

ホログラフィ理論を基礎とした円柱群配列による海岸波浪制御

檀 和 秀*・笥 源 亮**

1. はじめに

透過型の消波構造物は内外の海水交換が可能であり、もしその消波効果が十分期待できるものであれば消波構造物としてはすぐれている。この消波構造物を考えるのに、今海の波を光の波に置き換えて光の現象として考えると、これはホログラフィにおける記録媒体であるホログラムと考えることができる。本研究ではホログラフィ理論を応用して円柱群配列による透過型構造物の機能を決定し、その波浪制御状況を確認することを目的としている。

2. インラインホログラフィと波浪制御

ホログラフィとしてはインラインホログラフィを考える。インラインホログラフィとは参照光を物体光と別に与えるのではなく、物体面を照射した光のうち物体以外の空間を通過する光を参照光と考える。この参照光と物体からの回折光との干渉縞をホログラムに記録するものである。

図-1 に示すように、ホログラムとしてのフィルムに垂直に平面波 ae^{-ikx} で物体を照射し物体光を発生させ、同時に参照光とさせホログラムをつくる。このホログラムに再生光としてホログラム面に垂直な平面波をあてて像を再生すると、複素振幅透過率 t は

$$\begin{aligned} t(x, y, z) &= k_0 + k_1 I(x, y, z) \\ &= k_0 + k_1 (|O|^2 + |R|^2 + O \cdot R^* + R \cdot O^*) \\ &= k_0 + k_1 (A_0^2 + A_r^2 + A_0 A_r \exp i(\phi_0 - \phi_r) \\ &\quad + A_0 A_r \exp i(\phi_r - \phi_0)) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$I(x, y, z)$ はホログラム面での光の強度。物体光、参照光の複素振幅をそれぞれ $A_0 \exp(i\phi_0)$, $A_r \exp(i\phi_r)$ とする。 $i = \sqrt{-1}$ 。

再生像は再生波として平面波 $A_r e^{-ikx}$ を選ぶと、ホログラム面を $x=0$ と考えて

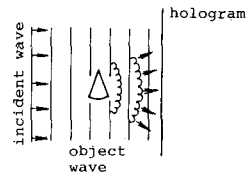
$$\begin{aligned} tR &= \{k_0 + k_1 A_0^2\} R + k_1 A_0^2 R + k_1 A_r^2 A_0 \exp(i\phi_0) \\ &\quad + k_1 A_0 A_r^2 \exp(-i\phi_0) \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

第1, 第2項は0次回折光で透過する。第3項は直接像

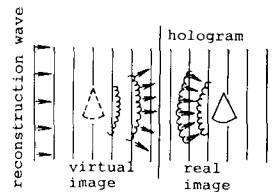
(虚像)を、第4項が共役像(実像)を結像する。

これを海の波にあてはめて考えてみれば図-2 のようになる。物体としては島堤を考える。島堤に沖波が入射してホログラム面に相当する観測線上に入射波と回折波の干渉縞としての波高分布ができる。以下これをホログラム波高と呼ぶ。このホログラム波高に等価なスリット構造物と考え、

得られた構造物に再生波に相当する沖波が入射すれば元の島堤の位置に物体像に相当する領域が波高の小さい領域として再生される。本研究では円柱杭型のスリット構造物を考える。

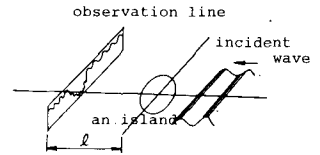


(a) ホログラム作成

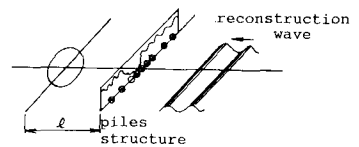


(b) 再生

図-1 インラインホログラフィ



(a) ホログラム作成



(b) 再生

図-2 水面波ホログラフィ

3. 直線状に配列された多円柱による波の回折

座標系は図-3 のようにとる。円柱の番号付けも図-3 の通りである。

円柱に入射波があたると散乱波が生じる。この散乱波は隣の円柱にあたり新しい散乱波を生じる。このように無限に散乱をくり返す。そこで円柱からの回折波については、どの円柱から出てどの円柱にあたり回折するかを考える。

* 正会員 工修 明石高専助教授 土木工学科
** 正会員 Ph.D. 神戸大学教授 工学部建設学科

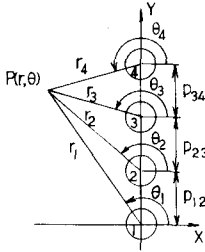


図-3 座標系

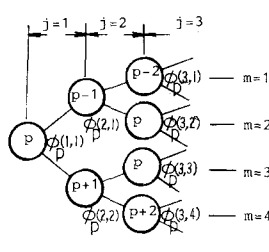


図-4 散乱過程

3.1 入射波

円柱 m にあたる入射波のポテンシャル ϕ_0^m を円柱 m の中心を原点とする極座標 (r_m, θ_m) で表す。

$$\phi_0^m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(kr_m) \exp(in\theta_m) \\ = J_0(kr_m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n J_n(kr_m) \cos(n\theta_m) \quad \dots\dots (3)$$

ここで、 $m=1, 2, \dots, N_0$ 、 N ：円柱の総本数、 J_n はベッセル関数。

3.2 散乱波

最初に入射波が円柱番号1から N までのどの円柱にあたるかを区別するため、例として最初にあたる円柱を P とする。その波の散乱過程の例を図-4に示す。円柱 P にあたって発生する j 回目の散乱過程は一般に 2^{j-1} 個ある。それについても例えば $j=3$ の場合は図-4のように m を用いて1から4まで区別する。

考えている散乱波について、その散乱波がどの円柱から出た散乱波であるかを示す円柱番号を s とする。また考えている散乱波があたる円柱番号を b とする。例えば図-4の中で円柱 $p+1$ から円柱 p へ散乱する場合、 $s=p+1, b=p$ となる。

散乱波のポテンシャルは

$$\phi_p(j, m) = \sum_{n=0}^{\infty} a_b(j, n) H_n^{(2)}(kr_b) \cos(n\theta_b) \quad \dots\dots (4)$$

ただし、 r_b, θ_b は円柱 b を中心とする極座標の成分。 $H_n^{(2)}$ は第2種のHankel関数。

最初にあたる円柱が p で、 j 回目の散乱波の内、 m 番目の散乱波のポテンシャル $\phi_p(j, m)$ を求めるには(4)式より $n=0 \sim \infty$ 回足し合わせなければならないが、 $\phi_p(j, m)$ の絶対値が 10^{-8} 以上で不変となった段階で以降の散乱波の影響は小さいと考え $\phi_p(j, m)$ の収束値とした。以下この値を精度と呼ぶ。ただしくり返し回数が小さい段階で精度内に入る可能性もあるので、 n の最低値を3としている。

(4)式の係数 $a_b(j, m)$ は、円柱境界での流体の出入りは無いという条件から次式で求められる。

$$a_b(j, n) = -a_s(j-1, n)$$

$$\left(\begin{aligned} & -H_n^{(2)}(kr_s) n \sin(n\theta_s) \frac{\partial \theta_s}{\partial r_b} + \cos(n\theta_s) \\ & \cdot k \left\{ \frac{n}{kr_s} H_n^{(2)}(kr_s) - H_{n+1}^{(2)}(kr_s) \right\} \frac{\partial r_s}{\partial r_b} \right) \\ & \times \frac{k \cos(n\theta_b) \left\{ \frac{n}{kr_b} H_n^{(2)}(kr_b) - H_{n+1}^{(2)}(kr_b) \right\}}{r_b=R_b} \end{aligned} \right) \quad \dots\dots (5)$$

ただし、 r_s, θ_s は円柱 s を中心とする極座標の成分。円柱境界上での値については以下のような表し方をする。
 $r_s|_{r_b=R_b}$ ：境界円柱 b の境界上($r_b=R_b$)での r_s の値。また、座標関係は

$$\left. \begin{aligned} r_s^2 &= \frac{r_b \pm P_{sb} \sin \theta_b}{\sqrt{(r_b \cos \theta_b)^2 + (r_b \sin \theta_b)^2}} & s > b & - \\ & & s < b & + \\ \theta_s|_{r_b=R_b} &= \tan^{-1} \frac{R_b \sin \theta_b - P_{sb}}{R_b \cos \theta_b} & s > b & \\ & \tan^{-1} \frac{R_b \sin \theta_b + P_{sb}}{R_b \cos \theta_b} & s < b & \\ \frac{\partial r_s}{\partial r_b} &= \frac{r_b \pm P_{sb} \sin \theta_b}{\sqrt{(r_b \cos \theta_b)^2 + (r_b \sin \theta_b \pm P_{sb})^2}} & s > b & - \\ & & s < b & + \\ \frac{\partial \theta_s}{\partial r_b} &= \frac{\mp P_{sb} \cos \theta_b}{(r_b \cos \theta_b)^2 + (r_b \sin \theta_b \pm P_{sb})^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \text{複合同順} & s > b & \text{下側符号} \\ & & s < b & \text{上側符号} \end{aligned} \quad \dots\dots (6)$$

ただし、 P_{sb} は円柱 s と円柱 b の中心間距離。

従って求めるポテンシャル ϕ は

$$\phi = u_0^1 + \sum_{p=1}^N \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{m(j)} \phi_p(j, m) \quad \dots\dots (7)$$

ただし $m(j)=2^{j-1}$ であるが、境界円柱番号 b や s は1以上でありかつ N 以下である。 m がこの条件を満たさない場合は m として数えないものとする。

4. ホログラム波高の計算

ホログラフィ理論を基礎に考えた波浪制御構造物を決定するためには、インラインホログラフィを考慮して次のようにする。波浪制御したい領域を直径 D の円形領域とする。波浪制御領域と波浪制御構造物との距離を1とする。図-5のように円形領域に対して入射波が入ってきた場合の波高分布 H を円形領域の中心から1だけ離れた観測線上で次式から求める。

$$H = \frac{2\phi_0\sigma}{g} |\phi(x, y)| \cosh kh \quad \dots\dots (8)$$

ただし、 ϕ_0 は定数、 g は重力加速度、 σ は角周波数、 k は波数、 h は水深である。 $\phi(x, y)$ はこの場合円形島1箇所であるから、円柱1本の場合のポテンシャルと考えて(7)式から計算する。インラインホログラフィの場合、物体は半透明でなければならなかった。今の場合は半透

明であることを(3)式の入射波のポテンシャルをさらに(7)式に加えることと考へてみた。

波浪条件としては神戸港の実測有義波を参考にして、1例として周期 $T=4$ 秒、水深 $h=10$ m、波長 $L=24.6$ mで考へる。入射波高を1とする。

図-6に $1=103.5$ mの位置の観測線上で計算された波高分布を示す。(a)は(7)式で計算した場合、(b)は(7)式に(3)式のポテンシャルをさらに加えた場合のホログラム波高を示す。

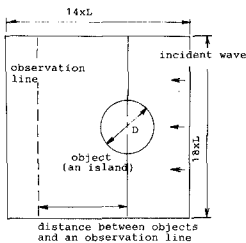


図-5 島堤

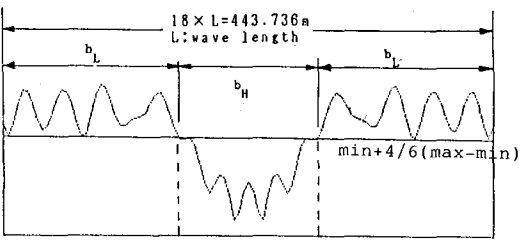


図-7 円柱群配列例

5. ホログラム波高に等価な円柱群の配列決定

ホログラム波高の高い部分は波が透過しにくいと考へ円柱を密に配列し、逆に波高の低い部分は波をよく透過すると考へ円柱を粗に配列する。

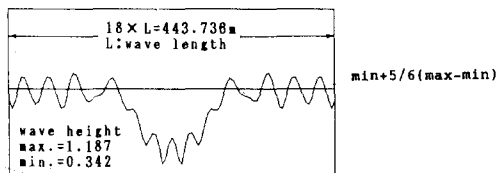
図-6(a)を例に説明する。図-6(a)のように得られ

た波高分布に基準波高値のところで線を引き、基準波高値より低い部分の幅のところに円柱を密に配置させる。基準波高値より高い部分の幅のところに円柱を粗に配列させる。使用円柱径は4 mとする。配列例を図-7に示す。円柱中心間隔 p_j を表-1に示す。

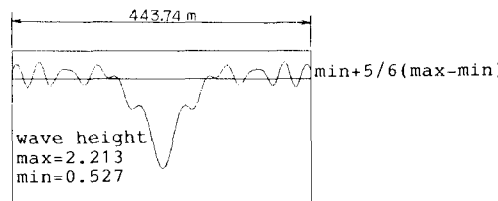
6. ホログラム型配列円柱群へ入射波をあてたときの波浪制御状況

図-7のように得られたホログラム型波浪制御構造物に波が入射したときの波高分布を(7)、(8)式から求めた。

図-8は図-6(a)のホログラム波高から決定した円柱群配列に入射波をあてて計算された構造物背後の波高分布を示す。これがホログラフィの再生に相当する。波高



(a) (7)式で計算した場合



(b) (7)式に(3)式をさらに足し合わせた場合

図-6 ホログラム波高

表-1 円柱中心間距離

単位: m

j	1	2	3	4	5	6
p_j	17.750	26.625	17.750	26.625	17.750	17.750
j	7	8	9	10	11	12
p_j	26.625	17.750	8.875	8.875	8.875	8.875
j	13	14	15	16	17	18
p_j	8.875	8.875	8.875	8.875	17.750	26.625
j	19	20	21	22	23	24
p_j	17.750	17.750	26.625	17.750	26.625	17.750

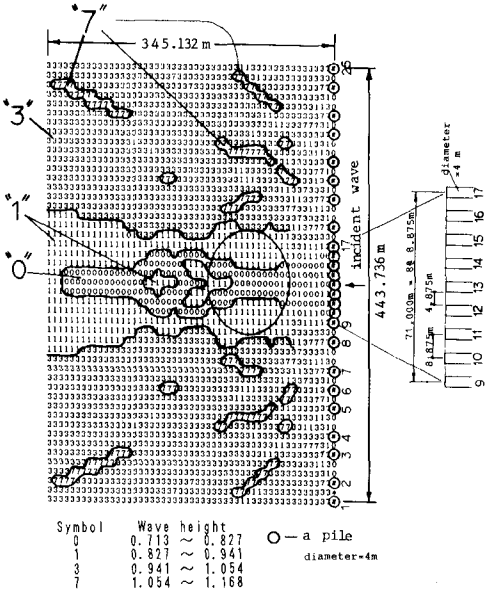


図-8 背後の波高分布 (図-6(a)の場合)

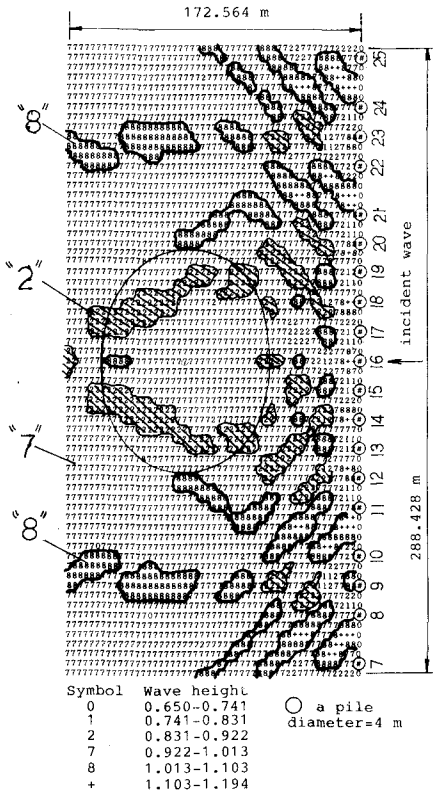


図-9 背後の波高分布 (図-6 (b) の場合)

分布の最大値と最小値の間を5分割, 6分割し, 各分割範囲に図-8, 9に示した数値記号を波高の小さい方から順に割り当てて波高分布を表示している。図-9は入射波のポテンシャルをさらに加えた場合のホログラム波高から決定した円柱群配列に入射波をあてて再生した波高分布である。総円柱数は31本であるが都合で中央のみを表示している。両図ともに図中には円形島堤に相当する領域を実線で記入している。図-8の円形島領域内では波高が20%~30%程度低減されている。しかし再生領域以外にも波高の小さい領域もある。図-9の円形島堤領域内では波高が10%~20%程度低減されている。他に波高の低い領域があるのは図-8と同様である。数値記号“2”が再生円形領域にほぼ沿って帯状に分布している。この円環状の領域はまわりの数値記号“7”より波高は低いことを示している。

7. ホログラム波高と波浪制御構造物直後の波高分布

ホログラム型円柱群配列によって背後に円形島領域が再生されるには, 円柱列群を透過した波がホログラム波高に等価でなくてはならない。これを確かめるには円柱列群直後の波高分布を調べれば良い。円柱列群直後とい

うのは, x 方向の計算分割幅だけ円柱列群から離れた点を意味する。図-8, 9の各場合に円柱列群直後の波高分布をそれぞれ図-10(a), (b)に示す。図-10(a)構造物直後の波高分布と図-6(a)のホログラム波高とを比較すると, 全く同じとは言えないが, 中央で波高が小さくなっている点など傾向としてはよく似てい

ると言える。図-10(b)と図-6(b)を比べてみるとほとんど似ていない。しかしさらに遠く離れた線上での波高分布を図-10(c)に示すが, これは似ていると言える。従って円柱列群から離れるにつれてホログラム波高に近づいていることがわかる。

8. 水槽実験

縮尺1/250で模型実験を実施した。円柱には直径1.8 cmの木製円柱を使用した。水槽は長さ180 cm, 幅80 cm, 高さ10 cmを使用した。造波板は水底単ヒンジのフラップ型である。造波板と円柱群との間隔は49.5 cmにしている。フルード相似則からすれば, 周期4秒に対する模型周期は0.25秒になるが, 装置の都合上0.3秒にしている。実験は波を発生させ続け, ある時間が経過した段階で円柱背後の領域を5 cm間隔の格子点上で波高計により1/30秒間隔で波高を2000個サンプリングした。ある点での

測定が完了すれば次の点まで波高計を移動させて測定を繰り返した。得られた波高データからゼロアップクロス法により, 周期, 波高を算定した。平均

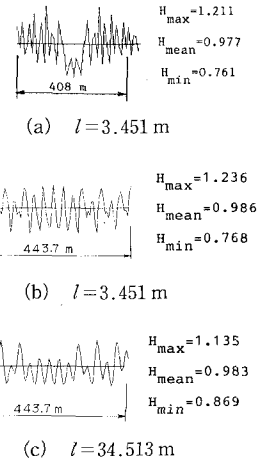


図-10 構造物背後の y 軸に平行な線上での波高分布

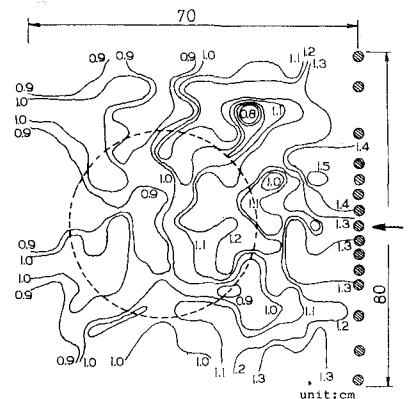


図-11 実測等最大波高分布曲線

水深は全データの平均値としている。各点で測定される波高データの内、最大波高値をとりだし、等最大波高値曲線を描いたのが図-11である。円柱構造物を設置しない状態での波高も測定しており、その波高を入射波高と考えると円柱群設置位置で平均 1.09 cm, 最大波高 1.57 cm であった。図の中央に破線で再生領域に相当する円形領域を示している。波高 1 cm と 1.1 cm の等波高線に囲まれた円環状の部分が図の中央に確認できる。この結果からは円形島領域内全域でなく周囲の帯状部分に波高の低減された領域が認められるということである。このことは6.で述べた解析解にも同様の傾向が見られた。

9. 可視化計測

模型実験を実施して波浪制御状況を確認するとき、多数点で波高計を用いて波高分布を計測する方法が多く採用されている。また水路底をガラス面にして上面からの通過光の強度分布を写真やビデオに記録して回折状況を調べる

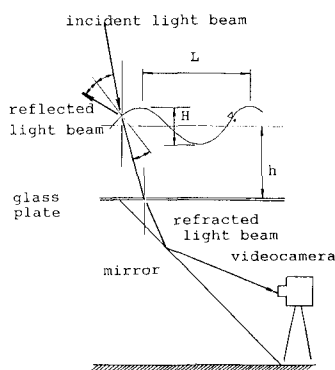


図-12 可視化波高計測装置

ことがある。水面に入射する光が波面で屈折すると、ガラス底面で観測される光の強度分布は波の山の下で明るく、谷の下で暗くなる。ある1点で観測するとき、波面を通過して到達する光の強度は観測点の上に波の山がきたときは明るくなり、波の谷がきたときは暗くなる。図-12のようにビデオカメラで観測された画像のある画素における時時刻々の濃淡を解析して濃淡差を計算する。濃淡差の大きい画素では波高が高く、逆に濃淡差が小さければ波高が小さいことになる。この解析された濃淡差を16段階にレベルスライスし、濃淡差の大きさの順に上から明るく、下になるにつれて暗くなるようにパソコンのディスプレイに濃淡表示する。明るいところは波高が大きい領域に相当し、暗いところは波高が小さい領域に相当する。このように考えると暗い領域は波浪制御領域を示している。

簡単な装置を用いて波面の可視化計測実験を実施した。円柱群には直径 1 cm の木製円柱を使用している。円

柱配列は縮尺 1/500 で配列させた。配列は5.で決定した配列例とした。ビデオ画像の1フレームをデジタイジングボードを使用して 256×200 画素に分割し、各画素当たりの R, G, B 成分の輝度を6ビットデータとしてメモリに格納

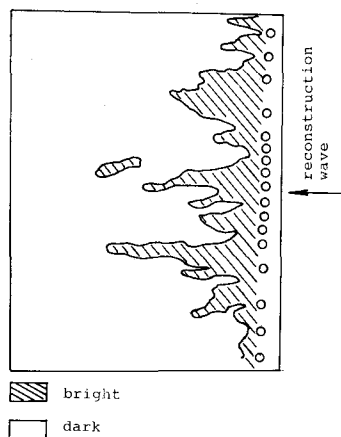


図-13 可視化波高分布（図化したもの）

させる。得られた R, G, B 成分を同じ比率で足し合わせた要素を M とする。 M について各画素毎に連続 20 フレーム間での最大輝度と最小輝度の輝度差を16段階で濃淡表示し、それを図化したのが図-13である。

それほど明確ではないが円柱列背後に暗い円環状部分とみられる領域がある。

10. 結 論

ホログラフィ理論を基礎とした波浪制御構造物としての円柱群の配列決定方法を示した。波浪制御状況を調べるために水槽実験を実施して、円柱列背後の円環状部分の波高が低くなることを確認できた。解析解でも同様の結果を認めることができた。可視化計測手法を応用して波浪制御状況を確認することがわかった。

参 考 文 献

- 檀 和秀・寛 源亮 (1989): 計算機ホログラフィの海岸構造物設計への応用, 流れの可視化, Vol. 9, Suppl., pp. 65-70.
- 檀 和秀・寛 源亮 (1990): ホログラフィ理論の海岸波浪制御への応用について, 可視化情報, Vol. 10, Suppl., pp. 137-142.
- 檀 和秀・寛 源亮 (1991): ホログラフィ理論を基礎とした海岸波浪制御について, 可視化情報, Vol. 11, Suppl., pp. 109-114.
- 檀 和秀 (1991): 円柱群による海洋回折波の特性と海岸波浪制御, 明石高専研究紀要, 第33号, pp. 51-68.
- 檀 和秀 (1992): 海岸波浪制御構造物としての鉛直円柱群の配列決定方法について, 明石高専研究紀要, 第34号, pp. 47-64.
- 檀 和秀・八木典昭・寛 源亮 (1993): 水中から観測した波面の画像処理による波高計測 (回折波領域の計測), 可視化情報, Vol. 13, Suppl., pp. 233-236, 1993.