

# 潜水構造物による碎波の数値解析

織田 幸伸\*・岩田好一郎\*\*・金 度 参\*\*\*

## 1. 緒 言

波浪制御構造物としての潜水構造物の大きな目的の一つは、来襲する高波浪を構造物の天端上で強制的に碎波させ、伝達波を著しく低減させることである。

碎波現象を数値解析的に取り扱った研究としては、一定水深の2次元波動場における碎波現象および碎波の内部機構に関する研究 (Longuet-Higgins・Cokelet, 1976; Vinje・Brevig, 1981; Kioka, 1983; Dold・Peregrine, 1986), 構造物による碎波に関する研究 (Vinje・Brevig, 1981; Grilli・Svendsen, 1990; 安田ら, 1991) などがある。これらの数値解析手法は主に Green 関数を用いる境界積分方程式あるいは Cauchy 積分定理に基づいた境界積分方程式であるが, Cauchy 積分定理を用いた場合は3次元の碎波問題には適用できない欠点が指摘されている。また, 対象とする構造物は水平円柱 (Vinje・Brevig, 1981), 一様傾斜面 (Grilli・Svendsen, 1990) あるいは潜堤 (安田ら, 1991) であり, 対象波としては孤立波がその大部分を占めている。一方, 周期波を対象とし, 潜堤のような着座式構造物以外の任意の形状を持つ潜水構造物による碎波の数値解析に関する研究は極めて少ない。

したがって, 本研究は, 3次元の場合にも拡張可能である Green 関数に基づいた境界積分方程式を使用し, 自由水面上での節点と要素長さを時間 step ごとに変動させる Euler-Lagrange 手法を使い, 2次元波動場における3種類の潜水構造物 (後掲の図-4 参照) 上での碎波限界, 碎波時の巻き込みを伴う碎波波形および碎波時の構造物周辺の流速場などを, 潜水深と潜水構造物の形式の違いと関連づけ, その特性を明かにしようとしたものである。

## 2. 数 値 解 析

### (1) 基礎方程式と境界条件

図-1 に示すような2次元波動場に固定された任意の

形状を持つ潜水構造物において, 造波境界  $S_c$  で発生した波が  $x$  の正の方向に伝播する場合を考える。

流体を非粘性, 非圧縮, また流体運動を非回転と仮定し, 速度ポテンシャル  $\phi(x, y, t)$  によって流体運動が記述できるとすると, 基礎方程式はつぎの Laplace 方程式になる。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

式 (1) に Green 関数  $G(p, q)$  を用いると, 境界  $S$  上の任意の点  $p(x_p, y_p)$  における速度ポテンシャル  $\phi$  の値は, つぎの境界積分方程式によって与えられる。

$$\alpha(p)\phi(p) = \int_S \{ \phi(q)G_n(p, q) - G(p, q)\phi_n(q) \} dS \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$G(p, q) = \log R$$

$$R = \sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}$$

ここで, 下添字  $n$  は  $n$  に関する微分を表す。また,  $q(x_q, y_q)$  は境界  $S$  上の点であり,  $\alpha(p)$  は点  $p$  の両側の境界線がなす内部角を表す。自由水面  $S_F$  において, 速度ポテンシャルは次式の運動学的境界条件式と力学的境界条件式を満足する。

$$\frac{D}{Dt}(X, Y) = (\phi_x, \phi_y) = \vec{u} \quad (\text{on } S_F) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2) - gY - \frac{P}{\rho} \quad (\text{on } S_F) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで, 下添字  $x, y$  はそれぞれ  $x, y$  に関する微分を表す。また, 上つき  $\rightarrow$  はベクトル量,  $(X, Y)$  は自由水面上での水粒子の座標,  $s$  と  $n$  はそれぞれ各境界面  $S$  での接線方向および外向き法線方向,  $\rho$  は流体の密度,  $g$  は重力加速度であり,  $P$  は自由水面における圧力である。ただし, 実際の計算においては  $P=0$  としている。

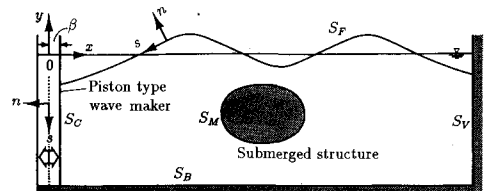


図-1 2次元波動場と座標系

\* 正会員 工修 大成建設株式会社 技術研究所

\*\* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 工博 名古屋大学助手 工学部土木工学科

また、構造物表面  $S_M$ 、海底面  $S_B$  および壁面  $S_V$  での境界条件式は次式の不透過境界条件式で与えられる。

$$\phi_n = -\phi_y = 0 \quad (\text{on } S_B) \dots\dots\dots (5)$$

$$\phi_n = \phi_x = 0 \quad (\text{on } S_V) \dots\dots\dots (6)$$

$$\phi_n = 0 \quad (\text{on } S_M) \dots\dots\dots (7)$$

造波境界  $S_C$  での境界条件式は、Piston 型造波機を想定すると、次式のように表される。

$$\phi_n = -\phi_x = U(y, t) \quad (\text{on } S_C) \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $U(y, t)$  は造波境界面において与えられる  $x$  方向の速度成分である。

## (2) 積分方程式の離散化

積分方程式 (2) を線形要素を用いて離散化する。図-2 に示すように、各境界に節点を配置し、 $j$  番目節点と  $j+1$  番目節点で構成される要素上では、 $j$  番目節点での値  $f^j$  と  $j+1$  番目節点での値  $f^{j+1}$  に対してつぎの内挿関数を適用することにする。

$$f(\xi) = \frac{\xi}{\gamma} f^{j+1} + \frac{\gamma - \xi}{\gamma} f^j, \quad 0 \leq \xi \leq \gamma \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\gamma$  は要素長さ、 $\xi$  は  $j$  番目要素からの  $s$  方向の長さを表し、 $f$  は  $\xi$  での値である。

また、自由水面境界面  $S_F$  の両端と、造波境界面  $S_C$  と海底境界面  $S_B$  との交点においては 2 重節点を用い、2 重節点でそれぞれ別の  $\phi_n$  の値を持つようにした。しかし、2 重節点は同じ点を表しているため、速度ポテンシャル  $\phi$  の値は両点で同じ値である。

式 (2) の境界に沿った積分を各要素での積分値の和の形で置き換え、式 (9) を代入した式を各節点における  $\phi, \phi_n$  についてまとめると、次式のような連立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} a^i \phi^i &= V^{ij} \phi^j - W^{ij} \phi^j \\ V^{ij} &= f^V(x^i, y^i) \Big|_{\lambda=i, j-1, j, j+1} \\ W^{ij} &= f^W(x^i, y^i) \Big|_{\lambda=i, j-1, j, j+1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $V^{ij}, W^{ij}$  は、内挿関数の式 (9) を用いることにより、特異点を含めて解析的に計算できる。また、式 (1)、式 (4) ~ (8) を時間  $t$  に対して微分し、上述と同様な過程を用いると、 $\phi_t, \phi_{tn}$  (下添字  $t$  は  $t$  に関する微分を表す) に関して式 (10) と同様な連立方程式が得られる。したがって、ある時間 step での境界上の全ての節点における  $\phi, \phi_n$  および  $\phi_t, \phi_{tn}$  の値が求められる。

## (3) 逐次計算

$\Delta t$  時間後の時間 step における  $X, Y$  および自由水面境界上の速度ポテンシャル  $\phi$  の算定には以下のような 2 次 order までの Taylor 級数展開を用いた。

$$\begin{aligned} \Omega(t + \Delta t) &= \Omega(t) + \frac{D\Omega(t)}{Dt} \Delta t \\ &+ \frac{1}{2} \frac{D^2\Omega(t)}{Dt^2} (\Delta t)^2 \Big|_{\Omega=X, Y, \phi} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

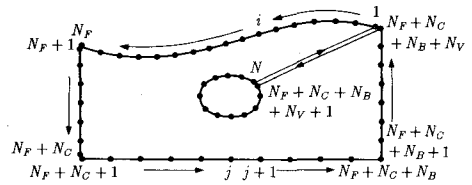


図-2 境界の離散化

なお、 $D^2\Omega/Dt^2$  の値は、次式により与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{D^2(X, Y)}{Dt^2} &= \frac{D\vec{u}}{Dt} \\ &= (\phi_{tx} + \phi_x \phi_{xx} + \phi_y \phi_{xy}, \\ &\quad \phi_{ty} + \phi_x \phi_{xy} + \phi_y \phi_{yy}) \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$\frac{D^2\phi}{Dt^2} = \vec{u} \cdot \frac{D\vec{u}}{Dt} - g\phi_y - \frac{1}{\rho} + \frac{DP}{Dt} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 $\phi_x, \phi_{yy}$  などの値を求めるには、自由水面上での  $n$  の方向を定義し、また  $\phi, \phi_t$  を  $s$  について微分した値  $\phi_s, \phi_{ts}$  (下添字  $s$  は  $s$  に関する微分を表す) を数値的に計算する必要がある。 $n$  方向については、節点を挟む両側の要素の二等分線方向を  $n$  方向と定義する。また、 $s$  についての微分は節点間隔が等分ではないため、両側の節点での値  $f^{j-1}, f^{j+1}$  を用いて、次式により放物線近似を行うことによって求める。

$$\begin{aligned} f_s &= -\frac{s^{i+1} - s^i}{(s^{i-1} - s^i)(s^{i-1} - s^{i+1})} f^{i-1} \\ &\quad - \frac{s^{i-1} - s^i}{(s^{i+1} - s^i)(s^{i+1} - s^{i-1})} f^{i+1} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

## (4) 造波波形と計算結果の安定性

実際の計算においては、計算結果の安定性を保証するため、次式を満たすように時間 step  $\Delta t$  を決める。特に、砕波点近傍では、次式を満たすように  $\Delta t$  を小さく変化させて計算する。

$$(X^j - X^{j-1})^2 + (Y^j - Y^{j-1})^2 \geq (\phi_x^2 + \phi_y^2)(\Delta t)^2 \dots\dots\dots (15)$$

また、計算結果の安定性を維持するため、次式のような 5 点補間による平滑化 (Longuet-Higgins・Cokelet, 1976) を行う。

$$\bar{f}^j = \frac{1}{16} (-f^{j-2} + 4f^{j-1} + 10f^j + 4f^{j+1} - f^{j+2}) \dots\dots\dots (16)$$

このように、つぎの時間 step に計算を進める際、式 (15) の安定条件を満たさない場合は  $\Delta t$  を安定条件を満たすように小さくし、また各時間 step ごとに式 (16) による平滑化をすることによって計算結果の安定性を確保する。

図-3 は、以上の理論に基づき、構造物が設置されていない一定水深 ( $h$ ) の 2 次元波動場における非砕波の造波

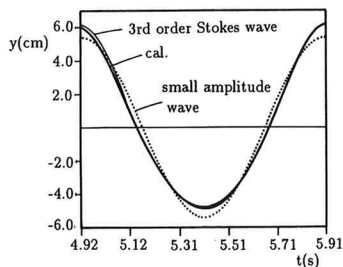


図-3 造波波形(時間波形)  
( $h=60$  cm,  $T=0.99$  s,  $a=2.86$  cm)

波形の計算結果の一例を示したものである。ここで、造波境界の変位  $\beta$  および水粒子の  $x$  方向速度成分  $U$  を次式で与える。

$$\beta(t) = a \sin \sigma t \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$U(t) = -\phi_n = a\sigma \cos \sigma t \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $a$  は piston 型の造波装置を想定した場合の造波板の振幅であり、 $\sigma (=2\pi/T, T$  は波の周期) は角周波数である。

図-3 に用いた造波条件は  $h=60$  cm,  $T=0.99$  s,  $a=2.86$  cm の場合で、Stokes 波の 3 次近似理論の適用範囲に入るため、計算結果は微小振幅波理論による波形より波峰が尖り、波谷が広がる実際現象をよく表し、Stokes 波の 3 次近似理論による波形とよく一致する。

### 3. 砕波の数値解析の結果と考察

図-4 は本研究で用いた潜水構造物(潜水固定構造物、着座式潜堤および潜水着座式 step 構造物)を示しており、また各構造物の設置位置も同時に示している。図中の  $L_p$  は水槽の長さ、 $h_d$  は潜水深、 $l$  は潜水固定構造物と潜堤の先端幅、 $d$  は潜水固定構造物の高さである。本論の計算では、 $l=68$  cm,  $d=23$  cm,  $h=60$  cm で一定にした。

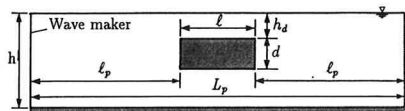
#### (1) 砕波限界

本研究での砕波の判定は次式のように自由水面における水粒子の水平速度  $\bar{U}_{\max}$  が波速  $c$  より大きい時に砕波が起こると定義する。

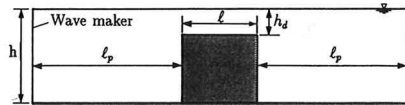
$$\bar{U}_{\max} \geq c \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、波速  $c$  は、図-5 に示すように、波峰(水位が一番高い点)の移動速度である。本数値計算における波速  $c$  の値は、 $dt$  を小さく取ると、要素長の影響によって時間とともに不安定な値を示すため、 $dt=T/4$  として計算した。

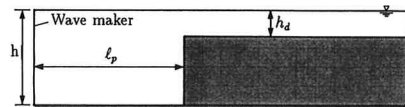
図-6 は、式 (19) により、潜水固定構造物による波の砕波限界の数値解析結果と過去の実験結果(岩田ら, 1991)を同時に示したものである。ここで、実験値は潜水固定圧気構造物によるものであるが、岩田ら(1991)



(a) 潜水固定構造物



(b) 着座式潜堤



(c) 潜水着座式 Step 構造物

図-4 潜水構造物

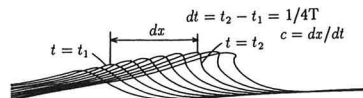


図-5 波速の定義

によると、潜水圧気構造物を固定した場合は、波の変形に対する圧気の影響はほとんどなく、圧気室のない一般矩形構造物の場合とほぼ同様な結果を示す。数値解析結果は、水理実験結果と同様に、 $h_d/L$  ( $L$  は入射波の波長) が大きくなるにつれて砕波限界波形勾配  $H/L$  ( $H$  は入射波の波高) が大きくなる現象を表しており、実験結果と解析結果がよく一致するのが認められる。

#### (2) 潜水構造物による砕波

図-7 は潜水固定構造物上での砕波波形を示したものである。図中の B. P. は式 (19) による砕波点を表す。図-7(a), (b) は、波の周期と構造物の潜水深が同じで、入射波高 ( $H$ ) が違う場合であるが、波高が大きい図-7(b)の方が砕波時の波峰の巻き込みが大きく、また砕波位置は構造物上の沖側の方で砕波している。また、構造物の潜水深が違う図-7(b), (c) の場合を比較すると、潜水深が浅い図-7(b)の方が構造物上のより沖側で砕波が発生し、波峰の高さも高い。このように砕波は、入射波高が大きいほど、また潜水深が浅いほど構造物上の沖側で起こり、その時の波峰の部分に形成される巻き込みも大きい。つぎに、図-7(a), (d) の場合を比べると、両者の波形勾配は、図-7(a)の方が  $H/L=0.0745$ 、図-7(d)の方が  $H/L=0.0735$  でほぼ等しく、構造物の潜水深も同一であるが、図-7(d)の方がかなり大きな波の巻き込みが形成されている。図-6 によれば、図-7(d) の場

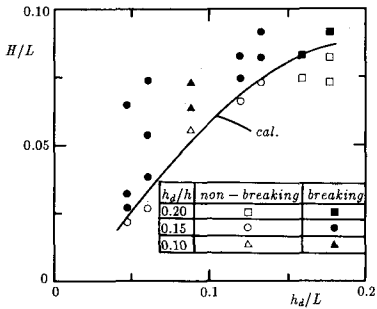
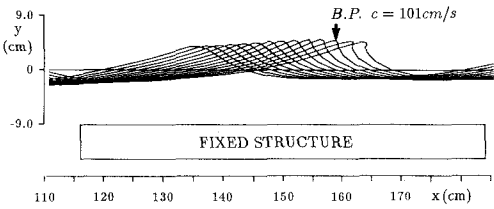
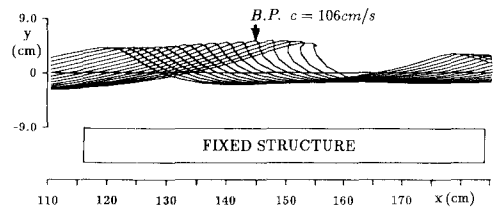


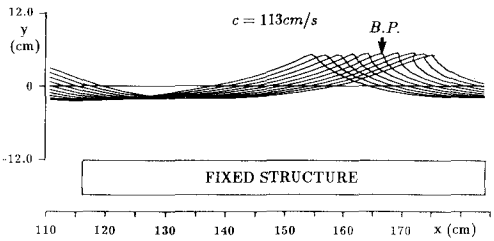
図-6 潜水固定構造物による砕波限界



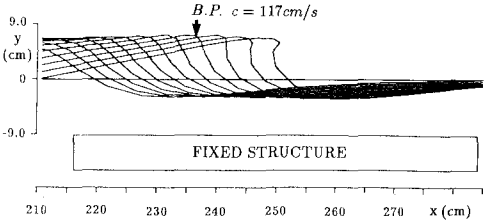
(a)  $T=0.7$  s,  $H=5.6$  cm,  $h_d=9$  cm,  
 $H/L=0.0745$ ,  $h/L=0.798$



(b)  $T=0.7$  s,  $H=6.3$  cm,  $h_d=9$  cm,  
 $H/L=0.0838$ ,  $h/L=0.798$



(c)  $T=0.7$  s,  $H=6.3$  cm,  $h_d=12$  cm,  
 $H/L=0.0838$ ,  $h/L=0.798$



(d)  $T=0.99$  s,  $H=11.1$  cm,  $h_d=9$  cm,  
 $H/L=0.0735$ ,  $h/L=0.397$

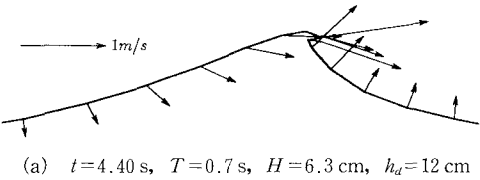
図-7 潜水固定構造物上での砕波波形

合は図-7(a) の場合に比べて砕波限界よりもかなり大きな波形勾配になっている。したがって、同一の波形勾配であっても、その砕波の規模は  $h_d/L$  が小さくなると、大きくなることがわかる。

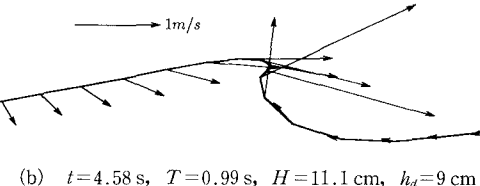
図-8 は、図-7(c), (d) の場合について、砕波時の波峰の部分拡大したもので、水面での水粒子速度も同時に示している。図をみると、図-8(a) の波速が  $c=113$  cm/s, 図-8(b) の方が  $c=117$  cm/s で、ほぼ同じであるが、波峰での水平水粒子速度はかなり大きさが異なり、図-8(a) の場合の巻き込みに比べて、図-8(b) の場合の巻き込みが大きくなっている。また、波前面での水粒子速度は、図-8(a) では水面の法線方向外向きの速度成分が卓越している反面、図-8(b) では、法線方向の流速成分はほとんどなく、波峰の方に向かう接線方向の流速成分が大きくなっている。このため、両者の砕波波形は、図-8(a) の方が上向きに尖鋭的な波形となり、図-8(b) の方が立ち上がって前方へ大きく巻き込む形状となっている。

つぎに、図-9 は同一の周期 ( $T=0.99$  s) と入射波高 ( $H=11.1$  cm) による 3 種類の潜水構造物上での砕波の数値解析の結果を示したものである。また、構造物の違いによる波の変形特性を調べるため、各構造物の潜水深を一定 ( $h_d=9$  cm) とした。ここには、一種類の周期についての計算結果のみを示しているが、他の周期に対しても、潜水固定構造物に対する方が 3 種類の構造物の中で最も早く波は砕波する。これは、後述するように、潜水固定構造物周辺で形成される循環流のためである。また、潜堤と step 構造物による砕波を比較すると、比較的周期の長い図-9 の場合には潜堤の方が早く砕波しているが、それよりも周期の短い場合には step 構造物がより早く砕波する。

図-10 は、図-9 における潜水固定構造物と潜堤の周辺の流速場を示したものである。図によれば、潜水固定



(a)  $t=4.40$  s,  $T=0.7$  s,  $H=6.3$  cm,  $h_d=12$  cm



(b)  $t=4.58$  s,  $T=0.99$  s,  $H=11.1$  cm,  $h_d=9$  cm

図-8 水面での水粒子速度

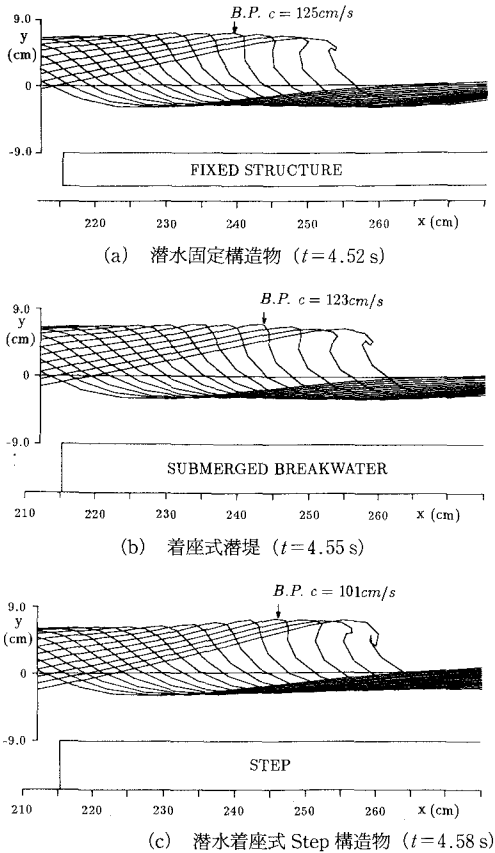


図-9 潜水構造物上での碎波波形  
( $h=60$  cm,  $T=0.99$  s,  $H=11.1$  cm,  $h_d=9$  cm)

構造物は、潜堤と違い、構造物の下部の遊水域には沖側へ向かう戻り流れが発生しており、これにより浮体上部では逆の岸側へ向かう流れが存在する。このような潜水固定構造物周辺の循環流のため、他の構造物の方よりも早く碎波するものと考えられる。

#### 4. 結 言

本研究では3種類の潜水構造物による碎波現象とその特性を数値解析により議論した。得られた解析結果は、既に水理実験により明かにされたように、入射波高が大

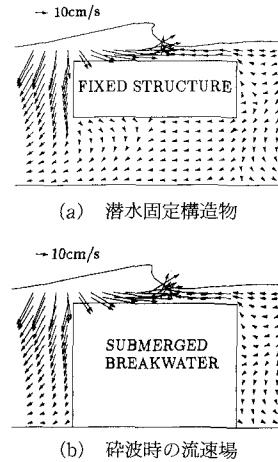


図-10 碎波時の流速場

きいほど、また潜水深が浅いほど、碎波が構造物上の沖側で起こり、その時の碎波波高は高くなること、また3種類の潜水構造物の中で、潜水固定構造物が一番早く波を碎波させることなどが数値解析から確認された。

#### 参 考 文 献

- 岩田好一朗・金 度参・浅井 正・織田幸伸・下田直克 (1991): 潜水浮体上の碎波限界に関する研究, 土木学会第46回年次学術講演会講演概要集, 第2部, pp. 934-935.
- 安田孝志・原 正典・榎原幸雄 (1991): BIMを用いたステップによる孤立波の碎波を伴う変形とその法則, 土木学会論文集, No. 429/II-15, pp. 87-96.
- Dold, J. W. and D. H. Peregrine (1984): Steep unsteady water waves: an efficient computational scheme, 19th ICCE, Vol. 1, pp. 955-967.
- Grilli, S. T. and I. B. Svendsen (1990): Long wave interaction with steeply sloping structures, 22nd ICCE, Vol. 2, pp. 1201-1213.
- Kioka, W. (1983): Numerical analysis of breaking waves in a shallow water, CEJ, Vol. 26, pp. 11-18.
- Longuet-Higgins, M. S. and E. D. Cokelet (1976): The deformation of steep surface waves on water, Proc. R. Soc. Lond., A. 350, pp. 1-26.
- Vinje, T. and P. Brevig (1981): Numerical calculation of forces from breaking waves, Intl. Symp. Hydrodynamics in Ocean Eng., pp. 547-565.