

# 特性曲線法による傾斜式護岸の越波量算定モデル

萩 原 運 弘\*

## 1. はじめに

堤内地保護のために極力越波を防ぐという従来からの越波問題に代わって、近年、水質の浄化やエネルギー獲得のために積極的に越波による流れを利用しようとするのが注目されている。これまでの数多くの越波量に関する研究は主として実験的なアプローチにより行われており、数値モデルによる研究は少ない。もし越波量を求めることのできる数値モデルが開発できれば、容易に条件を変えて越波量を最大にする構造物形状を決定でき、設計に対して有効な手段と成り得る。

Kobayashi ら (1989) は Lax-Wendroff 差分法により傾斜式護岸の越波量を求める計算モデルを提案している。越波量の計算結果は Saville の実験結果と比較されているが、越波量と構造形状の関係については言及していない。また、山本ら (1991) も Kobayashi らと同様に Lax-Wendroff 法を用いて斜面上の直立護岸の越波量算定モデルの適用性について検討している。しかし斜面上に直立護岸が設置されているため、完全な斜面の越波量算定モデルになっていない。越波量の算定には斜面の底面摩擦の評価が重要であるが、Kobayashi らも山本らも底面摩擦の越波量に及ぼす影響については検討していない。

本研究は、傾斜式護岸に対して非線形長波理論を特性曲線法に基づいて解析する越波量算定モデルを構築し、越波量と構造形状の関係、底面摩擦が越波量に及ぼす影響等について検討しようとするものである。また、計算結果の妥当性については水理実験結果と比較検討する。

## 2. 基礎方程式

図-1 に示すような天端高  $h_c$ 、一様勾配  $\theta$  の斜面を波が越波する場合を考える。斜面上に沿って  $x'$  軸、底面に直角上向きに  $z$  軸をとると、水深方向に積分した  $x'$  方向の連続式および運動方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial h'}{\partial t'} + \frac{\partial(u'h')}{\partial x'} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(u'h')}{\partial t'} + \frac{\partial(u'^2 h')}{\partial x'} \\ &= -gh' \cos \theta \cdot \frac{\partial h'}{\partial x'} - \frac{\tau_b}{\rho} - gh' \sin \theta \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、 $t'$ ：時間、 $h'$ ：斜面上の水深、 $u'$ ：水深方向に平均した流速、 $g$ ：重力の加速度、 $\theta$ ：斜面の傾斜角、 $\tau_b$ ：底面せん断応力、 $\rho$ ：流体の密度である。底面せん断応力  $\tau_b$  は底面摩擦係数を  $f'$  とすると、次式で表される。

$$\tau_b = \rho f' |u'| u' / 2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

いま、水深  $h_0$  で無次元化された次の無次元量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} h &= (\cos \theta) h' / h_0, & u &= u' / (gh_0)^{1/2} \\ x &= (\sin \theta) x' / h_0, & t &= (\sin \theta) t' (g/h_0)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式 (4) を用いると、式 (1)、式 (2) は次のように書き直すことができる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial(hu^2 + h^2/2)}{\partial x} + h + f|u|u = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $f = f' / (2 \tan \theta)$  である。

## 3. 特性曲線法による解法

基礎式 (5) および (6) は次のように特性曲線表示される。すなわち、特性曲線式 (7) の上で、特性方程式 (8) が成立する (複号同順)。

$$\frac{du}{dt} = u \pm c \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{du}{dt} \pm \frac{1}{c} \cdot \frac{dh}{dt} = -1 - \frac{f|u|u}{h} \quad \dots\dots\dots (8)$$

従属変数  $u$ 、 $h$  が図-2 の  $r$  点、 $s$  点で既知であるなら

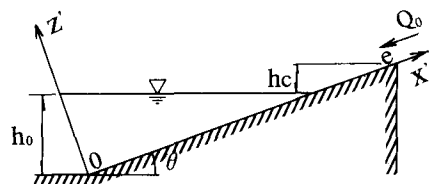


図-1 座標系

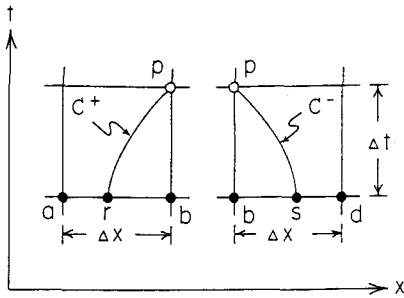


図-2 矩形格子と特性曲線

ば、未知数  $u_p$ ,  $h_p$ ,  $x_p$  および  $t_p$  によって、次の4つの方程式が得られる。

$$C^+ \begin{cases} \int_{x_r}^{x_p} dx = \int_t^{t+\Delta t} (u+c) dt \dots\dots\dots (9) \\ \int_{u_r}^{u_p} du + \int_{h_r}^{h_p} \frac{1}{c} dh + \int_t^{t+\Delta t} \left(1 + \frac{f|u|u}{h}\right) dt = 0 \dots\dots\dots (10) \end{cases}$$

$$C^- \begin{cases} \int_{x_s}^{x_p} dx = \int_t^{t+\Delta t} (u-c) dt \dots\dots\dots (11) \end{cases}$$

$$C^- \begin{cases} \int_{u_s}^{u_p} du - \int_{h_s}^{h_p} \frac{1}{c} dh + \int_t^{t+\Delta t} \left(1 + \frac{f|u|u}{h}\right) dt = 0 \dots\dots\dots (12) \end{cases}$$

例えば、式(9)および式(10)に対して2nd-orderの差分スキームを用いれば両式の積分結果は次のようになる。

$$x_p - x_r = (1/2) \cdot \{(u+c)_p + (u+c)_r\} \Delta t \dots\dots\dots (13)$$

$$u_p - u_r + (1/2) \cdot \{(1/c_p) + (1/c_r)\} (h_p - h_r) + \{1 + (1/2) \cdot (SF_p + SF_r)\} \Delta t = 0 \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $SF = f|u|u/h$  である。

#### 4. 初期条件と境界条件

計算では、水面から上の斜面にも微小な水深を確保する必要があるため岸側境界から単位時間、単位幅あたり  $Q_0$  の仮想流量を与えるものとし、初期条件としては仮想流量  $Q_0$  を流したときに不等流計算により求めた水深および流速とした。

一方、境界条件は次のように考える。沖側境界では、次式の水深を与えた。

$$h = 1 + \eta_I(t) + \eta_R(t) \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $\eta_I$ ,  $\eta_R$  は無次元化された沖側境界での入射波および反射波の水面変動である。 $\eta_I$  は適当な波動理論により与えるが、 $\eta_R$  は Kobayashi ら (1989) と同様に後退特性曲線  $\beta = u - 2c$  から次式により求めた。

$$\eta_R(t) = -\beta(t)/2 - 1 \dots\dots\dots (16)$$

沖側境界での流速は  $\beta$  と  $h$  から自動的に定まる。

一方、岸側境界では、越波が無い場合、流速は次のようになる。

$$u_e = -Q_0/h_e \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $h_e$  は岸側境界での水深である。越波が常流状態にある場合には、流速を次式で与える。

$$u_e = u_{e-1} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $u_{e-1}$  は岸側境界の一つ内側の格子点での流速である。この時、岸側境界での水深  $h_e$  は前進特性曲線を用いて計算する。また越波が射流状態にあるときには、前進、後退の両特性曲線が存在するので特別な処理を行う必要はない。

#### 5. 数値計算結果

岸側境界の流速  $u_e$  および水深  $h_e$  の時間変動から、無次元越波量  $Q$  は次式により求められる。

$$Q = \frac{Q' \cos \theta \sin \theta}{h_0^2} = \int_{t_1}^{t_2} u_e h_e dt \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $Q'$ ：単位幅、一波当たりの越波量、 $t_1$ ：無次元越波開始時刻、 $t_2$ ：無次元越波終了時刻である。

図-3 は堤脚水深波長比  $h_0/L = 0.045$ 、波形勾配  $H/L = 0.028$ 、傾斜角  $\theta = 20.5^\circ$ 、底面摩擦係数  $f' = 0.01$  の場合について、波の遡上時における水深変動の空間分布を示したものである。ただし無次元量である。時刻  $t/T = 0.759$  のとき水面は全体的に静水面以下であるが、 $t/T = 0.878$  で最大近くまで上昇した沖側端での水位は徐々に岸側へ伝搬し、 $t/T = 0.979$  から 1.114 にかけて静水面上の斜面では波面はボア状になりながら越波してゆく様子がわかる。

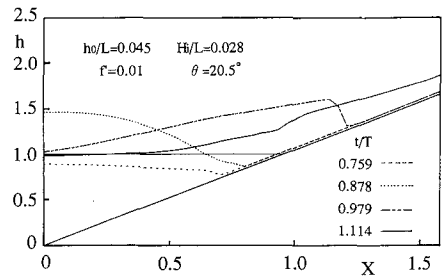


図-3 水深変動の空間分布

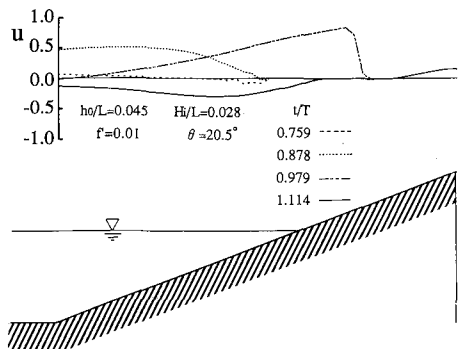


図-4 水平流速の空間分布

図-4は、図-3と同じ条件における無次元水平流速の空間分布である。ボア状になって斜面を這い上がっている時刻  $t/T=0.979$  のときには、静水面上の斜面では大きな岸向きの流速が生じていることがわかる。

図-5は越波量に及ぼす天端高と周期の影響を調べるために波高水深比  $H_i/h_0=0.6$ 、傾斜角  $\theta=20.5^\circ$ 、底面摩擦係数  $f'=0.01$  を一定にして、無次元越波量  $Q$  と相対天端高  $h_c/H_i$  の関係を、堤脚水深波長比  $h_0/L$  をパラメータとして示したものである。天端高  $h_c$  の増加に伴い越波量  $Q$  は減少するが、 $h_c/H_i > 1.5$  程度になると周期の影響が表れ、 $h_0/L$  が大きい、すなわち周期の短い波ほど越波量  $Q$  の減少する割合は大きくなっている。

図-6は越波量に及ぼす斜面傾斜角の影響を調べたものである。堤脚水深波長比  $h_0/L=0.034$ 、波形勾配  $H_i/L=0.02$ 、底面摩擦係数  $f'=0.01$  の場合について越波量  $Q_\theta=Q/(\cos \theta \sin \theta)$  と傾斜角  $\theta$  の関係を、相対天端高  $h_c/H_i$  をパラメータとして示した。いずれの  $h_c/H_i$  に対しても、傾斜角  $\theta=20\sim 30^\circ$  程度で越波量は最大となる。小松ら (1992) は波形勾配  $0.0202\sim 0.0659$  のとき、越波量は相対天端高に無関係に  $\tan \theta=1/\sqrt{3}\sim 1/2.5$ 、すなわち  $\theta=20\sim 30^\circ$  で最大となる実験結果を示している。今回の計算結果はこれらと一致する。

図-7は堤脚水深波長比  $h_0/L=0.034$ 、天端高水深比

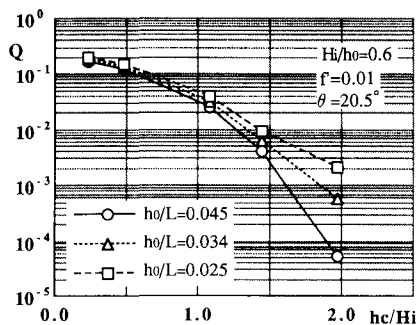


図-5 越波量に及ぼす天端高と周期の影響

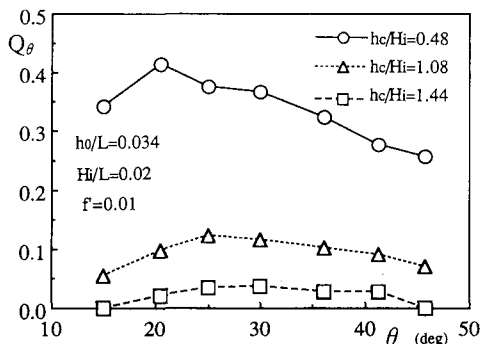


図-6 越波量に及ぼす傾斜角の影響

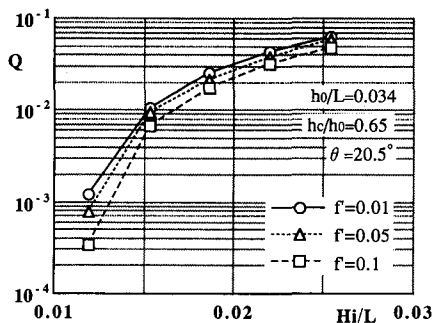


図-7 越波量に及ぼす底面摩擦の影響

$h_c/h_0=0.65$ 、傾斜角  $\theta=20.5^\circ$  の条件で、底面摩擦係数  $f'$  の違いが越波量  $Q$  に及ぼす影響について調べたものである。横軸は波形勾配  $H_i/L$  である。底面摩擦係数  $f'$  が大きいほど、越波量  $Q$  も小さく、特に波高が小さくなると底面摩擦の影響が強く表れ、底面摩擦の大きい粗い斜面ほど越波量の減少する割合が大きくなる。

## 6. 実験結果との比較

計算結果の妥当性を検討するために水理模型実験を行った。実験は、図-8に示すような長さ 20 m、幅 0.4 m、高さ 0.75 m の二次元造波水路を用いて行った。水路には、1/25 および 1/70 の斜面に続いて水平床が設けられており、そして一端にはプランジャー型の造波装置が、他端には斜面勾配 1/4.8 の消波工が設置されている。実験では、斜面長 47 cm、傾斜角  $\theta=20.5^\circ$  の斜面模型を水平床端に設置し、堤脚水深  $h_0$  を 10 cm 一定とした。したがって、天端高  $h_c$  は静水面上 6.5 cm 一定である。周期  $T$  は 1.7~2.2 s、波高  $H_i$  は 4~8 cm の範囲で変化させた。これらの条件はそれぞれの周期に対して堤脚水深に達するまで碎波しないように設定されたものである。越波量の実験では、斜面の模型はフラットな Smooth slope と斜面に溝を付けた Rough slope の 2 種類を用いた。越波量は、有効波数内に越波した水塊を貯水桶に集め、その量を計測した。同一波浪条件に対して 3 回の測定を行い、その平均値から入射波 1 波による単位幅あたりの越

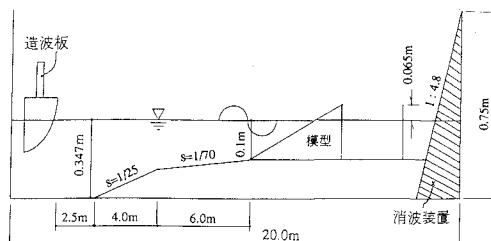


図-8 水理模型実験

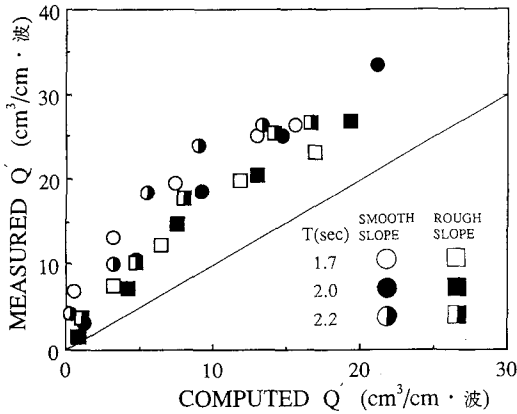


図-9 越波量の実験値と計算値の比較

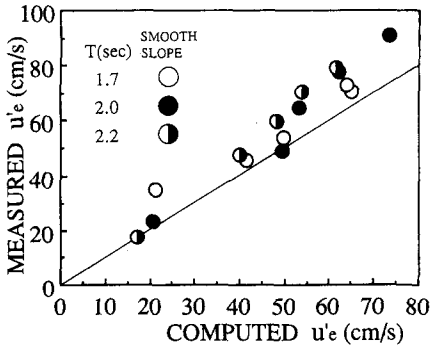


図-10 岸側端最大水平流速の実験値と計算値の比較

波量  $Q'$  ( $\text{cm}^3/\text{cm} \cdot \text{波}$ ) を求めた。

また Smooth slope 模型については、岸側端における水平流速の変化をプロベラ式流速計により、その時の水深を容量式波高計により計測した。

図-9 は単位幅、一波当たりの越波量  $Q'$  ( $\text{cm}^3/\text{cm} \cdot \text{波}$ ) を比較したものである。ただし、次元量で表示している。計算では、斜面の底面摩擦係数  $f'$  を Smooth slope に対して  $f'=0.01$ 、Rough slope に対しては  $f'=0.045$  とし、空間きざみは  $\Delta x=1 \text{ cm}$ 、時間きざみ  $\Delta t$  は Courant の条件  $\Delta t \leq \Delta x/(|u|+c)$  を満足するように選んだ。また沖側境界ではクノイド波を入射波として与え、岸側境界での仮想流量は  $Q_0=0.1 \text{ cm}^2/\text{s}$  とした。いずれの場合も、越波量の計算結果は実験結果よりも小さくなり、全体的に過小に評価する傾向を示す。斜面上のように、流れの場が時間的・空間的に急激に変化する場合には、その変化を忠実に反映した特性曲線式および特性方程式の逐次積分を行う必要があり(渡辺ら, 1989)、計算上、その変化を精度よく再現出来なかったものと考えられる。底面摩擦係数の評価と合わせて今後の課題としたい。

図-10、図-11 は越波時の岸側端における最大水平流

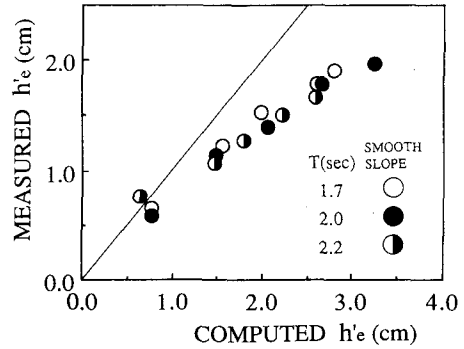


図-11 岸側端最大水深の実験値と計算値の比較

速および最大水深を比較したものである。実験値は、同一波浪条件に対して3回の測定を行い、その平均値から求めた。最大水平流速は全体的に実験値の方が計算値よりも若干大きくなっているが、最大水深の場合には逆に、計算結果が全体的に実験値よりも大きい傾向を示す。特に、越流水深が大きい場合ほど、計算結果の実験値に対する適合度は低下している。

## 7. おわりに

有限振幅長波理論を特性曲線法により数値的に解き、一様斜面の越波量を求める計算モデルを提案し、傾斜式護岸の越波量と構造形状、底面摩擦の越波量に及ぼす影響等について調べた。得られた主要な結果を列挙すれば次のとおりである。

(1) 天端高が高いほど越波量は少ないが、天端高は入射波高の1.5倍以上になると周期の影響が表れ、周期の短い波ほど越波量は少なくなる。

(2) 斜面の傾斜角が  $20 \sim 30^\circ$  のとき、越波量は最大となる。

(3) 波形勾配が  $0.015$  よりも小さい波になると底面摩擦の影響が表れ、滑面よりも粗面の方が越波量の減少する割合が大きい。

(4) 計算結果を実験結果と比較すると、越波量の場合には計算値の方が実験値よりも全体的に小さく、越波量を過小に評価する傾向を示す。また、岸側端での越波時の最大越流水平流速は、全体的に実験値の方が計算値よりも若干大きい傾向を示したが、最大越流水深は逆に、計算結果が全体的に実験値よりも大きく、特に越流水深が大きい場合ほど、計算結果の実験値に対する適合度は低下した。

(5) 計算精度と安定性の観点から、流れの場が時間的・空間的に急激に変化する場合には、その変化を忠実に反映する特性曲線式および特性方程式の逐次積分を行う必要がある。

最後に、特性曲線法の計算に関して愛媛大学土木海洋

工学科渡辺政広助教授から有益な助言を頂いた。ここに記して謝意を表する次第である。

### 参 考 文 献

小松利光・松永信博・増輪一彦・橋田 操・藤田和夫 (1992): 二次元越波堤による波浪エネルギー獲得に関する基礎的研究, 海洋開発論文集, Vol. 8, pp. 105-110.  
山本方人・水村和正・半沢 稔・豊田裕作 (1991): 数値モデル

による越波量算定, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 521-525.  
渡辺政広・江藤剛治・室田 明 (1989): 取付管の調圧効果を考慮した下水管網内の遷移流計算法, 土木学会論文集, 第411号/II 12, pp. 81-90.  
Kobayashi, N. and A. Wurjanto (1989): Wave overtopping on coastal structures, Jour. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 113, No. 3, May, ASCE, pp. 282-298.

---