

係留浮体における長周期動揺に関する一考察

中 村 孝 明*・田 中 良 弘**

1. ま え が き

大型タンカーの係留をはじめとし、浮遊構造物の係留方式として、緩係留方式が多く採用されている。その際、係留ラインの設計として、2次の長周期変動漂流力と同調して発生する大振幅の長周期動揺を予測することが重要な課題である。

Faltinsen と Loken (1979) は、摂動法により長周期変動漂流力を厳密に求め、Newman (1974) の近似解は、入射波が短周期の場合には適用が可能であることを示した。Triantafyllou (1982) は、浮体の長周期運動は、有限振幅を考慮すべきであることを指摘しているが、具体的な計算結果を示していない。Brorsen と Bundgaard (1990) は、時刻歴で固定構造物に働く変動漂流力を計算している。このように従来の研究では、長周期動揺の解析において、Triantafyllou が指摘している浮体の有限振幅運動を考慮した理論的な解析法、更には、有限振幅運動の必要性について明確な議論はなされていない。

そこで著者らは、有限振幅運動を考慮できる新たな計算方法の開発を目的に、これまで非線形の数値波動水槽の開発(1990, 1991)、更に運動モードを Sway のみに限定しているものの、係留浮体の有限振幅運動を考慮した長周期動揺の時刻歴計算手法を提案 (1992) した。

本研究は、浮体の運動モードとして Sway および Heave の運動を考慮、さらに計算精度の向上を図った新たな計算アルゴリズムを提案する。また、Heave の運動モードを加えることにより、定常波漂流力の計算において、従来の運動量理論による結果と著者ら有限振幅を考慮した結果との差異について、Heave の共振特性との関連性を含め、その特性を明らかにする。さらに、2成分波による長周期動揺問題においても、Heave の共振特性との関連を明らかにする。

2. 解 析 理 論

2.1 支配方程式

図-1 に示す様に、湧き出しによる造波面 (Source

line) と、Orlanski Condition を満足する開境界 (M. O. B.) を設けた数値波動水槽中に、Sway 及び Heave 運動する係留浮体が設置されている場合を考える。流体は非粘性、非圧縮と仮定し、その運動を非回転と仮定すると、速度ポテンシャル $\phi(x, y, t)$ が存在する。又、領域内に Source があるので、速度ポテンシャルは Poisson 方程式を満足する必要がある。

$$\phi_{,ii} = q \quad \text{in } \Gamma \quad \dots\dots\dots (1)$$

式は総和規約を用い、 $i=1, 2$ とし、 x 及び y 方向を表わす。また、 i は偏微分を表わす。ここで q は単位面積当たりの Volume Flux を示し、速度場を $u_i = \phi_{,i}$ と定義する。Green の第2公式より、以下の境界積分方程式を導くことができる。

$$\alpha\phi(P) = \int_s \left[\phi(Q) \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial n} \right] ds + \int_r q G d\Gamma \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで α は境界上の点 P における内角、 n は流体場からの外向き法線方向を表わす。また G はグリーン関数で、二次元の基本解を用いる。以後、(2) 式を速度場の境界積分方程式と呼ぶ。次に、(1) 式を時間で微分する。

$$\dot{\phi}_{,ii} = \dot{q} \quad \text{in } \Gamma \quad \dots\dots\dots (3)$$

式中、 $[\dot{\quad}]$ は時間偏微分を表わす。これは、加速度における Poisson 方程式で、Green の第2公式より (2) 式と同様に、加速度場の境界積分方程式を誘導できる。

$$\alpha\dot{\phi}(P) = \int_s \left[\dot{\phi}(Q) \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \dot{\phi}(Q)}{\partial n} \right] ds + \int_r \dot{q} G d\Gamma \quad \dots\dots\dots (4)$$

数値波動水槽の造波面における Source 強さ q は、入射波振幅 a_0 の2次 Stokes 波より計算する。(2)、(4) 式を離散化する際、 ϕ , $\dot{\phi}$, $\partial\phi/\partial n$, $\partial\dot{\phi}/\partial n$ に対して、1次関数

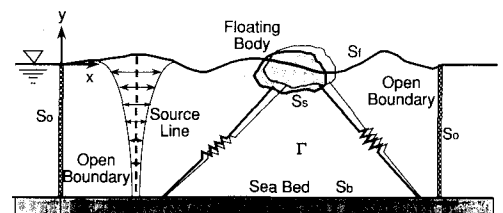


図-1 流体領域の定義

* 正会員 (株)篠塚研究所 主任研究員
 ** 正会員 Ph.D. 大成建設(株)土木設計部解析技術室 室長

の近似を適用する。流体場 Γ での圧力 p は、ベルヌーイの圧力方程式によって得られる。

$$p = -\rho \left(\dot{\phi} + \frac{1}{2} u_i^2 + gy \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 ρ は流体密度、 g は重力加速度を表わす。

2.2 係留浮体の運動方程式と境界条件

係留浮体の運動モードとして、Sway と Heave の 2 自由度を考えると、運動方程式は以下の様に表わされる。

$$M_{ij} \ddot{X}_j + K_{ij} X_j = f_i; i, j=1, 2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 X_j は浮体の運動変位で、 $j=1, 2$ は x, y 方向に対応するから、 X_1 : Sway および X_2 : Heave の変位を表わす。 M_{ij} は浮体の質量を、また K_{ij} は係留索のバネを表わす。 f_i は浮体に働く流体力 (Diffraction wave force and Radiation wave force) で、浮体浸水面で圧力積分することで得られる。

$$f_i = -\rho \int_{S_s} \left(\dot{\phi} + \frac{1}{2} u_j^2 + gy \right) n_i ds; i, j=1, 2 \quad (7)$$

ここに、 n_i は流体場から外向きの法線方向と x, y 軸方向 ($i=1, 2$) との方向余弦を表わす。

浮体の運動変位 X_i は、時間のみ関数であるので、現時刻での運動変位 X_i^t および Δt 時間後の運動変位 X_i^{t+1} を考えると、 X_i^{t+1} および $\dot{X}_i^{t+1}$ は Taylor 展開により次の様に表わされる。

$$X_i^{t+1} = X_i^t + \Delta t \dot{X}_i^t + \frac{\Delta t^2}{2!} \ddot{X}_i^t + \dots; i=1, 2 \quad \dots\dots (8)$$

$$\dot{X}_i^{t+1} = \dot{X}_i^t + \Delta t \ddot{X}_i^t + \dots; i=1, 2 \quad \dots\dots (9)$$

ここで、 $(t+1)$ 時刻における浮体表面での運動学的境界条件は、次の様に与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^{t+1}}{\partial n} &= \dot{X}_i^{t+1} n_i \\ &= (\dot{X}_i^t + \Delta t \ddot{X}_i^t) n_i; i=1, 2 \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

この境界条件を用いて速度場の BEM を計算する。これにより、浮体表面上の速度ポテンシャル ϕ^{t+1} が求められる。これを数値微分することにより、 $(t+1)$ 時刻における (7) 式中の第 2, 3 項の u_j^{t+1} や y^{t+1} が得られる。

次に、浮体の運動変位 X_i の Taylor 展開において、加速度が線形に変化するものと仮定すれば、次の式が得られる。

$$X_i^{t+1} = X_i^t + \Delta t \dot{X}_i^t + \frac{\Delta t^2}{3} \ddot{X}_i^t + \frac{\Delta t^2}{6} \ddot{X}_i^{t+1}; i=1, 2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

運動方程式 (6) 式が、 $(t+1)$ 時刻で成立すると考え、(11) 式を代入する。

$$M_{ij} \ddot{X}_j^{t+1} + \frac{\Delta t^2}{6} K_{ij} \ddot{X}_j^{t+1} + K_{ij} a_j^t = f_i^{t+1}; i, j=1, 2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、

$$a_j^t = X_j^t + \Delta t \dot{X}_j^t + \frac{\Delta t^2}{3} \ddot{X}_j^t$$

(12) 式より $(t+1)$ 時刻における浮体加速度は、

$$\ddot{X}_i^{t+1} = B_{ij} f_j^{t+1} - B_{ij} K_{jk} a_k^t; i, j, k=1, 2 \quad \dots\dots (13)$$

ここに、

$$B_{ij} = \left(M_{ij} + \frac{\Delta t^2}{6} K_{ij} \right)^{-1}$$

(13) 式の右辺で、唯一の未知量は、 f_j^{t+1} に含まれる ϕ^{t+1} である。そこで、浮体表面における加速度場の運動学的境界条件を適用する。つまり、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^{t+1}}{\partial n} &= \dot{X}_i^{t+1} n_i \\ &= (B_{ij} f_j^{t+1} - B_{ij} K_{jk} a_k^t) n_i; i, j, k=1, 2 \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

この境界条件を用いて、加速度場の BEM を計算する。これにより、浮体表面での ϕ^{t+1} が求められる。これを、(7) 式に代入して、 f_i^{t+1} が求められるので、 X_i^{t+1} , $\dot{X}_i^{t+1}$, $\ddot{X}_i^{t+1}$ が次々と計算される。

以上の計算アルゴリズムを図-2 のフローチャートに示す。著者ら (1992) が提案した類似の計算手法では、加速度場の計算において $(t+1)$ 時刻での浮体の加速度として、 t 時刻での値をそのまま適用した。そのため、繰り返し計算により、 $(t+1)$ 時刻での加速度が運動方程式を満足するように収束計算が必要とされた。

本論文で提案した計算アルゴリズムでは、加速度場において、運動学的境界条件 (14) 式を設けることにより、確定論的に解が求められ、計算精度の向上が図られる。

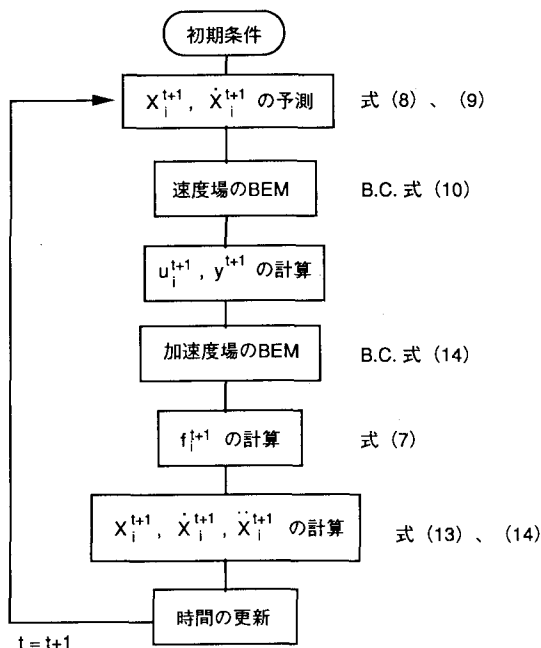


図-2 計算アルゴリズムフローチャート

3. 数値計算

3.1 係留浮体に加わる定常漂流力

図-3に示すモデルを用い、規則波中での Sway, Heave の2自由度を持つ係留浮体の応答計算を行う。質量は $M_{11}=M_{22}=12.24 \text{ tfs}^2/\text{m}$ ($1.2 \times 10^5 \text{ kg}$), 係留バネは Sway 方向において $K_{11}=0.2 \text{ tf/m}$ (1.96 KN/m), Heave については $K_{22}=0, 40 \text{ tf/m}$ (392.0 KN/m) の2種用いる。

図-4, 図-5に Sway 及び Heave 流体力の振幅を線

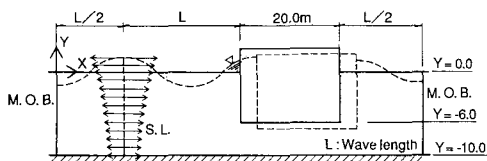


図-3 計算モデル

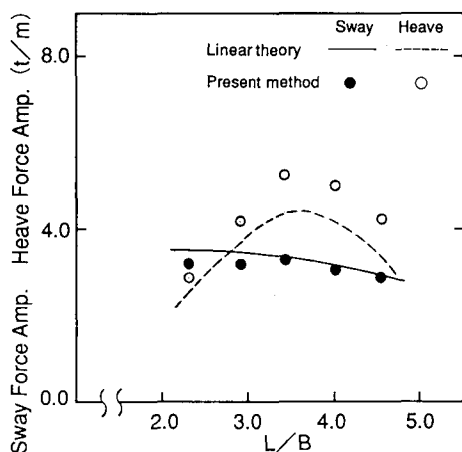


図-4 Sway, Heave 流体力の比較 ($K_{22}=0 \text{ tf/m}$)

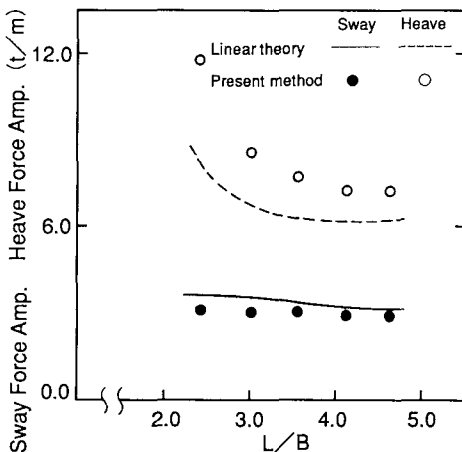


図-5 Sway, Heave 流体力の比較 ($K_{22}=40 \text{ tf/m}$)

形理論と比較して示す。横軸は波長 L を函体幅 B で割った無次元値を取った。波周期では $6.0 \sim 10.0 \text{ sec}$ に相当し、入射波振幅は $a_0=0.5 \text{ m}$ である。Sway 流体力については $K_{22}=0, 40 \text{ tf/m}$ の双方共に良い一致をしているが、Heave 流体力については、すべての点で本計算結果が線形理論を上回る結果となった。

図-6, 図-7に、定常漂流力 F_d について運動量理論と比較したものを示す。運動量理論に用いる反射率は線形理論の計算結果を用いている。同図には、Heave 応答振幅 X_2 を入射波振幅 a_0 で割った応答倍率を併記する。漂流力の無次元化に際し、 D は函体の奥行きを表す。本計算結果と運動量理論との違いを見ると、Heave 応答が大きい場合、運動量理論を上回り、逆に応答が小さい場合下回る傾向がある。明らかに Heave 応答との間に相関が見られる。特に図-6の Heave 同調点では、双方の差は特に著しい。

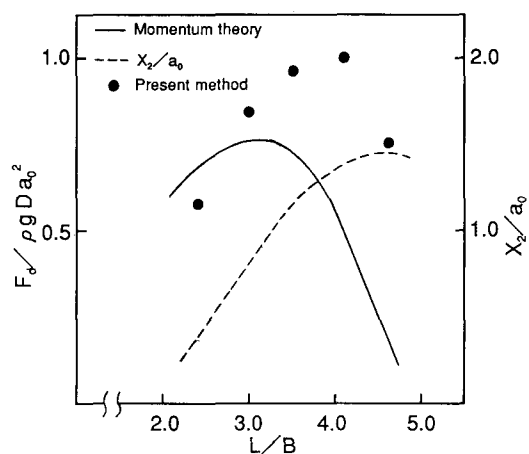


図-6 定常漂流力の比較 ($K_{22}=0 \text{ tf/m}$)

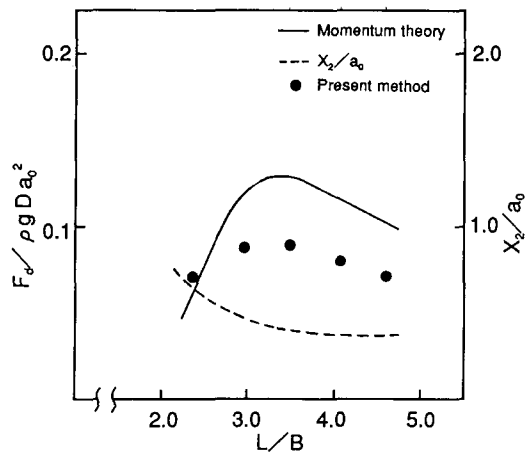


図-7 定常漂流力の比較 ($K_{22}=40 \text{ tf/m}$)

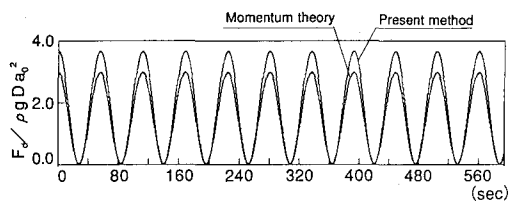


図-8 Newman 近似による変動漂流力の比較
($K_{22}=0$ tf/m)

田才 (1974) は, Heave 同調点では漂流力は極大となるが, 運動量理論ではむしろ同調点より短周期側で大きな値となるとの指摘をしているが, これらを裏付ける結果となった. 図-7 は, Heave 同調点から外れた周波数領域であり, Heave 応答は比較的小さい.

以上を考え合わせると, 漂流力は, Heave 応答と密接な関係を持ち, Heave 振幅が大きくなると, 運動量理論は漂流力を過小に評価することが分かる. なお, 本理論では, 流体の粘性減衰を考慮しておらず, この影響による Heave 応答値の減少は, 漂流力を低減させるものと考えられる. 従って, 実際の漂流力は図示された値より多少下回るものと思われる.

3.2 変動漂流力の近似計算

実用的な変動漂流力の計算法として, Newman(1974) による近似法がある. ここでは, この手法を用い, 運動量理論と, 本理論による計算結果との比較を行う.

Newman 近似では, 成分波それぞれの定常漂流力が分かれば, 総和計算により簡単に変動漂流力を求めることができる. 比較では, $K_{22}=0$ tf/m とし, 波周期, 7.0 sec ($L/B=3.0$), 8.0 sec ($L/B=3.5$) の 2 成分波とする. これは Heave 共振点近傍の波周期である. 定常漂流力については, 図-6 に示した結果を用いる. 図-8 に運動量理論と本理論を比較したものを示す. 図では, 成分波の定常漂流成分により, 上側へ全体がシフトしている. 定常, 変動成分も含め, 本理論は, 運動量理論を 2 割程度上回っている. これは, 図-6 から読み取ることができる.

以上より, Heave 共振点近傍の成分波が卓越する不規則な波の場合, これまで用いられてきた運動量理論による漂流力を Newman 近似に適用することは, 変動成分も含め, 過小に評価すると考えられる.

3.3 係留浮体に加わる変動漂流力

入射波周期 $T_1=7.0$ sec, $T_2=8.0$ sec の 2 成分波による応答計算を行う. $K_{22}=0$ tf/m で入射波振幅はそれぞれ 0.4 m とする. 係留浮体の諸条件は規則波のそれと同じとする.

図-9 に Sway 流体力と動揺の時刻歴を示す. 流体力について, 2 成分波による包絡波形が現われ, 動揺では,

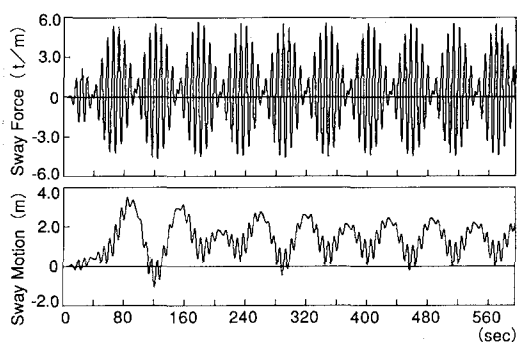


図-9 係留浮体に加わる Sway 流体力と動揺
($K_{22}=0$ tf/m)

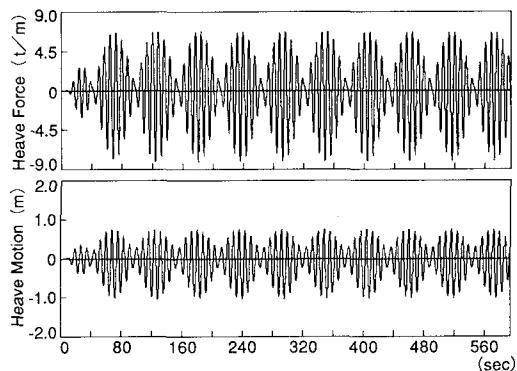


図-10 係留浮体に加わる Heave 流体力と動揺
($K_{22}=0$ tf/m)

長周期動揺がはっきり現われている. Sway 動揺により, 初期位置より最大で 3.8 m 程水平移動しているが, 計算は極めて安定している. Heave 流体力及び動揺の時刻歴を図-10 に示す. 流体力を見ると, 包絡波形が最大となる時, マイナス側へ下がる傾向が読み取れる. これは, 長周期の水面変動, すなわち Set down によるもので, Heave 動揺にもこの傾向が現われている.

次に, 上述の計算で, Heave 方向バネ定数を $K_{22}=40$ tf/m に変えた場合の計算を行い, 上述の計算結果と比較する. 図-11 に Sway 流体力, 図-12 に Sway 動揺, 図-13 に Heave 動揺のフーリエスペクトルを示す. それぞれ, 向かって左側に $K_{22}=0$ tf/m, 右側に $K_{22}=40$ tf/m の結果を示す. 縦軸は, 双方一致させている. 図-11 の Sway 流体力について, 1 次, 2 次の流体力に差異は見られないが, 変動漂流力 (差成分流体力) については, 若干 $K_{22}=0$ tf/m の方が突出している様である. 図-12 の Sway 動揺は, 1 次の波に対する応答はほぼ同じ値となっているが, 長周期の動揺成分は $K_{22}=0$ tf/m の方が, 遙かに大きく現われている. 要因の一つとして, Sway の固有周期に近い周期領域であり, 敏感に反応している結果とも言えるが, Heave 動揺スペクトル図-13 と関連して考

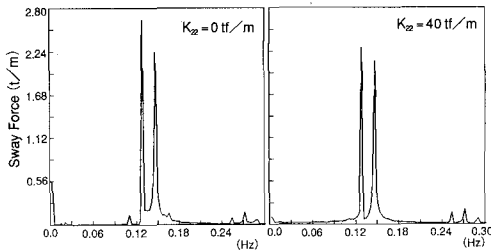


図-11 Sway 流体力のフーリエスペクトル

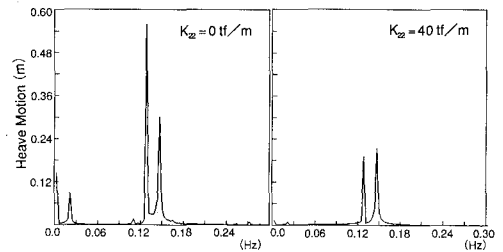


図-13 Heave 動揺のフーリエスペクトル

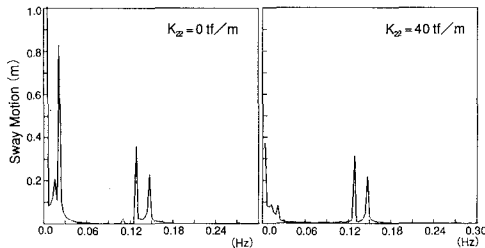


図-12 Sway 動揺のフーリエスペクトル

える必要がある。

図-13を見ると $K_{22}=0$ tf/m は、Heave 同調点に近く、1 次の応答は、 $K_{22}=40$ tf/m に比べ大きく現われている。定常漂流力の計算において、漂流力は Heave 同調点において極大となることを示したが、2 成分波による長周期動揺計算においても同様の結果を得た。すなわち、入射波と Heave 応答との同調点付近では、長周期動揺は極めて大きくなり、係留ラインの設計には、Heave 共振特性も含め、より慎重な配慮が必要と考えられる。

4. 結 論

Sway, Heave 2 自由度の有限振幅運動を考慮し、且つ、精度面での向上を目的に、新たな計算アルゴリズムを提案した。この計算法を用い、漂流力について種々の検討を行い、次の結論を得た。

- 1) 線形理論と比較し、Sway 流体力は良い一致をさすが、Heave 流体力は本計算値の方が上回る。
- 2) 定常漂流力は、Heave 同調点付近では、運動量理論より本計算による有限振幅解析の結果の方が上回る。
- 3) 田才 (1974) が指摘する Heave 同調点での運動量理論の問題点を説明できる結果を得た。

4) 定常漂流力は、Heave 応答と密接な関係を持ち、Heave の振幅が大きくなると、運動量理論は漂流力を過小に評価する。

5) Heave 共振点近傍の成分波が卓越する不規則な波の場合、運動量理論による漂流力は、変動成分も含め過小に評価する。これにより、設計的には危険側の結果を与える。

6) Heave 同調を伴う場合、長周期動揺は極めて大きく現われる。

以上の考察より、係留ラインを設計する際には、Heave 共振特性も含め、より慎重な長周期動揺や定常漂流力の検討が必要と考えられる。今後の実験等を含め、より詳細に検討を進めたいと考える。

参 考 文 献

- 田才 福造 (1974): 規則波中の二次元物体に働く漂流力について、関西造船協会誌第 152 号, pp. 69-78.
- 田中良弘・中村孝明 (1990): 吹き出し分布法による波動場の発生と開境界処理, 海岸工学論文集第 37 巻, pp. 11-15.
- 中村孝明・田中良弘 (1991): 吹き出し分布法による非線形波動場の発生と開境界処理, 海岸工学論文集第 38 巻, pp. 11-15.
- 中村孝明・田中良弘 (1992): 非線形波動場における係留浮体の有限振幅運動, 海岸工学論文集第 39 巻, pp. 776-780.
- Brorsen, M. and Bundgaard, H. I. (1990): Numerical Model of the Nonlinear Interaction of Waves and Floating Bodies, Coastal Engineering, No. 238, pp. 3140-3151.
- Faltinsen, O. M. and Loken, A. E. (1979): Slow Drift Oscillations of a Ship in Irregular Seas, Applied Ocean Research, Vol. 1, No. 1, pp. 21-31.
- Newman, J. N. (1974): Second-order, Slowly Varying Forces on Vessels in Irregular Waves, Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, pp. 193-197.
- Triantafyllou, M. S. (1982): A Consistent Hydrodynamic Theory for Moored and Positioned Vessels, Journal of Ship Research, Vol. 26, No. 2, pp. 75-105.