

境界要素法による防波堤に作用する波力の数値計算

——半没水型上部斜面堤に対する波力の算定——

細 山 田 得 三*・高 橋 重 雄**

1. はじめに

近年、電子計算機の発達にともない、波の数値計算は日常の設計にまで取り入れられるようになってきている。しかしながら、それは波の伝播などの計算が主であり、波力を直接的に計算する場合においても、浮体や海洋構造物などに限られているのが現状である。ただし将来的には防波堤などの海岸・港湾施設に対しても適用できるように発展させる必要がある。

数値計算による波力の算定法は、今まで数多く提案されており、微小振幅波を仮定した線形ポテンシャル理論に基づく数値計算法は既に確立している。しかしながら一般に防波堤の設計に用いられる波浪条件は微小振幅波の適用範囲をはるかに越えている場合が多く、実際に計算を行うには、①非線形項、②碎波、③越波、④防波堤形状が複雑なときの抗力等の取扱い、などの困難な問題がある。このため防波堤に作用する波力を算定するには、水理模型実験を実施しているのが現状である。

本研究は、防波堤の設計波力を求めるときに、どの程度数値計算が適用できるかを検討したものである。採用した数値計算法は、室内実験にできるだけ対応するように、時間領域で解を与えることができ、かつある程度非線形性が考慮できる境界要素法（大山，1991）を用いている。対象とした防波堤の構造は、半没水型上部斜面ケ

ーソン堤であり、比較のために通常の混成堤も計算している。半没水型上部斜面ケーソン堤は、下部が直立壁、上部工が斜面形をしており、斜面の下端部が静水面下に没している。著者らは、斜面を有する波浪制御構造物の波力の低減特性に着目し、この半没水型上部斜面ケーソン堤の室内実験を実施している。

本研究においては、規則波による水路実験を数値計算で再現することを基本としており、まず通過波検定に対応した数値計算を図-1のⅠに示す実験水路（当所 105 m 造波水路）を対象として実施した。

2. グリーン公式に基づく直接境界要素法

(1) 基礎方程式と境界積分方程式

流体を非圧縮、非粘性とし、流体運動を非回転とすると、速度ポテンシャル ϕ が存在し、基礎式はラプラスの方程式となる。 ϕ が調和関数であるためグリーン公式を適用し、 ϕ が満たすべき境界条件（固体壁上での不透過条件、造波境界での流速流入の条件、自由表面での運動学的条件）を考慮すると以下の式が得られる。

$$\phi(P) = -\frac{1}{\alpha(P)} \left\{ \oint_S \phi \frac{\partial G}{\partial n} dS - \int_{\text{自由表面}} \eta \cos \beta G dS + \int_{\text{造波境界}} U G dS \right\}$$

$$G = \ln(1/r), \quad r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2} \quad \dots\dots (1)$$

ここに、 n 、 U 、 β 、 η はそれぞれ境界面の法線方向単位ベクトル、波による粒子速度、 n と鉛直線のなす角度、静水面からの水位変動である。 P は境界上の節点、 $\alpha(P(x, y))$ は節点 P と両側の節点のなす角度、 S は流体の境界線である。 ξ 、 ζ は、 S に沿う線積分を行う際の積分変数である。なお以下各変数上のドットは時間微分を意味する。

自由表面における力学的条件式については重み付き残差法を適用する。境界条件を考慮した圧力方程式に重み関数 ω を乗じ、その自由表面上での積分を行うと次式(2)が導かれる。 g 、 s はそれぞれ重力加速度、境界面の接線方向ベクトルである。

$$\int_{\text{自由表面}} \omega [\dot{\phi} + 1/2((\dot{\eta} \cos \beta)^2 + (\partial \phi / \partial s)^2) + g\eta] dS = 0 \quad \dots (2)$$

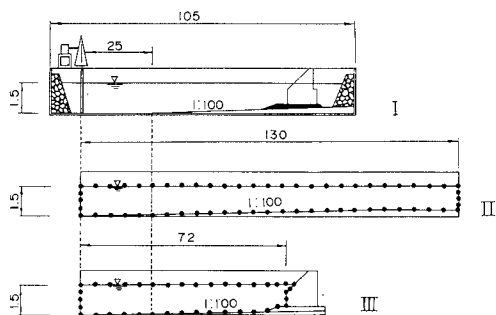


図-1 室内実験および数値計算を実施した水路

* 正員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部主任研究官
 ** 正員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部耐波研究室長

これら式(1), (2)を離散化して逐次解くことにより ϕ , η の時間発展を求めることができる。

(2) 離散化

式(1), (2)中, 境界 S に沿って変化する従属変数は ϕ , ϕ , η , $\dot{\eta}$, U , ω である。ここではこれらの分布形として一次関数を用いる。すなわち, 節点 j と隣あう節点 $j+1$ の間を直線で近似し, 直線上の値は, 両節点からの距離で重みをつけて内挿する。これにより, 例えば内挿された ϕ は,

$$\begin{aligned}\phi(s) &= (1-s/l_j, s/l_j)(\phi_j, \phi_{j+1})^T \\ &= N_j^T \cdot \phi_j \dots \dots \dots (3)\end{aligned}$$

となる。 l_j は, 節点 $j, j+1$ 間の直線距離である。 ϕ , η , $\dot{\eta}$, U , ω についても同様の表示を行い, 式(1), (2)に代入し, 境界積分を節点上の各変数の和として表示すれば以下ようになる。

$$\begin{aligned}a_i \phi_i + \sum_j H_{ij}^T \phi_j - \sum_j \cos \beta_j G_{ij}^T \dot{\eta}_j + \sum_j G_{ij}^T U_j = 0 \\ \text{(全境界)} \quad \text{(自由表面)} \quad \text{(造波境界)}\end{aligned} \dots \dots \dots (4)$$

$$H_{ij}^T = \int_0^{l_j} N_j^T (\partial G / \partial n)_{ij} ds, \quad G_{ij}^T = \int_0^{l_j} N_j^T G_{ij} ds \quad \dots \dots (5)$$

添字 i, j は, 境界上の節点番号である。 $i=j$ の場合, $r=0$ となり, 特異点となるが解析的に厳密な処理を行った。式(2)については離散化後, ω_j について整理し, ω_j の係数 γ_j が0になるようにする。

$$\gamma_j = 0 \quad \text{(表面節点)} \dots \dots \dots (6)$$

以上の方法によって(総節点数)+(表面節点数)本の代数方程式が得られる。

(3) 時間発展と非線形項の処理

各節点は鉛直方向にのみ移動するものとする。時間発展式(4), (6)では初期値が与えられれば時間増分値が未知数となる。ここで未知数 $\eta^{(n)}(t)$, $\dot{\eta}^{(n)}(t)$, $\phi(t, z)$, $\dot{\phi}^{(n)}(t, z)$ を前時間ステップに対する増分値($\Delta \phi^{(n)}$, $\Delta \dot{\phi}^{(n)}$, $\Delta \eta^{(n)}$, $\Delta \dot{\eta}^{(n)}$)を用いて表示する。 ϕ について例示すると

$$\phi^{(n)} = \phi^{(n-1)} + \Delta \phi^{(n)} \dots \dots \dots (7)$$

となる。各増分値の表示はテイラー展開によって求められる。 $\phi^{(n)}$ および $\dot{\phi}^{(n)}$ の展開については, 大山(1991)が提案したテイラー展開の2次の項まで含めて計算し, 式(4), (6)を整理して全節点の $\Delta \phi^{(n)}$ と表面節点の $\Delta \eta^{(n)}$ について連立一次方程式を誘導した。これを解いて次の時間ステップの解を計算する。ただし, 境界形状は前時間ステップのままなので計算された $\Delta \eta^{(n)}$ を使って境界形状を逐次変えて再帰的に連立一次方程式を解いた。これらを $\Delta \eta$ が収束するまで繰り返し, 次の時間ステップを求めた。

計算の初期値は静水状態であるので, 水槽の形状を表す座標値(x, z)をのぞいてすべての変数は0である。計

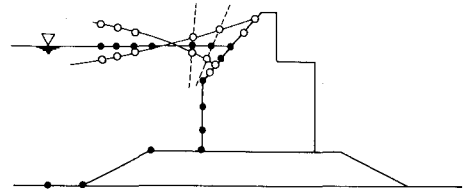


図-2 斜面近傍での局所座標

算領域内の流速(u, w), 各節点上での圧力(p)はそれぞれ, ϕ の空間微分, 各節点での圧力方程式から求めた。計算の初期において U に左端造波境界での流速値を逐次与え造波する。なお, U の与え方については, ピストン型の造波機を想定し, z 方向に様な流速を与える場合, ストークス波の水平流速の第3次近似解を与える場合の2つのタイプで計算を行った。

(4) 斜面付近での節点変位

以上の定式化では, 自由表面の節点がすべて鉛直方向に移動することを仮定している。しかしながら, 半没水型上部斜面ケーソン堤の斜面上では遡上する流体の挙動を表現できない。そこで波の斜面遡上に用いられた局所座標系を導入する(Kimら, 1983)。

図-2には, 斜面に乗り上げる流体の挙動を示すための節点の移動方向を点線で示す。斜面近傍の節点の移動方向はあらかじめ斜面に沿って斜めになっている。このため斜面近傍の自由表面上の節点に関する定式化は上記のものとは若干異なる(大山, 1987)。

3. 通過波

(1) 通過波の発生

実際の水路では, 波は造波機で連続的に作られ堤体設置予定位置を通過し, 水路後端の消波装置で消波される。計算でも消波装置の効果を取り入れたスポンジ層を用いることができるが, ここでは前掲図-1のIIに示すように仮想の水路を設けている。すなわち, 実際のものより25 m長くし, 反射波の影響を受けるまでに安定した波が10波程度通過できるようにしている。

図-3は, 通過波の波形を示している。上段は波が右端において反射する前を示し, 下段は反射後である。計算は, 周期 T が3秒の波を対象にしており, $\delta x/L$ は0.098で水路に14.5波の波が現れている。 $\delta t/T$ は0.05であり造波時間46.8秒に対して, NEC SX-E1のスーパーコンピュータで765秒のCPU時間を必要としている。造波直後の波を見ると波の峯が鋭く, また波形に若干の擾乱がみられる。しかし波の伝播においてこの擾乱は減衰し, 安定した波形となっている。ただし, U の振幅を大きくしていくと擾乱が発達し, 計算が発散する。水槽の左から25 mの位置から1:100の海底勾配がついて

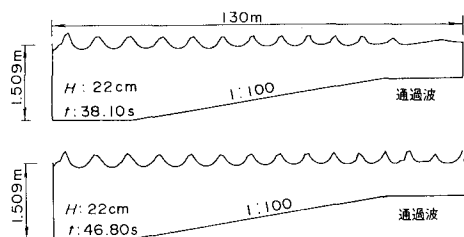


図-3 波の伝播 (通過波)

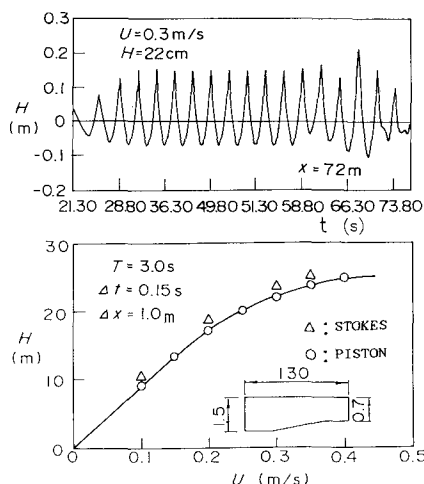


図-4 通過波の波高

いる。波は伝播するにつれ、波長が短くなっており計算においても水深の変化の影響が矛盾無く含まれていることが分かる。

図-4は、波高検定の結果である。水理模型実験では、横軸を造波信号の入力レベルにとって、堤体設置位置での波高を測定し波高検定を行うが、横軸を造波領域でのピストン型の造波における流速振幅および3次のストークス波の静水面での流速振幅にとって堤体設置位置($x=72\text{ m}$)での計算通過波高を示したものである。図の上段は堤体設置位置での波高の時系列の一例である。 $t=60\text{ s}$ 以降では反射波の影響を受けて波形が乱れているが、実験での造波の場合と同様に最初小さくやや大きくなってその後ほぼ一定の波高となっており (Takayama, 1976)、この一定となった波を波力計算に用いている。波高検定ではすべて60 s以前の安定した波高を用いて行った。流入流速が小さい領域では流速振幅に比例して波高が増大している。しかし、 0.3 m/s を越えたところで波高の増加率がわるくなり波高があたまたまとなる。さらに流速振幅を大きくすると計算が発散する。ストークス波を用いた場合でも同様である。このため本研究においては造波可能な波高の範囲内の計算にとどめた。しかしながら、実際に実験水路に発生する規則波の

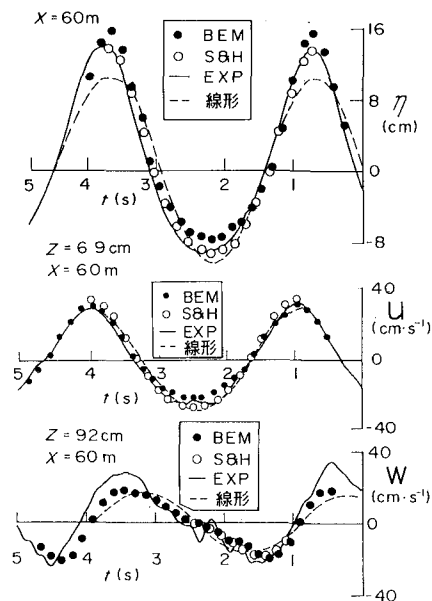


図-5 水位変動, 水平流速, 鉛直流速の時系列

波高限界は計算上の限界波高よりもかなり大きい。離散化のパラメータの設定や流速 U の時間波形などをさらに検討する必要がある。

(2) 通過波の波形と流速

図-5は、水面変動 η 、水平流速 u 、鉛直流速 w について数値計算 (黒丸)、室内実験 (実線)、ストークス波の第5次近似による解析解 (白丸) (Skjelbreia・Hendrickson, 1960)、微小振幅波による量 (点線) を示す。これは造波位置から60 m地点のものであり、 $H=22\text{ cm}$ の場合である。

水面変動は、解析解と計算結果はほぼ一致している。実験ともかなりよく一致しているが、実験と比較して峰がやや高く、谷がやや浅くなる傾向にある。水平流速について峰と谷で値がやや小さくなっているものの、位相はよく一致している。鉛直流速については室内実験では正弦曲線に比べてかなりピーク値の位相がずれているが計算によってもその傾向がよく現れている。

4. 堤体に作用する波

(1) 波の伝播と堤体に作用する波面

数値水路の造波端から約73 mの位置に半没水型上部斜面堤、および通常の混成堤を設置して計算を行った。前掲図-1のⅢは、その計算点等を示すものである。半没水上部斜面堤の諸元は、ケーソンの没水水深が80.1 cm、斜面部下端の没水水深が27.7 cm、天端高さが16 cm、そして斜面の角度が 45° である。

図-6に、混成堤と半没水型上部斜面ケーソン堤を設

置した場合の水面波形を示す。これは、第3波目が反射し、波の峰(実線)と谷(点線)となった時の波面である。堤体前面に重複波の節と腹がよく現れている。斜面壁からの反射波は、斜面を遡上することによって変形し、重複波の波形がやや乱れている。

図-7は、半没水型上部斜面ケーソン堤の斜面上への波の遡上(実線)を混成堤の鉛直壁の場合(点線)と比較して示している。遡上高は斜面の方が高く、斜面堤が越波を促進する傾向をよくあらわしている。

一般に越波を数値計算によって評価する方法はむずかしい。上部斜面堤でも実際の越波をさせることはできないが、計算では波面が堤体天端高を越えても無限に斜面が続くとしており、波力については、越波の効果がある程度含ませることができると思われる。

また、本計算法では引き波時に水位が堤体下端を下回ると計算が発散する。このため入射波高を大きくとることができない。これらの問題は境界上の節点の再配置により回避できると考えられるが今後の検討課題である。

(2) 堤体に作用する波圧

図-8(1)には半没水型上部斜面堤の直立部下端における波圧(□)および斜面部に作用する平均波圧(○)の時系列を示す。図中の縦の点線および鎖線は、それぞれ直立部、斜面部の波圧のピークをとる位相を示している。斜面部の波圧がピークをとる位相は、直立部に作用する波圧がピークとなる位相よりも遅くなっている。

図-8(2)は混成堤に作用する同様の波圧の時系列である。混成堤の上部と下部の波圧には位相差は生じていない。波圧のピーク値は、混成堤に比して半没水型上部斜面堤の方が小さい。

半没水型上部斜面堤に作用する波圧が低減する理由は、直立部と斜面部に作用する波圧に位相差がつくこと、越波を促進し堤体前面での水位が上昇しにくいこと、斜面に作用する波力が直立壁の場合に比べて低減されることなどが実験によって報告されている(沿岸開発技術研究センター, 1992)。この数値計算によってもこれらの波力低減特性がよく表されている。

図-9は、混成堤(左側)と半没水型上部斜面堤(右側)に作用する波圧分布を比較して示す。上段が入射波高 H が14 cm ($H/h=0.134$), 下段は, H が20.8 cm ($H/h=0.2$)である。周期は, $T=3.0$ s ($T\sqrt{g/h}=9.4$)である。図中の矢印は、各節点において計算された波圧を示す。 t は、造波を開始してから経過時間である。位相は、半没水型上部斜面ケーソン堤では斜面部に作用する平均波圧が最大となる場合であり、混成堤はそれと比較するため半没水型上部斜面堤の斜面部に対応した部分での平均波圧が最大となる場合である。混成堤では各点に作用する波圧が最大となる位相はすべて同じであるので、波力が最大となる位相でもある。半没水型上部斜面堤の斜面部に作用する波圧は混成堤に比べて低減されていることがわかる。また、半没水型上部斜面堤は、堤体前面の

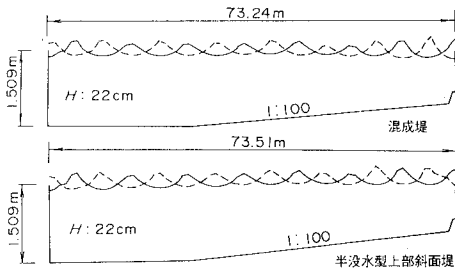


図-6 波の伝播(堤体設置後)

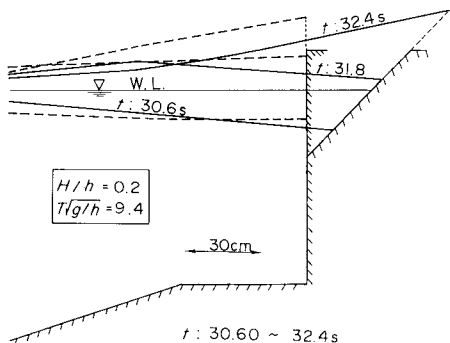


図-7 堤体直前の水面変動と遡上

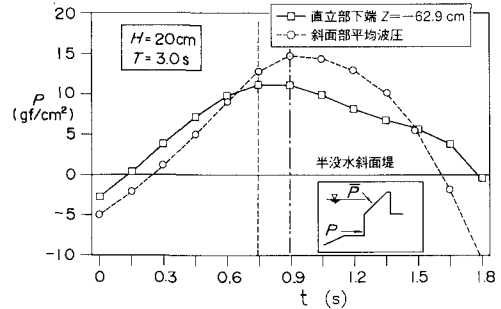


図-8 (2) 混成堤

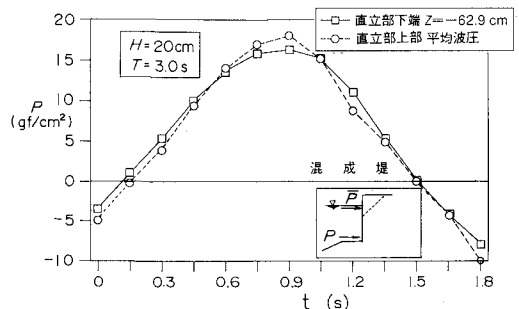


図-8 (1) 半没水型上部斜面堤

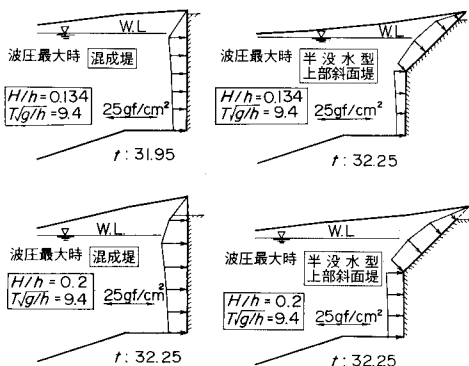


図-9 同時波圧分布 (波圧最大時)

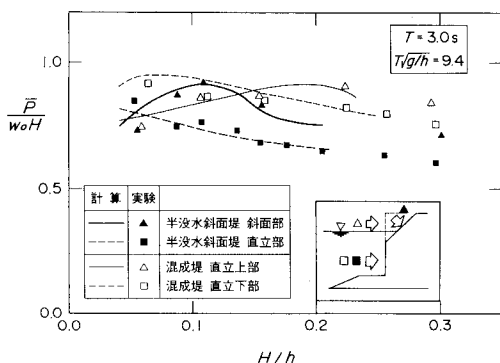


図-10 平均波圧係数

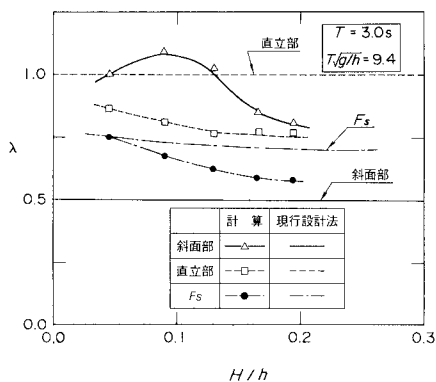


図-11 波圧・波力低減係数

水位が混成堤に比べて低く、混成堤直立部に作用する波圧が低減されている。

図-10 は波高水深比 (H/h) に対する斜面部および直立部に作用する平均波圧係数のピーク値を実験値と比較して示している。半没水型上部斜面堤は直立部、斜面部とも波高が小さい場合を除いて混成堤をほぼ下回っている。その傾向は波高の増大とともに顕著になっている。また、計算値と実験値はよく一致している。

図-11 には波圧低減係数 λ (半没水型上部斜面堤と混成堤の波圧の比) を示している。この図には数値計算か

ら求めた斜面部と直立部の低減率とともに滑動合成波力 (F_s) の低減率も示している。 H/h が 0.2 付近では半没水型上部斜面堤の斜面部では約 20 % の波圧低減となり、同じく直立部では約 25 % の波圧低減となっている。また、滑動合成波力は、約 40 % の低減となっており、半没水型上部斜面堤の安定性が計算によってもよく表されることが分かる。図中には上部斜面堤の現行設計法で用いられている各低減係数も併せて示している。上部斜面堤の設計法を準用した場合、直立部では過大、斜面部では過小となっている。しかし、滑動合成波力 (F_s) の計算値は安全となり、半没水型上部斜面堤が上部斜面堤よりもさらに安定な構造物であることが分かる。

4. あとがき

今回の実験で得られた結論は以下のとおりである。

① 本計算法によって計算した通過波は、実験結果や理論とよく対応している。しかしながら、発生できる波高の上限は、砕波限界に比して小さく、造波方法等をさらに検討する必要がある。

② 半没水型上部斜面ケーソン堤と通常の混成堤に作用する波圧の計算値を比較した結果、半没水斜面による波圧低減特性がよく計算でも評価されることがわかった。また計算結果は実験と一致している。

③ ただし、半没水型上部斜面堤の斜面下端よりも深く波が引いた場合、計算が破綻する。境界節点の再配置等をさらに検討する必要がある。

数値計算によって防波堤などの波力が算定されるようになるためには、一般の技術者でも安定した計算結果が得られる必要がある。必ずしもすべての条件で用いることができなくても、利用できる条件を明確にして、計算の汎用化を進めて行きたい。

参考文献

- 大山 巧 (1991): 数値波動水槽の開発と非線形波動解析への応用, 学位論文, 東京工業大学 (平成 3 年 3 月), 132 p.
- 大山 巧 (1987): クノイド波の斜面遡上の境界要素解析, 土木学会論文集, 第 381 号/II-7, pp. 189-198.
- 沿岸開発技術研究センター (1992): 新波浪制御構造物に関する調査・報告書, pp. 21-114.
- Tanimoto, K., S., Takahashi (1993): Design and construction of caisson breakwaters—the Japanese experience—, J. Coastal Eng. (投稿中)
- Kim, S. K, P. L-F. Liu, J. A. Liggett (1983): Boundary integral equation solutions for solitary wave generation, propagation, and run-up, Coastal Eng., Vol. 7, pp. 299-317.
- Takayama, T. (1976): Theory of transient fluid waves in a vibrated storage tank, Rep. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 15, No. 2, pp. 3-53.
- Skjelbreia, L., J. Hendrickson (1960): Fifth order gravity wave theory, Proc. 7th Coastal Eng. Conf., pp. 547-566.