

斜波中における浮体列まわりの波浪境界値問題の解析法

中 村 孝 幸*・泉 川 学 文**

1. ま え が き

現地での浮防波堤は、複数基の堤体を一定の開口幅を設けて、直線状に配列するのが一般となっている。既に、中村・野村（1990）は、3次元物体がある開口幅を設けて規則的配列される場合の波浪境界値問題の解析法を、直角入射波が作用する場合を想定して導いている。また、鶴谷ら（1987）は、浮防波堤列による波変形を実験的に検討し、斜め入射波が作用する場合、透過波高は直角入射波を受ける場合に比較して減少することなどを指摘している。しかしながら、従来では、最も一般的な斜め入射波を受ける条件下での任意形状浮体列まわりの波変形や動揺変位の算定法については知られておらず、浮防波堤による波浪制御効果や耐波安定性を総合的に検討する際の大きな障壁となっている。

本研究は、上述したような最も一般的な条件下での浮体列まわりの波浪境界値問題の解析法を、効率的な算定法であるグリーン関数法に基づき明らかにする。次に、これを用いて、現地の浮防波堤を想定して波浪制御効果や動揺変位の算定を行い、浮防波堤列への作用波の入射角の効果や配列開口長の効果などを理論的に検討する。

2. 浮体列まわりの波変形と波浪動揺変位の解析法

(1) 波浪境界値問題

解析モデルおよび座標系は図-1に示すものである。すなわち、一定水深 h の波動場中に任意形状の浮体が、配列ピッチ長 λ で y 軸方向に規則的に弾性係留されており、これに平面波が浮体配列軸の法線方向（ x 方向）と角度 θ をなして作用する場合である。流体は非圧縮性の完全流体、波動運動は微小振幅波理論により表現できるものとする。この時、入射波の速度ポテンシャル ϕ_I は、複素数表示で式（1）のように定義できる。

$$\phi_I(x, y, z; t) = \frac{igH \cosh\{k(h+z)\}}{2\omega \cosh(kh)} \cdot \exp\{i(k_x x + k_y y - \omega t)\}$$

$$= -\frac{igH}{2\omega} \phi_I(x, y, z) \exp(-i\omega t) \dots\dots\dots (1)$$

k ：入射波の波数（ $=2\pi/L$, L ：入射波の波長）, $k_x = k \cos \theta$, $k_y = k \sin \theta$, ω ：角振動数（ $=2\pi/T$, T ：入射波の周期）である。

一方、固定された浮体列による回折散乱波の速度ポテンシャル ϕ_D は、斜波条件を考慮して式（2）のように仮定できる。

$$\phi_D(x, y, z; t) = -\frac{igH}{2\omega} \phi_D(x, y, z) \cdot \exp\{i(k_y y - \omega t)\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 ϕ_D ：無次元化された回折散乱波ポテンシャルの複素振幅である。 ϕ_D は y 軸方向に λ の周期性を有することから、次式のように複素フーリエ展開できる。

$$\phi_D(x, y, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{Dn}(x, z) \exp(iq_n y) \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 ϕ_{Dn} ： ϕ_D の複素フーリエ係数, $q_n = 2n\pi/\lambda$ ($n =$

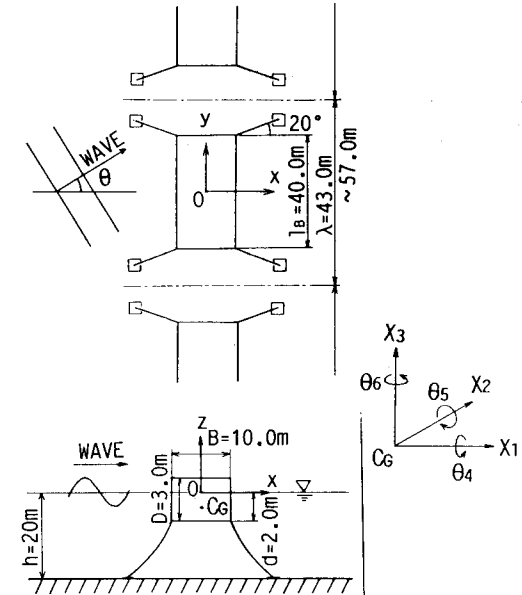


図-1 解析モデルおよび座標系

* 正 会 員 工 博 愛媛大学助教授 工学部土木海洋工学科
** 学生会員 愛媛大学大学院 工学研究科

1, 2, ...) である。 ϕ_D に関する基礎方程式は、式 (2) を 3 次元のラプラス方程式に代入して導ける。そして ϕ_D は、水表面および水底の条件、式 (3) に示される空間的な周期性の条件、無限遠方での発散条件、および式 (4) に示される没水表面上での不透過条件を満足する解として求められる。

$$\partial\phi_D/\partial n + \partial\{\phi_D \exp(ik_y y)\}/\partial n|_{n=0} = 0 \quad \cdots \cdots (4)$$

ここに、 S ：浮体列中の任意の一浮体の没水表面、 $\partial/\partial n$ ： S 上での法線微分である。

次に浮体列の動揺による発散波問題を考えてみる。

配列ピッチ長 λ の間にある 1 基の浮体が、入射波と同一角振動数 ω で自由度 6 の微小単調振動を行なうものとする、浮体の重心に関する振動変位は次式のように表わせる。

$$X_m(t) = \bar{X}_m \exp(-i\omega t) \quad (m=1 \sim 6) \quad \cdots \cdots (5)$$

ここに、 X_1, X_2, X_3 ：それぞれ x, y, z 軸方向への並進運動モードの振動変位 (Sway, Surge, Heave), X_4, X_5, X_6 ：それぞれ重心を通る x, y, z 軸に平行な軸まわりの回転運動モードの回転角変位 (Pitch, Roll, Yaw) を、上添 $\bar{}$ はそれらの変位の複素振幅を表す。なお、回転角変位の $m=4 \sim 6$ の場合の X_m については、回転角 θ と浮体の代表長 R_B を用いて、次式のように定義している。

$$\bar{X}_m = \bar{\theta}_m R_B \quad (m=4, 5, 6) \quad \cdots \cdots (6)$$

そして、これらの運動による発散波の速度ポテンシャル $\phi_{rm} (m=1 \sim 6)$ は、斜波条件を考慮して式 (2) の ϕ_D と同様に式 (7) のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \phi_{rm}(x, y, z; t) = & -\frac{ig\bar{X}_m}{\omega} \phi_{rm}(x, y, z) \\ & \cdot \exp\{i(k_y y - \omega t)\} \quad (m=1 \sim 6) \\ & \cdots \cdots \cdots (7) \end{aligned}$$

ここに、 ϕ_{rm} ：浮体が単位振幅で単調振動する時の無次元化された発散波ポテンシャルの複素振幅である。そして ϕ_{rm} についても y 軸方向に λ の周期性を有することから式 (3) と同様に複素フーリエ展開できる。

(2) グリーン関数

本研究では、回折散乱波および発散波の速度ポテンシャルの算定法として、任意形状の堤体を対象にできるわき出し分布法を採用した。このような解析では、まず最初にこれらの速度ポテンシャルが満足する場のグリーン関数が必要となる。

上述したような波動場中のグリーン関数 G は、 ϕ_D と ϕ_{rm} の基礎式と同様の次式を解いて求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + 2iky \frac{\partial G}{\partial y} - ky^2 G + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \\ = \delta(x-X)\delta(y-Y)\delta(z-Z) \quad \cdots \cdots (8) \end{aligned}$$

ここに、 δ ：Dirac のデルタ関数、 (X, Y, Z) ：物体表面上のわき出し点の座標である。 G は ϕ_D, ϕ_{rm} と同様に

空間的な周期性の条件、水表面・水底の条件、無限遠方での発散条件を考慮して、最終的に式 (9) のように導かれる。

$$\begin{aligned} G(x, y, z; X, Y, Z) \\ = -\frac{k^2 - \sigma^2}{(k^2 - \sigma^2)h + \sigma} \cosh\{k(h+z)\} \cosh\{k(h+Z)\} \\ \times \left\{ \sum_{n=N_-}^{N_+} G_n(x, y; X, Y) \right. \\ \left. + \sum_{N_- - 1}^{N_+ + 1} E_{0n}(x, y; X, Y) \right\} \\ - \sum_{m=1}^{+\infty} \left[\frac{k_m^2 + \sigma^2}{(k_m^2 + \sigma^2)h - \sigma} \cos\{k_m(h+z)\} \right. \\ \left. \cdot \cos\{k_m(h+Z)\} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_{mn}(x, y; X, Y) \right] \quad \cdots (9) \end{aligned}$$

ここに、 σ ：沖波相当波数 ($=\omega^2/g$)、 k, k_m ：それぞれ、進行波モードおよび減衰定常波モードの波数で次式を解いて求められる。

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad \cdots \cdots (10)$$

$$\omega^2 = -gk_m \tan(k_m h) \quad (m=1, 2, \cdots) \quad \cdots \cdots (11)$$

また、 G_n, E_{0n}, E_{mn} は以下の式で定義される。

$$\begin{aligned} G_n = & i \exp(i\mu_n |x-X|) \\ & \cdot \exp\{iq_n(y-Y)\}/(\lambda\mu_n) \quad \cdots \cdots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{0n} = & \exp(-\nu_n |x-X|) \\ & \cdot \exp\{iq_n(y-Y)\}/(\lambda\nu_n) \quad \cdots \cdots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{mn} = & \exp(-\chi_{mn} |x-X|) \\ & \cdot \exp\{iq_n(y-Y)\}/(\lambda\chi_{mn}) \quad \cdots \cdots (14) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{cases} \mu_n = \sqrt{k^2 - (k_y + q_n)^2} \\ \nu_n = \sqrt{(k_y + q_n)^2 - k^2} \\ \chi_{mn} = \sqrt{k_m^2 + (k_y + q_n)^2} \end{cases} \quad \cdots \cdots (15)$$

であり、式 (9) の第 1 項中の級数の上限および下限の N_+, N_- は、 μ_n が実数値となる n の最大値と最小値である。

式 (9) の G の中で G_n に比例する項は、進行波モード成分を、また E_{0n}, E_{mn} に比例する項は、減衰定常波モードの成分を表す。そして、堤体列より遠方 ($|x| \rightarrow \infty$) では G_n に比例する項のみが残り、この項が堤体列による波変形を考える上で重要となる。

この G_n に比例する項に着目すると、その波数成分は x 方向が μ_n 、 y 方向が $(k_y + q_n)$ となり、堤体列周辺の回折波には、入射波と同方向に進む成分波 (以下、直進行波成分) に加えて、それとは異なる方向に進む成分波 (以下、斜波成分) も含まれることがわかる。すなわち、長峰性の波が作用しても、波条件によっては堤体列により方向分散が生じ、その周辺場には短峰性の波面形状が現れることになる。したがって、 $n \neq 0$ の μ_n が現れるか否かで、堤体列まわりの波変形が長峰性であるか短峰性であるかが判定できる。第 N 次の斜波成分が現われる条

件は, $\mu_{N+} \geq 0$, $\mu_{N-} \geq 0$ を考えて求められ, 式 (16) で与えられる.

$$\frac{\lambda}{L} \geq \frac{|N|}{1 \mp \sin \theta} \quad (N = \pm 1, \pm 2 \cdots \text{複号同順}) \quad (16)$$

この条件式は直立式堤体列の場合 (中村ら, 1988) と同一で, 浮体列についても同様な条件式により斜波成分の発生が予測できることになる. そして上式で等号が成立する条件は, 直立式堤体列の場合と同様に第 N 次の横波共振点に一致する.

(3) 回折散乱波及び発散波ポテンシャルの算定法

ϕ_D , ϕ_{Rm} はわき出し分布法によれば上記の G を用いて式 (17) (18) のように表すことができる.

$$\phi_D(x, y, z) = \int_S f_D(X, Y, Z) G(x, y, z; X, Y, Z) \cdot dS(X, Y, Z) \quad (17)$$

$$\phi_{Rm}(x, y, z) = \int_S f_{Rm}(X, Y, Z) G(x, y, z; X, Y, Z) \cdot dS(X, Y, Z) \quad (m=1 \sim 6) \quad (18)$$

ここに, f_D , f_{Rm} : それぞれ回折散乱波, 単位発散波に対する S 上の点 (X, Y, Z) におけるわき出し強さの分布関数である. f_D , f_{Rm} は, 没水表面上での運動学的な境界条件を考慮して決定できる. そして最終的に浮体列まわりの全速度ポテンシャル Φ_T は, 次式で求められる.

$$\Phi_T = -\frac{igH}{2\omega} \left\{ \phi_I + \left(\phi_D + \sum_{m=1}^6 \hat{X}_m \phi_{Rm} \right) \exp(ik_y y) \right\} \cdot \exp(-i\omega t) \quad (19)$$

尚, X_m は力学的な境界条件に相当する浮体の振動方程式 (6 自由度) を解いて与えられる.

本研究では, 実際の算定に当たり, 式 (17) (18) に現れる S にわたる積分は物体表面を J 個の微小面要素 ΔS_j ($j=1 \sim J$) に分割した後に, ΔS_j にわたるわき出し強さをその重心点に集合させるという中央点近似法を用いた.

(4) 平面的な波変形の算定法

上述したように, 浮体列まわりには作用波の条件によっては, 波向きの異なる複数の進行波成分が含まれるようになるため, 平面的に複雑な波面形状が現れることになる. このため, 従来から用いられている無限の堤体長を想定した時の透過率や反射率といった 1 次元的な尺度による評価法では対応できない. 既に, 中村・小野 (1990) は, 各波向き成分波のエネルギーなどに着目して直立式堤体列による平面的な波変形の評価法を提案している. ここでも同様な評価法を用いることとし, 評価に必要な特性量の算定式を紹介する.

a) rms 波高比: 波高の代表量で, 配列方向における波高の rms 値と入射波高との比である. この波高比は,

例えば浮体列の透過側を対象にすると, 透過側での各波向き成分波のエネルギー E_{Tn} ($n=N- \sim N+$) と入射波のエネルギー $E_I (=1/8\rho g H^2)$ を用いて算定できる.

$$K_T = \sqrt{\left(E_{T0} + \sum_{n=N-}^{N+} E_{Tn} \right) / E_I} \quad (20)$$

ここに, K_T : 透過側での rms 波高比を示し, E_{Tn} は次式で求められる.

$$E_{Tn} = \begin{cases} 1 + 2 \operatorname{Re} \left[\int_S f_x g_0 ds \right] \\ + \left| \int_S f_x g_0 ds \right|^2 E_I & (n=0) \cdots \cdots (21) \\ \left| \int_S f_x g_n ds \right|^2 E_I & (n \neq 0) \end{cases}$$

E_{T0} は直進行波成分のエネルギーを, E_{Tn} ($n \neq 0$) は n 次の斜波成分のエネルギーを表わす. また, 式中の f_x , g_n は以下の式による.

$$f_x = f_D + \sum_{m=1}^6 X_m f_{Rm} \quad (22)$$

$$g_n = \frac{1}{\lambda \mu_n} \frac{k^2 + \sigma^2}{(k^2 - \sigma^2)h + \sigma} \cosh(kh) \cosh k(h+Z) \times \exp[-i(\mu_n X - q_n Y)] \quad (23)$$

b) 波向き別のエネルギー比: 上記の K_T では, 波のエネルギーの方向分布が評価できない. このため, その方向分布を知るために設けられた量で, 方向スペクトルの方向分布関数と同一の定義である. 上記と同様に浮体列の透過側における結果のみを示すと次式のように表せる.

$$T_n = E_{Tn} / \left(\sum_{i=N-}^{N+} E_{Ti} \right) \quad (n=N- \sim N+) \quad (24)$$

ここに, T_0 , T_n ($n \neq 0$) はそれぞれ透過波の直進行波成分, n 次斜波成分と全透過波のエネルギー比を示す.

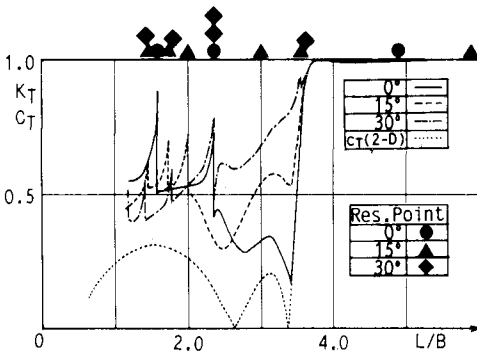
3. 現地の浮防波堤を想定した算定例

(1) 浮防波堤のモデル

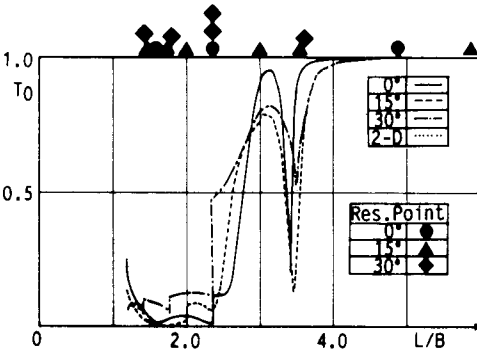
現地で設置されている鋼製やコンクリート製の浮防波堤は, 配列堤体長 l_b と堤体幅 B との比 l_b/B が 3~5 の範囲に, 開口幅は開口率 α が 10~20 % 程度の範囲に設定されている (神瀬 (1987)). このような実状を踏まえ, ここでは図-1 中に示す寸法の浮防波堤をモデルとして採用した. すなわち, 堤体長 l_b と堤体幅 B との比 $l_b/B = 4$, 喫水と水深の比 d/h が 0.1 の矩形浮体が 4 隅でカテナリ係留される場合である. この時, 係留ラインの復元力の特性は線形であると仮定した. 表-1 に堤体の諸量を一括して示す. 表中で重量慣性モーメント I_m , バネ常数 K_{mn} の下添字の番号は式 (5) で用いた変位方向を示す番号に一致するもので, 例えば I_4 は重心を通る x 軸に平行な軸まわりの重量慣性モーメントを, K_{11} は単位変

表一 浮防波堤の動的諸量

排水重量 W		$8.0 \times 10^5 \text{ kgf}$
重量慣性 モーメント	I_4	$1.07 \times 10^8 \text{ kgf} \cdot \text{m}^2$
	I_5	$1.16 \times 10^7 \text{ kgf} \cdot \text{m}^2$
	I_6	$1.13 \times 10^8 \text{ kgf} \cdot \text{m}^2$
重心位置 z_0		水面下 0.5 m
係留ライン のパネ定数	K_{11}	$8.79 \times 10^3 \text{ kgf/m}$
	K_{22}	$3.20 \times 10^3 \text{ kgf/m}$
	K_{33}	$3.32 \times 10^3 \text{ kgf/m}$
	K_{44}	$1.43 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{m}$
	K_{55}	$1.69 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{m}$
	K_{66}	$3.59 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{m}$



図二 入射角による K_T の変化 ($\alpha=15\%$)



図三 入射角による T_0 の変化 ($\alpha=15\%$)

位による Sway 方向への復元力を示す。また、配列への作用波の入射角には、直角入射の $\theta=0^\circ$ と斜め入射の $\theta=15^\circ, 30^\circ$ を採用した。

(2) 算定結果

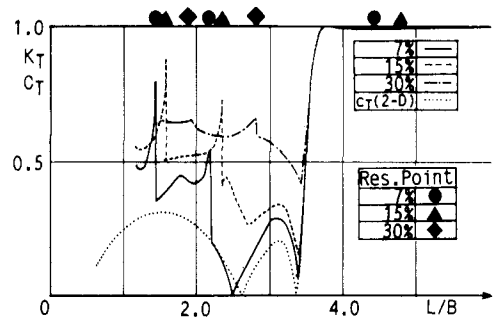
a) 透過波高に及ぼす入射角の効果；図-2 は、配列開口率 α を 15% と固定して、各入射角の条件下での K_T の周期による変動を示す。ここで、 K_T は式 (20) による浮体列の透過側での rms 波高比である。そして、周期に

関する無次元量としては、浮防波堤の消波性能を示すのによく用いられる波長と堤体幅の比 (L/B) を採用した。図中には、開口部の効果を無視した断面 2 次元的な透過率 C_T の算定結果も比較のため併せ示した。また、各入射角の条件下での横波共振点 (Res. Point) についても明示した。

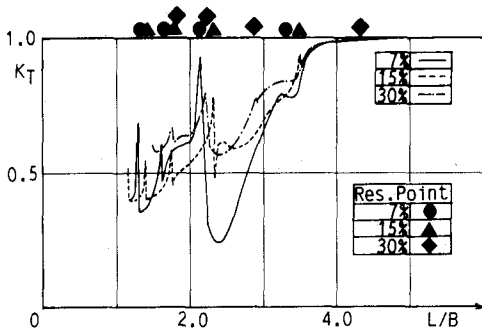
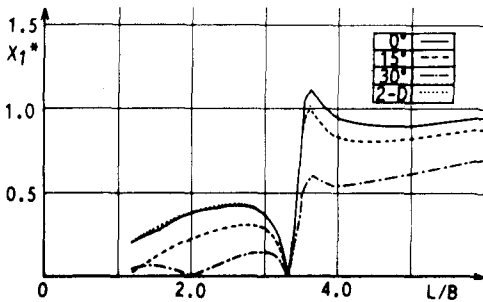
この図より K_T は、入射角に関係なく、消波対象波に相当する $L/B < 3.5$ の周期帯では、断面 2 次元的な C_T より大きく現れている。これは、既に直角入射波を想定した中村ら (1992) の研究で指摘されているように、透過波には断面 2 次元的な解析で考慮できない斜波成分が卓越して含まれるためである。このことは、図-4 と同様の条件下での透過波に含まれる直進行波成分のエネルギー比 T_0 を示す図-3 から分かる。すなわち、消波対象波の範囲で $L/B=3$ 付近を除くと、 T_0 は十分に小さく、その残りは斜波成分で占められていることがわかる。各入射角の条件下での K_T を比較すると、消波対象波の範囲で L/B が 2 付近までは入射角に伴い K_T は増加するのに対して、 L/B が 2 以下ではその関係は逆転するようである。図中で K_T の急変する波条件は、ほぼ Res. Point で示す横波共振点に一致しており、 K_T の急変は新しい斜波成分の発生に起因するものと言える。そして横波共振点の数は、式 (16) から推定されるように、入射角に伴い増加する傾向が見られる。しかし、これらの共振点は解析上の特異点にも相当しており、水理実験等による検証が必要と考えられる。

b) 透過波高に及ぼす配列開口長の効果；図-4, 5 は、それぞれ直角入射および 30° 入射の条件下で、開口率を各種に変化させたときの K_T を図-2 と同様にして示す。直角入射の条件下では、図-4 に見られるように開口率 α を小さくすると断面 2 次元的な C_T に近づき、波浪制御効果が向上している。しかし、 30° 入射の場合には、部分的に K_T の低減が見られる波条件もあるが、全体的には開口率を小さくしても、 K_T は顕著に変化しないことなどが認められる。

c) 動揺変位に及ぼす入射角の効果；波浪動揺変位



図四 開口率による K_T の変化 ($\theta=0^\circ$)


 図-5 開口率による K_T の変化 ($\theta=30^\circ$)

 図-6 入射角による水平動揺変位の変化 ($\alpha=15\%$)

は、直角入射を受ける場合よりも、斜め入射を受ける方が、Sway, Heave, Roll の各変位は減少する傾向が確認された。この検証の一例を示すのが図-6 で、図中では各入射角の Sway 変位は入射波振幅で無次元化した X_1^* で表示してある。また、図中には断面 2 次元解析による算定結果についても示してある。この図より、斜め入射の条件になると変位は減少することや、直角入射の条件下では開口部の効果を見逃した断面 2 次元解析による変位とほぼ一致することなどがわかる。したがって、動揺変位については、断面 2 次元解析による結果で代用できるものと言える。しかし、斜め入射を受け

る場合、隣接する堤体間の衝突に関する Surge, Yaw, Pitch の各変位が生じるようになるが、これらの変位については断面 2 次元解析では予測が困難であり、注意を要する。

4. 結 語

(1) 浮体の配列方向における横波共振は、直角入射よりも斜め入射波を受けるときの方がより長周期の条件下で生じるようになる。このため、斜波中ではより広い周期帯にわたり浮体列との干渉により斜波成分の発生が見られ、平面的に複雑な波面形状が現れやすい。

(2) 浮防波堤列に斜め入射波が作用する場合、透過波高は直角入射波を受けるときに比較して、消波対象波内の長周期側では増加するが、短周期側では減少する傾向にある。

(3) 浮防波堤間の開口率を大きくすると、直角入射の条件では透過波高は増大するが、斜め入射波ではそれほど有意に変化しない。しかし、透過波の波向き特性は、入射角に関係なく斜波成分が卓越しやすく、この成分を考慮できない断面 2 次元解析で透過波高を推定すると不十分である。

参 考 文 献

- 神瀬 哲 (1987): 漁港における浮防波堤の現状と課題, 浮防波堤の現状と課題, 国際海洋科学技術協会, pp. 3-8.
- 鶴谷広一・木原 力・成瀬 進 (1987): PC 製浮防波堤の開発と現地実験, 浮防波堤の現状と課題, 国際海洋科学技術協会, pp. 71-80.
- 中村孝幸・小野正順 (1988): 規則配列された沖合消波堤まわりの波浪共振の特性とその解析法, 第 35 回海講論文集, 土木学会, pp. 527-531.
- 中村孝幸・野村周吾 (1990): 規則配列された 3 次元物体まわりの波浪境界値問題の解析法, 海岸論文集, 第 37 巻, 土木学会, pp. 524-528.
- 中村孝幸・野村周吾・泉川学文・森田知志 (1992): 浮防波堤の平面的な配置法に関する研究, 海岸論文集, 第 39 巻, pp. 531-535.