

任意断面形状の鉛直柱体と波の非線形干渉解析法

村上啓介*・吉田明德**・入江 功***

1. ま え が き

構造物とストークス波との非線形干渉に関しては、Haskind relation を利用して、2 次のオーダーのポテンシャルを直接求めることなく構造物に作用する非線形波力を算定する方法が示されている（例えば、Moline, 1979；喜岡, 1987；Taylor ら, 1987）。しかし、これらの解析法は、2 次のポテンシャルを求めているわけではないので、構造物による波の変形を解析する方法としては用いることができない。これに対し、2 次のポテンシャルを直接求めることによって、構造物による波の散乱までを取り扱える解析法も示されているが（例えば、山口ら, 1974；Kriebel, 1990）、これらは円柱構造物を対象とする場合に限定されている。本研究は、井島ら（1974）が示したポテンシャルの平面分布をグリーン公式で表示する方法と摂動法を併用することによって、任意断面の柱状構造物とストークス波の非線形干渉による波の変形と波力の算定を簡便にかつ精度良く解析する方法を見いだすことを目的として行ったもので、本文では、2 次のオーダーまでの解析法の概略と、既往の解および水槽実験との比較により解析法の検証を行った結果について述べる。

2. 理論解析

2.1 基本仮定

図-1 に示す様に、一定水深 h の海域に設置した任意断面形状の鉛直柱体に対して、ストークス波（1 次の振幅 ζ_0 、角周波数 σ ）が入射する場合を考える。流体は非粘性、非圧縮性の完全流体とし無渦運動を仮定すると、速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z, t)$ は次のラプラス方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z, t)$ が自由表面で満足すべき運動学的境界条件と力学的境界条件は、水面形を ζ

(x, y, t) とすると次式で書き表せる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\zeta + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} = Q \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 Q は定数であり、 g は重力加速度を表す。

式(2)、(3)で表される自由表面での境界条件は、水面形自身が未知量であるため、 $z=\zeta$ において境界条件を厳密に適用することはできない。そこで、速度ポテンシャル Φ 、水面形 ζ 、定数 Q が微小パラメータ $\varepsilon (=k\zeta_0, k=2\pi/L: L$ は波長) により、次式のように級数展開できるものとする。

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x, y, z, t) &= \frac{g}{k\sigma} \{ \varepsilon \phi_1(x, y, z, t) + \varepsilon^2 \phi_2(x, y, z, t) \dots \} \\ \zeta(x, y, t) &= \frac{1}{k} \{ \varepsilon \eta_1(x, y, t) + \varepsilon^2 \eta_2(x, y, t) \dots \} \\ Q &= \frac{g}{k} \{ \varepsilon Q_1 + \varepsilon^2 Q_2 \dots \} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

次に、式(2)、(3)を $z=0$ のまわりでテーラー展開し、式(4)を代入すると、 $O(\varepsilon)$ 、 $O(\varepsilon^2)$ のそれぞれについて $z=0$ における自由表面での境界条件として次式を得る。

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} = 0 \quad (z=0) \quad \dots\dots\dots (5)$$

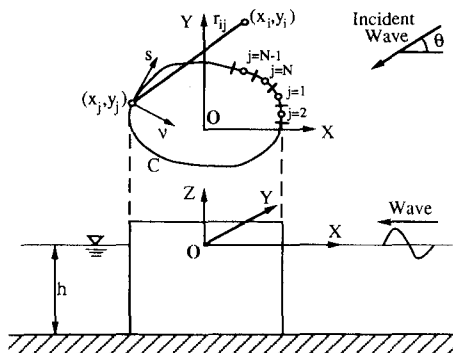


図-1 座標および境界の定義

* 正会員 工修 九州大学助手 工学部建設都市工学科
 ** 正会員 工博 九州大学助教授 工学部建設都市工学科
 *** 正会員 工博 九州大学教授 工学部建設都市工学科

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} = -\frac{1}{k\sigma} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right\} - \frac{1}{kg} \eta_1 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right\} \quad (z=0) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$O(\varepsilon)$ の入射波が単一周波数 σ の波であることから、式(5)中の ϕ_1 は基本周波数 σ の変動量である。また $O(\varepsilon^2)$ では、 ϕ_1 と η_1 が基本周波数 σ の変動量であることから、式(6)中の ϕ_2 は時間に関係しない定常成分と倍周波数 2σ の変動成分を含むことになる。従って、式(4)で示した速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z, t)$ と水面変動 $\eta(x, y, t)$ に関する級数展開は次式のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x, y, z, t) &= \frac{g}{k\sigma} \text{Re}[\varepsilon \phi^{(1)}(x, y, z) \exp(-i\sigma t)] \\ &+ \varepsilon^2 \{ \phi_2^{(0)}(x, y, z) + \phi_2^{(2)}(x, y, z) \exp(-i2\sigma t) \} + \dots \\ \eta(x, y, t) &= \frac{1}{k} \text{Re}[\varepsilon \eta^{(1)}(x, y) \exp(-i\sigma t)] \\ &+ \varepsilon^2 \{ \eta_2^{(0)}(x, y) + \eta_2^{(2)}(x, y) \exp(-i2\sigma t) \} + \dots \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

なお、式(7)中の2次のポテンシャル関数のうち、定常成分である $\phi_2^{(0)}$ は3次のオーダーの波力に寄与する量である。本研究では、2次のオーダーの波力と水面変動の算定を主たる目的とするため、以後、2次のオーダーに関する理論式の展開は、倍周波数成分である $\phi_2^{(2)}$ について行うことにする。

(a) 1次のオーダー

式(1), (5), (7)より、 $\phi^{(1)}$ に関する支配方程式と自由表面および水底面での境界条件式は次式で表される。

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla^2 \phi^{(1)}(x, y, z) &= 0 \quad \dots\dots\dots (8) \\ \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi^{(1)} &= 0 \quad (z=0) \quad \dots\dots\dots (9) \\ \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} &= 0 \quad (z=-h) \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned} \right.$$

式(9), (10)を満足する式(8)の一般解は次式で表される(井島ら, 1974)。

$$\left. \begin{aligned} \phi^{(1)}(x, y, z) &= \varphi_1(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ \varphi_1(x, y) &= \varphi_{1I}(x, y) + \varphi_{1S}(x, y) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

式中の k は次式の根で与えられる。

$$\frac{\sigma^2 h}{g} = kh \tanh kh, \quad \Gamma = \frac{\sigma^2 h}{g} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(11)の $\varphi_{1I}(x, y)$, $\varphi_{1S}(x, y)$ は、 $O(\varepsilon)$ の入射波と散乱波を表す関数で、 $\varphi_{1I}(x, y)$ は次式で与えられる。

$$\varphi_{1I}(x, y) = -i \exp\{-ik(x \cos \theta + y \sin \theta)\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

また、 $\phi^{(1)}(x, y, z)$ が式(8)を満足することより、 $\varphi_{1S}(x, y)$ は次式のヘルムホルツの方程式を満足する関数である。

$$\nabla^2 \varphi_{1S}(x, y) + k^2 \varphi_{1S}(x, y) = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

(b) 2次のオーダー

式(1), (6), (7)より、 $\phi_2^{(2)}$ に関する支配方程式と自由表面および水底面での境界条件式は次式で表される。

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla^2 \phi_2^{(2)}(x, y, z) &= 0 \quad \dots\dots\dots (15) \\ \frac{\partial \phi_2^{(2)}}{\partial z} - 4 \frac{\sigma^2}{g} \phi_2^{(2)} &= -\frac{i}{k} \left\{ \left(\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ &+ \frac{\eta_1^{(1)}}{2k} \left\{ \frac{\sigma^2}{g} \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial z^2} \right\} \quad (z=0) \quad \dots\dots\dots (16) \\ \frac{\partial \phi_2^{(2)}}{\partial z} &= 0 \quad (z=-h) \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned} \right.$$

式(16)で表されるように、 $O(\varepsilon^2)$ の自由表面での境界条件は非同次形となる。そこで、次式に示すように、ポテンシャル関数 $\phi_2^{(2)}$ が、入射波の2次の成分 ϕ_{2I} 、非同次境界条件を満足するラプラス方程式の特解で拘束波を表す ϕ_{2L} および同次境界条件を満足する一般解で自由波を表す ϕ_{2F} の和で表せるものとする。

$$\phi_2^{(2)}(x, y, z) = \phi_{2I}(x, y, z) + \phi_{2L}(x, y, z) + \phi_{2F}(x, y, z) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{2I}(x, y, z) &= \varphi_{2I}(x, y) \frac{\cosh 2k(z+h)}{\cosh 2kh} \\ \varphi_{2I}(x, y) &= -\frac{3i}{8} \frac{\Gamma}{k} \frac{\cosh 2kh}{\sinh^4 kh} e^{-i2k(x \cos \theta + y \sin \theta)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(18), (19)を式(15), (16), (17)に代入すると、 ϕ_{2L} 、 ϕ_{2F} に関して各々次式に示す支配方程式と境界条件を得る。

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla^2 \phi_{2L}(x, y, z) &= 0 \quad \dots\dots\dots (20) \\ \frac{\partial \phi_{2L}}{\partial z} - 4 \frac{\sigma^2}{g} \phi_{2L} &= \frac{i}{2k} (\Gamma^2 - k^2) \varphi_{1S}^2 \\ &+ \frac{i}{k} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_{1S}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1S}}{\partial y} \right)^2 + \Gamma^2 \varphi_{1S}^2 \right\} \\ &+ \frac{2i}{k} \left\{ \frac{\partial \varphi_{1I}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{1S}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{1I}}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{1S}}{\partial y} + \Gamma^2 \varphi_{1I} \varphi_{1S} \right\} \\ &+ \frac{i}{k} (\Gamma^2 - k^2) \varphi_{1I} \varphi_{1S} \quad (z=0) \quad \dots\dots\dots (21) \\ \frac{\partial \phi_{2L}}{\partial z} &= 0 \quad (z=-h) \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla^2 \phi_{2F}(x, y, z) &= 0 \quad \dots\dots\dots (23) \\ \frac{\partial \phi_{2F}}{\partial z} - 4 \Gamma \phi_{2F} &= 0 \quad (z=0) \quad \dots\dots\dots (24) \\ \frac{\partial \phi_{2F}}{\partial z} &= 0 \quad (z=-h) \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned} \right.$$

次に、 ϕ_{2L} 、 ϕ_{2F} のそれぞれについて水表面と水底面の境界条件を満足する解を求めることになる。

まず、拘束波成分を表す ϕ_{2L} について、式(21), (22)を満足する式(20)の特解が次式で表されるものと仮定する。

$$\phi_{2L}(x, y, z) = \gamma f(x, y) \frac{\cosh 2k(z+h)}{\cosh 2kh} \quad \dots\dots (26)$$

$$\gamma = \frac{i}{2k^2 \tanh 2kh - 2 \tanh kh} \quad \dots\dots\dots (27)$$

ただし、 $f(x, y)$ は ϕ_{2L} が式(21)の水面境界条件を満たすべきことより、次式で与えられる関数である。

$$\begin{aligned} f(x, y) = & \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_{1s}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1s}}{\partial y} \right)^2 + \Gamma^2 \varphi_{1s}^2 \right\} \\ & + 2 \left\{ \frac{\partial \varphi_{1I}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{1s}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{1I}}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{1s}}{\partial y} + \Gamma^2 \varphi_{1I} \varphi_{1s} \right\} \\ & + \frac{1}{2} (\Gamma^2 - k^2) \varphi_{1s}^2 + (\Gamma^2 - k^2) \varphi_{1I} \varphi_{1s} \quad \dots\dots (28) \end{aligned}$$

式(28)に示すように、 $f(x, y)$ は $O(\varepsilon)$ の量のみを含むことより、 φ_{1s} が算定されれば式(26)より ϕ_{2L} が決まることになる。

次に、自由波成分である ϕ_{2F} について、式(24)、(25)を満足する式(23)の一般解は、式(24)で示される自由表面での境界条件が同次形であることより、 $O(\varepsilon)$ の場合と同様に次式で表すことができる。

$$\phi_{2F}(x, y, z) = \varphi_{2F}(x, y) \frac{\cosh k^{(2)}(z+h)}{\cosh k^{(2)}h} \quad \dots (29)$$

式中の $k^{(2)}$ は次式の根で与えられる。

$$\frac{(2\sigma)^2 h}{g} = k^{(2)} h \tanh k^{(2)} h \quad \dots\dots\dots (30)$$

ϕ_{2F} がラプラス方程式を満足することより、 $\varphi_{2F}(x, y)$ は次式のヘルムホルツの方程式を満足する関数である。

$$\nabla^2 \varphi_{2F}(x, y) + (k^{(2)})^2 \varphi_{2F}(x, y) = 0 \quad \dots\dots\dots (31)$$

2.2 数値計算法

図一に示すように、柱体に沿う境界線を C 、境界に対して外向き法線を ν で定義し、自由表面 $z=0$ における領域内部の点 (i) と柱体周辺の境界上の点 (j) の座標をそれぞれ X_i , X_j で表すものとする、 X_i における一次のオーダーの $\varphi_{1s}(X_i)$ と2次のオーダーの $\varphi_{2F}(X_i)$ は、グリーン公式を用いてそれぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} \varphi_{1s}(X_i) = & \alpha \oint_C \left\{ \varphi_{1s}(X_j) \frac{\partial}{\partial \nu} G^{(1)}(kr_{ij}) \right. \\ & \left. - G^{(1)}(kr_{ij}) \frac{\partial}{\partial \nu} \varphi_{1s}(X_j) \right\} ds \quad \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{2F}(X_i) = & \alpha \oint_C \left\{ \varphi_{2F}(X_j) \frac{\partial}{\partial \nu} G^{(2)}(k^{(2)}r_{ij}) \right. \\ & \left. - G^{(2)}(k^{(2)}r_{ij}) \frac{\partial}{\partial \nu} \varphi_{2F}(X_j) \right\} ds \quad \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

r_{ij} は i 点と j 点間の距離を表し、 $G^{(1)}(kr_{ij})$, $G^{(2)}(k^{(2)}r_{ij})$ はそれぞれ無限遠方での radiation 条件を満足するヘルムホルツの方程式(14)、(31)の特解より成る関数であり、 α は X_i が領域内部の点の場合 $\alpha = -i/2$ を取り、 X_i が C 上の点の場合 $\alpha = -i/4$ の値を取る (井島ら, 1974)。

1次と2次のオーダーの C 上での境界条件は、柱体側面での不透過条件より次式が成り立たねばならない。

$$\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial \nu} = 0 \quad \frac{\partial \phi_2^{(2)}}{\partial \nu} = 0 \quad (-h \leq z \leq 0) \quad \dots\dots\dots (34)$$

式(11)、(18)をそれぞれ式(34)に代入して z に関する積分演算を行うと柱体側面での境界条件として次式を得る。

$$\frac{\partial \phi_{1s}}{\partial \nu} = -\frac{\partial \phi_{1I}}{\partial \nu} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\frac{\partial \varphi_{2F}}{\partial \nu} = -\beta \left(\frac{\partial \varphi_{2I}}{\partial \nu} + \gamma \frac{\partial f}{\partial \nu} \right) \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$\begin{aligned} \beta = & \frac{i}{4k\Gamma} \frac{1}{M_0} \frac{1}{\gamma} \frac{(k^{(2)})^2}{(2k)^2 - (k^{(2)})^2} \left\{ \dots\dots\dots (37) \right. \\ M_0 = & \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2k^{(2)}h}{\sinh 2k^{(2)}h} \right) \end{aligned}$$

図一に示すように、境界 C を幅 ΔS_j の N 個の微小要素に分割し、各要素上でポテンシャル関数は一定 (0 次要素) であるとする。 X_i を C 上の点に選び、式(32)、(33)を差分表示して境界条件である式(35)、(36)を用いると、 $O(\varepsilon)$ と $O(\varepsilon^2)$ のそれぞれについて次式に示す $\varphi_{1s}(j)$ と $\varphi_{2F}(j)$ に関する N 元の複素連立一次方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \left(\overline{G_{ij}^{(1)}} - \delta_{ij} \right) \varphi_{1s}(j) = & - \sum_{j=1}^N G_{ij}^{(1)} \overline{\varphi_{1I}}(j) \\ (i=1 \sim N) \quad \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \left(\overline{G_{ij}^{(2)}} - \delta_{ij} \right) \varphi_{2F}(j) = & -\beta \sum_{j=1}^N G_{ij}^{(2)} \{ \overline{\varphi_{2I}}(j) + \gamma \overline{f}(j) \} \\ (i=1 \sim N) \quad \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

式中の $\overline{G_{ij}^{(1)}}$, $\overline{G_{ij}^{(2)}}$, $\overline{f}(j)$ は $G_{ij}^{(1)}$, $G_{ij}^{(2)}$, $f(j)$ の法線方向微分を表す。なお $f(x, y)$ は次のヘルムホルツの方程式

$$\nabla^2 f + (2k)^2 f = 0 \quad \dots\dots\dots (40)$$

を満足すべき関数であるから、 φ_{1s} , φ_{2F} に関する式(32)、(33)と同様にグリーン公式を用いて表すことができる。従って、式(39)中の $\overline{f}(j)$ は、グリーン公式より得られる $f(j)$ と $\overline{f}(j)$ の関係を用いれば、式(28)を直接微分することなしに算定することができる。

以上より、式(38)で与えられる φ_{1s} に関する N 元連立一次方程式を解いて1次のオーダーのポテンシャル関数 $\phi_1^{(1)}$ を算定し、ついで式(39)で与えられる φ_{2F} に関する連立一次方程式を解いて、式(19)、(26)で与えられる ϕ_{2I} と ϕ_{2L} とともに式(18)に代入することにより、2次のオーダーのポテンシャル関数 $\phi_2^{(2)}$ が決まることになる。

2.3 諸量の算定

$O(\varepsilon)$ と $O(\varepsilon^2)$ の $z=0$ における水面波形はそれぞれ次式で算定できる。

$$\eta_1^{(1)} = i\varphi_1 + Q_1 \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$\eta_2^{(0)} = -\frac{1}{4k\Gamma} \left\{ \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right|^2 \right\} + \frac{\Gamma}{4k} |\varphi_1|^2 + Q_2 \quad \dots (42)$$

$$\eta_2^{(2)} = 2i\{\varphi_{2F} + \varphi_{2I} + \gamma f\} - \frac{1}{4k\Gamma}\left\{\left(\frac{\partial\varphi_1^{(1)}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_1^{(1)}}{\partial y}\right)^2\right\} - \frac{3\Gamma}{4k}\varphi_1^2 \dots\dots\dots (43)$$

また、 $O(\varepsilon)$ と $O(\varepsilon^2)$ の波力はそれぞれ次式で算定できる。

$$F_{1x}^{(1)} = i\oint_C f_1 \varphi_1 dy \dots\dots\dots (44)$$

$$F_{1y}^{(1)} = -i\oint_C f_1 \varphi_1 dx \dots\dots\dots (45)$$

$$F_{2x}^{(0)} = -\frac{1}{4k\Gamma}\oint_C \left\{\left(\left|\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial\varphi_1}{\partial y}\right|^2\right)f_2 + |\varphi_1|^2 f_3\right\} dy + \frac{1}{4kh}\oint_C |\varphi_1|^2 dy \dots\dots\dots (46)$$

$$F_{2y}^{(0)} = \frac{1}{4k\Gamma}\oint_C \left\{\left(\left|\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial\varphi_1}{\partial y}\right|^2\right)f_2 + |\varphi_1|^2 f_3\right\} dx - \frac{1}{4kh}\oint_C |\varphi_1|^2 dx \dots\dots\dots (47)$$

$$F_{2x}^{(2)} = 2i\oint_C \{\varphi_{2F} f_4 + (\varphi_{2I} + \gamma f) f_5\} dy - \frac{1}{4k\Gamma}\oint_C \left\{\left[\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial y}\right)^2\right]f_2 + \varphi_1^2 f_3\right\} dy - \frac{1}{4kh}\oint_C \varphi_1^2 dy \dots\dots\dots (48)$$

$$F_{2y}^{(2)} = -2i\oint_C \{\varphi_{2F} f_4 + (\varphi_{2I} + \gamma f) f_5\} dx + \frac{1}{4k\Gamma}\oint_C \left\{\left[\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial y}\right)^2\right]f_2 + \varphi_1^2 f_3\right\} dx + \frac{1}{4kh}\oint_C \varphi_1^2 dx \dots\dots\dots (49)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{k} \tanh kh \\ f_2 &= \frac{1}{2k} \tanh kh \left\{1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh}\right\} \\ f_3 &= \frac{k}{2} \tanh kh \left\{1 - \frac{2kh}{\sinh 2kh}\right\} \\ f_4 &= \frac{1}{k^{(2)}} \tanh k^{(2)} h \\ f_5 &= \frac{1}{2k} \tanh 2kh \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

3. 実験による検証

解析法の妥当性を検証するために水槽実験を行った。幅 10 m, 長さ 18 m の平面水槽中央に直径 $2a=37$ cm の円柱 (塩ビパイプ) を設置し、水深を $h=40$ cm として周期が 1.14 秒 ($kh=1.4$) の場合と、1.46 秒 ($kh=1.0$) の場合について柱体近傍の水面変動を測定した。入射波高は、 $kh=1.4$ の場合は 8.7 cm, $kh=1.0$ の場合は 6.5 cm

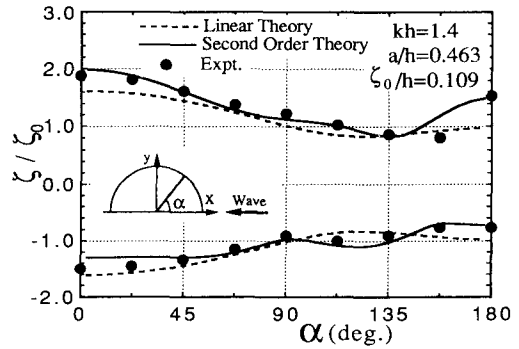


図-2 (a) 円柱周囲での波高の包絡線 ($kh=1.4$)

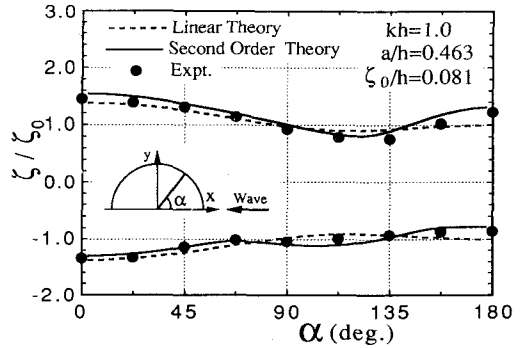


図-2 (b) 円柱周囲での波高の包絡線 ($kh=1.0$)

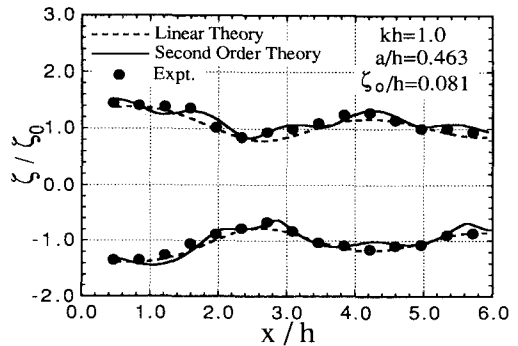


図-3 (a) 円柱近傍の波高の包絡線 (x 軸上の分布)

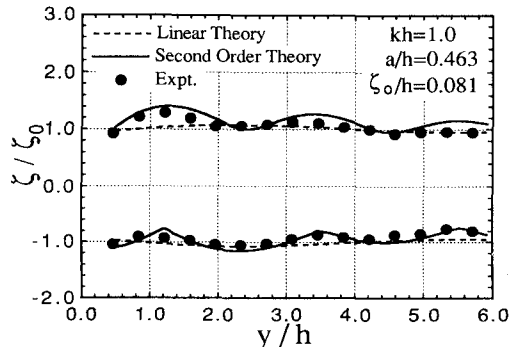


図-3 (b) 円柱近傍の波高の包絡線 (y 軸上の分布)

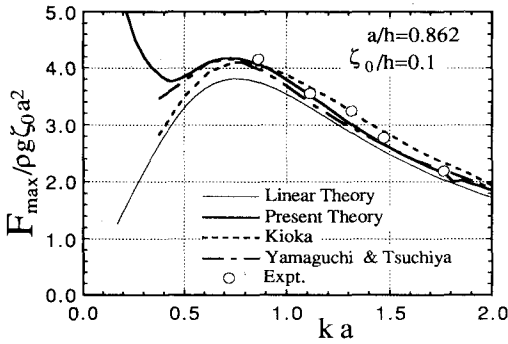


図-4 円柱に作用する最大波力

で、 $kh=1.4$ の場合は円柱背後で若干の碎波が見られたものの、両ケースのアーセル数はそれぞれ4.4と6.4で、2次のストークス波の適応範囲内の条件である (Dean, 1970)。図-2(a), (b) は、 $kh=1.4$ と $kh=1.0$ の場合について、円柱周囲での波高の包絡線について実験値と解析解を比較したものである。また、図-3(a), (b) は、図-1で $\theta=0$ とした場合の、 x 軸と y 軸の正方向に沿った波高の包絡線を $kh=1.0$ の場合について比較したものである。これらの図より、破線で示した線形解に比べ、2次のオーダーまで考慮した解析解は実験値と良い一致を示している。図-4 は、円柱に作用する最大波力について、既往の解析結果 (喜岡ら, 1984; Chakrabarti, 1978) と比較したものである。 $ka > 1.0$ の範囲では各解析法に顕著な差異は見られないが、 $ka < 0.5$ の範囲では ka の減少にともない喜岡らの解析解が線形解に徐々に漸近しているのに対し、本解析法ではストークス波の適用範囲をはずれるため、波力は徐々に増加する傾向を示している。図-5 は、 $kh=1.0$ 、 $\zeta_0/h=0.15$ とした場合の矩形柱体 ($b/h=0.5$ 、 $d/h=1.0$) 近傍の水面変動の最大値の空間分布を線形解と比較したものである。非線形干渉の影響により、柱体の横および通過側での分布パターンは1次と2次とでは大きく異なっていることがわかる。

4. 結 論

2次のオーダーのストークス波と任意断面形状柱体の相互干渉問題を、グリーン公式と摂動法を併用することにより定常問題として解析する方法を示し、水槽実験および既往の解と比較して解析法の検証を行った結果、本解析法が妥当な解を与えることがわかった。本解析法は、流体内の2次のオーダーの速度ポテンシャルを求めることになるので、流体域内の流速、圧力、水面変動および柱体に作用する波力等が容易に算定できる。本文では、

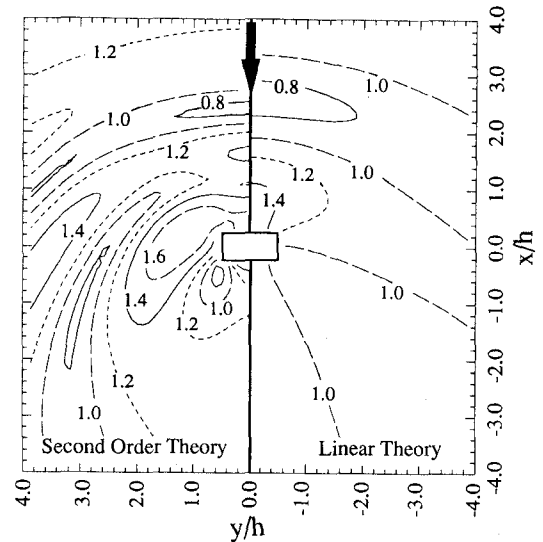


図-5 矩形柱体近傍の水面変動の最大値
 $[b/h=0.5, d/h=1.0, kh=1.0, \zeta_0/h=0.15]$

解析法の検討を主たる目的としたため単一柱体を対象に述べたが、本解析法は複数柱体列や没水構造物にも拡張が容易で、今後はそのような構造物周辺の非線形波動場の特徴について解析を行う予定である。

参 考 文 献

- 井島武士・周末仁・湯村やす (1974): 任意形状の透過および不透波堤による波の散乱, 土木学会論文報告集, 第228号, pp. 31-42.
- 喜岡渉・石田昭 (1984): 円柱に作用する第2次近似回折波力, 第31回海講論文集, pp. 620-624.
- 喜岡渉 (1987): 柱状構造物に作用する非線形回折波力, 第34回海講論文集, pp. 573-580.
- 山口正隆・土屋義人 (1974): 大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線形性の影響, 土木学会論文報告集, 第229号, pp. 41-53.
- Chakrabarti, S. K. (1978): Comment on second-order wave effect on large-diameter vertical cylinder, J. Ship. Res., Vol. 22, No. 4, pp. 266-268.
- Dean, R. G. (1970): Relative validities of water wave theory, Proc. ASCE, Vol. 96, WW1, pp. 105-119.
- Kriebel, D. L. (1990): Nonlinear wave interaction with a vortical cylinder, Part I: Diffraction theory, Ocean Eng., Vol. 17, No. 4, pp. 345-377.
- Molin, B. (1979): Second-order diffraction loads upon three-dimensional bodies, Applied Ocean Res., Vol. 1, No. 4, pp. 197-202.
- Taylor, R. E., S. M. Hung, (1987): Second order diffraction forces on a vertical cylinder in regular waves, Applied Ocean Res., Vol. 9, No. 1, pp. 19-30.