形力 $A|\dot{w}|\dot{w}$ が線形力 $A'\dot{w}$ によって置き換えられると仮定する。その際、 A' は非線形力および線形力が1/4サイクル当たりに行う仕事量が等しいという仮定の基に定めるという方法である(例えば、S. チモシェンコ, 1956)。結果だけを示すと次式のようになる。

$$A' = \frac{8}{3\pi} A \sigma \bar{\eta} \dots\dots\dots (20)$$

ここで、非線形力の係数 A は式(19)の右辺の係数に等しいからこれを代入すると、線形力の係数が次のように定まる。

$$A' = \frac{8}{3\pi} C_a \rho b \sigma \bar{\eta} \dots\dots\dots (21)$$

ただし、上式には求めようとしている未知数 $\bar{\eta}$ が含まれているので、まず最初に非線形力を無視して $\bar{\eta}$ の第1次近似解を求め、次にそれを用いて非線形力を計算し、 $\bar{\eta}$ の第2次近似解を求めるという繰り返し計算をおこなった。ほぼ10回程の繰り返し計算で収束している。

次に、浮体周辺の波形 ξ は速度ポテンシャル Φ から次式で計算される。

$$\xi = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{z=0} = -\frac{i\sigma}{g} (\phi)_{z=0} e^{i\sigma t} \dots\dots\dots (22)$$

流体の速度ポテンシャルは浮体の入射波側では次式のよ

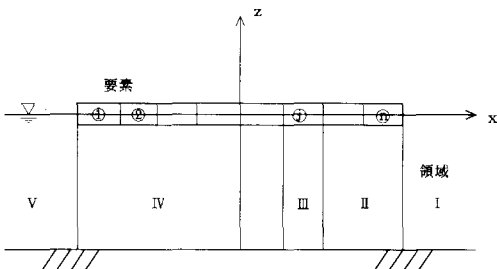


図-3 流体域の分割 (造波抵抗力の算定)

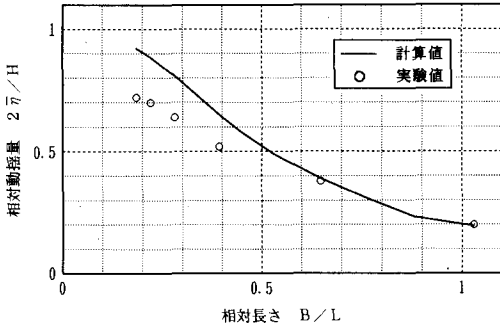


図-6 浮体動揺量の実験値と計算値

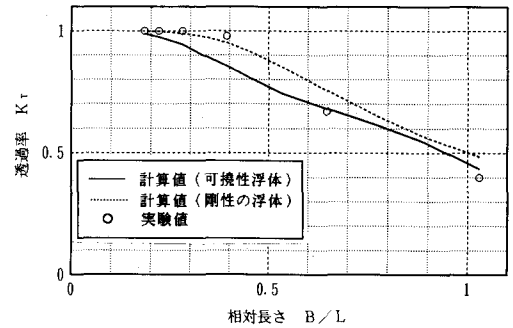


図-7 波高透過率の実験値と計算値

なお、計算では浮体を10の要素に分割している。また、非線形減衰力の係数 C_d は測定値により近い計算結果を与える値として3.0とした。

図-6によれば、浮体動揺の計算結果は実験結果に比べて全般的に大きい。浮体の相対長さ B/L に関する両者の傾向は一致していることが判る。入射波の周期が長くなり、相対長さ B/L が0に近づくとき、浮体は次第に水粒子と同じ運動をするようになるため、波高に対する相対動揺量は1.0に漸近するが、そのような傾向も計算値はよく表していることが判る。

なお、運動方程式(2)の減衰項を無視したときの浮体の固有振動数 ω_m ($m=1\sim 2n+2$) は次式から求められる。

$$[K] - \omega_m^2 [M] = 0 \dots \dots \dots (26)$$

ここで、 $\| \cdot \|$ は行列式を表している。この式を解いて得られる最も小さい固有振動数、すなわち最も長い固有周期は0.25であり、そのときの浮体の相対長さ B/L は約5.1となる。しかし、運動方程式の直接時間積分法では共振を確認することができなかった。

d) 波高透過率

次に、可撓性浮体による波高透過率について測定値と計算値を比較したのが図-7である。図中の○印が測定値、実線が計算値である。なお点線は、変形をしない剛体の浮体が、上下運動のみをすると仮定して求めた波高透過率である。ただし、剛体の場合には非線形減衰力は考慮していない。

この図から、可撓性浮体による波高透過率の計算結果は、 B/L の大きいときに実験結果とよく一致していることが判る。 B/L が小さくなると一致の度合いが低下する理由は不明である。

また、剛体の浮体に比べて可撓性浮体の場合の方が透

過率が小さいことから、可撓性浮体が浮き防波堤に適した構造物であると考えられる。ただし、前述のとおり、剛体の浮体の計算では、非線形減衰力を考慮していないので、これについてはさらに検討する必要がある。

5. 結 論

外力によって浮体本体が変形する可撓性浮体の波浪中動揺と消波特性について、有限要素法によって解析する方法を検討し、実験値と比較することによって精度について検証した。その結果、計算結果は実験結果とほぼ一致し、本計算法の有用性を確認することができた。

また、可撓性浮体が剛体の浮体に比べてすぐれた消波特性を持っている可能性があるという結果が得られたが、これについてはさらに詳細な検討をする必要がある。

有限要素法による浮体の解析手法は、3次元浮体への応用も可能であると考えられるので、これについても検討を進める必要がある。

参 考 文 献

- 井島武士 (1971): 最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用, 1971年度水工学に関する夏期研修会講義集, B-1-1-31.
- 鶴飼恵三・日野幹雄 (1971): 水面上の弾性板の波による振動, Technical Report, No. 10, Dep. of Civil Eng., Tokyo Inst. of Technology, pp. 213-223.
- 加藤重一・乃万俊文・萩野静也 (1969): シート型浮防波堤の消波効果について, 第16回海岸工学講演会講演集, pp. 297-299.
- 平石哲也・高山知司・鹿籠雅純・松永栄一 (1992): マリーナ用柔構造浮体の特性に関する水理模型実験, 海岸工学論文集第39巻, pp. 796-800.
- 吉田 裕 (1985): 有限要素運動方程式の時間積分法, 日本鋼構造協会誌 (JSSC), Vol. 21, No. 227, pp. 13-21.
- S. チモシェンコ (1956): 工業振動学, 東京出版, pp. 80-84.