

Boussinesq 方程式を用いた波浪・海浜流・海浜変形の数値計算

佐 藤 慎 司*・Michael Kabiling**

1. 序 論

砕波帯における海浜変形を合理的に予測するためには、波の非線形性に伴う波形の非対称性や戻り流れの影響をあらわに取り込んだ波・流れ・砂移動の予測モデルを開発する必要がある。従来三次元海浜変形の数値モデルでは、主として緩勾配方程式を用いた線形理論に基づいて波浪場を計算し、radiation stress の評価を介して海浜流場を計算するという方法がとられてきた。しかし、このような方法では波と流れの両者が収束するまで計算を繰り返し行わなければならないうえ、構造物背後の波が重なる領域などでは radiation stress の評価法にも工夫が必要である。また、線形理論では底面流速波形の非対称化や前傾化は評価できないので、波による漂砂の移動方向の決定にはなんらかの仮定を導入せざるを得ない。

近年 Boussinesq 方程式を用いて、非線形波浪場を計算する試みが行われている。砕波帯を含む計算を行った例としては Schäffer *et al.* (1992), Sato *et al.* (1992), Karambas・Koutitas (1992) らの研究例がある。これらの研究により、砕波後の波の波形を含めて非線形波の計算が可能となってきた。しかし、現在のところ単純な条件での計算結果の検証が行われているだけで、平面波浪場に対して海浜流や地形変化を計算し、その妥当性を検証した例はない。

本研究では、非線形性と分散性を含む Boussinesq 方程式を用いて、砕波帯外から波打ち帯近傍までの波浪場と平均水位・海浜流場を同時に計算する数値モデルを開発し、その数値計算結果を実験結果と比較して検証する。本モデルでは非線形項を含んだ基礎方程式を用いているので、波浪場の計算と同時に海浜流場の計算ができるうえ、流速波形の非対称化や前傾化が直接評価できる利点がある。さらに、これらの結果を用いて、非線形波浪モデルの三次元海浜変形計算への適用性を検討することを目的とした。

2. 波浪・海浜流場の計算

2.1 基礎方程式と境界条件

鉛直方向に積分した Peregrine の式に砕波による運動量補正項を付加し、水面変動 η と線流量 Q_x , Q_y を変数として数値積分した。連続の式と水平二方向の運動量方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_x Q_y}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \frac{1}{3} h^2 \left(\frac{\partial^3 Q_x}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 Q_y}{\partial x \partial y \partial t} \right) \\ - \frac{f_w}{2D^2} Q_x \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} + M_{Dx} \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x Q_y}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_y^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ = \frac{1}{3} h^2 \left(\frac{\partial^3 Q_x}{\partial x \partial y \partial t} + \frac{\partial^3 Q_y}{\partial y^2 \partial t} \right) \\ - \frac{f_w}{2D^2} Q_y \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} + M_{Dy} \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで、 h は静水深、 $D(=h+\eta)$ は全水深、 f_w は底面摩擦係数、 g は重力加速度である。また、 M_{Dx} , M_{Dy} は砕波による運動量の拡散項で、本研究では Sato *et al.* (1992) の研究を参考にして次式の様に表した。

$$M_{Dx} = \nu_e \left(\frac{\partial^2 Q_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q_x}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$M_{Dy} = \nu_e \left(\frac{\partial^2 Q_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q_y}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで ν_e は砕波によって生じる乱れによる運動量の混合を表す渦動粘性係数であり、後述する方法で算定する。

数値計算には、水位と流量の格子点を半分ずつずらした差分格子を用い、ADI 法によって数値積分した。分散項を含めた数値計算では通常、離散化に伴う誤差と分散項のオーダーが同程度であるため、格子間隔が大きな時には 3 次の修正項を加える必要がある。本研究では、格子幅をできるだけ小さくすることとし、3 次の修正項は加えなかった。計算に用いた格子幅は波長の 1/25 程度、

* 正 会 員 工博 横浜国立大学助教授 工学部建設学科

** 学生会員 M.Eng. 横浜国立大学大学院 工学研究科

時間ステップは周期の1/30程度を目安とした。

入射境界では第一次近似のクノイド波を入射させるとともに計算領域からの反射波を再反射させないようにした。岸側境界には一定水深となる領域を設け、ここで波を十分減衰させるものとし、さらに境界では波が透過する条件を課した。エネルギー減衰項を加えて計算すると、汀線付近の波高が減少し平均水位が上昇する。そこで計算が進むにつれて岸側の一定水深領域の水深を徐々に浅くし、有効な計算領域が広がるように工夫した。静水状態から計算を始め、波浪・海浜流・平均水位のすべての場が定常となるまで計算を繰り返した。

平面波浪場に適用する前に、まず斜面上を進行する非碎波の一次元波浪場に対して計算法の妥当性を検証した。図-1(a), (b)は、勾配1/30の一樣勾配斜面において2種類の沖波条件に対して計算された浅水変形を、各種波動理論と比較したものである。点線は微小振幅波動理論、実線はShuto (1974)の非線形波動理論による浅水係数であり、破線は次式で計算される合田の碎波限界波高

を表している。

$$\frac{H_B}{L_0} = 0.17 \left[1 - \exp \left\{ -1.5\pi \frac{h_B}{L_0} (1 + 15s^{4/3}) \right\} \right] \cdots (6)$$

ここで、 H_B は碎波限界波高、 L_0 は沖波波長、 h_B は碎波点の水深、 s は底面勾配である。計算ではやや反射波成分がみられ、波高値が振動している。分散項を除いた計算(○, △印)では、波高が過大評価となるが、分散性を含んだ計算値(●, ▲印)とShuto (1974)の非線形波動理論との対応は良く、本モデルにより碎波直前まで浅水変形を精度良く計算できることが確認できる。沖波波長勾配0.008~0.02, 斜面勾配1/10~1/50の条件に対して、ほぼ妥当な計算が行えることを確認した。

2.2 碎波条件

碎波の判定には、平面波浪場に適用可能な指標として、Watanabe *et al.* (1984)にならい、水表面における水粒子速度と波速の比を用いた。Boussinesq方程式の近似度では、例えば水表面の水粒子速度の x 方向成分 u_s は、断面平均流速 $\bar{u}(=Q/D)$ を用いて次式で与えられる。

$$u_s = \bar{u} - \left(\frac{D^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \cdots (7)$$

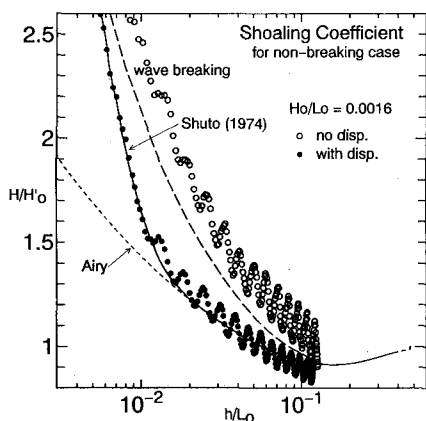
計算格子の各点で、一周期間の線流量の計算値から上式を用いて水表面の最大水粒子速度 $\vec{u}_{s \max}$ を決定した。

波速は一周期間の水位変動から決定した。すなわち、各点の水位変動をフーリエ解析し、基本周波数成分に対する位相を求め、その位相の空間的な勾配から波数ベクトル $\vec{k}$ を決定した。そしてこれらから次式で $\vec{u}_{s \max}$ の方向に対する流速波速比を計算し、碎波指標として用いた。

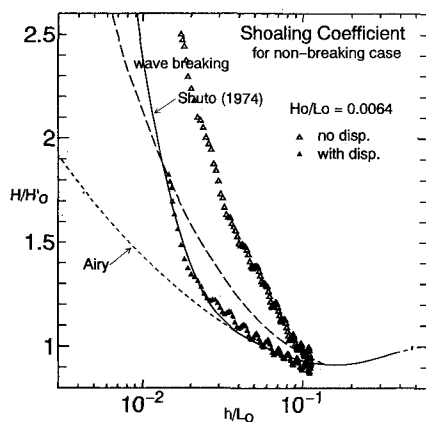
$$\frac{\vec{u}_{s \max}}{C} = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{u}_{s \max}|}{\sigma} \cdots (8)$$

ここで σ は基本周波数成分の角周波数である。まず、一次元進行波に対して流速波速比の限界値を求めるために、規則波に対して計算を行った。斜面勾配1/10~1/100の一樣勾配斜面を進行する規則波に対して浅水変形を計算し、合田の碎波指標を用いて碎波点を決定した。そして碎波点における波峰における流速波速比を計算した結果、流速波速比が0.6~0.7となる点で碎波が生じていることがわかった(片山・佐藤, 1993)。

本研究では、平面波浪場における波浪・海浜流場と海浜変形の実験データとして、清水ら(1983)のデータを用いて、数値計算結果と比較する。清水ら(1983)の実験は、勾配1/20の一樣勾配斜面に粒径0.02 cmの細砂をしきならした条件で行われ、長さ150 cmの離岸堤周辺の波浪・海浜流と地形変化が詳細に計測されている。入射波は、沖波換算波高4.9 cm, 周期0.87 sの規則波である。数値計算では現象の対称性を利用して、離岸堤の中心線に対して半分の領域を対象とした。以後離岸堤中心線上の入射境界を原点として、岸向きに x 軸をとり、



(a) $H_0/L_0 = 0.0016$



(b) $H_0/L_0 = 0.0064$

図-1 浅水変形の比較

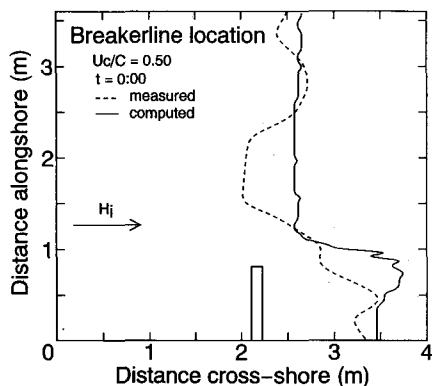


図-2 平面波浪場における砕波点の分布

それと直交する向きに y 軸をとることとする。図-2は、同条件の初期地形に対して、(8)式の流速波速比を用いて砕波線を計算した例である。実線で示された計算値は、点線の実験で観察された砕波位置を精度良く予測できることを確認した。

2.3 砕波によるエネルギー逸散

砕波によるエネルギー逸散は、緩勾配方程式を用いた従来の研究成果から渦動粘性係数を推定して用いた。Watanabe・Dibajnia (1988) の非定常緩勾配方程式を用いた計算例や Sato *et al.* (1992) の研究を参考にして、渦動粘性係数は砕波減衰係数 f_D を変換して次式で与えた。

$$\nu_e = \frac{gd}{\sigma^2} f_D = \frac{\alpha_D \sigma g d}{\sigma^2} \sqrt{\frac{g}{d} \cdot \frac{\bar{Q} - Q_r}{Q_s - Q_r}} \quad \cdots (9)$$

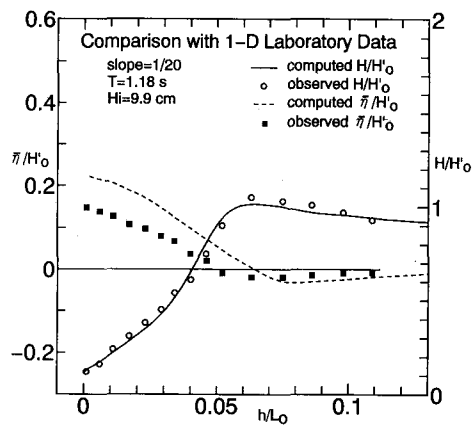
$$Q_s = 0.4(0.57 + 5.3s)\sqrt{gd^3}, \quad Q_r = 0.135\sqrt{gd^3} \quad \cdots (10)$$

ここで d は平均水深であり、 α_D は砕波帯外で 0 で砕波点を挟む一波長の領域で線形的に 2.5 まで増加させ、砕波帯内では 2.5 の一定値とした。また $\bar{Q}$ は線流量の振幅であり、直前の一周期の線流量の変動から求めた。この式で計算される ν_e を用いると砕波帯内の波高減衰は精度良く計算できるが、砕波帯外では $\nu_e = 0$ となるので、例えば砕波帯外に位置する構造物の隅角部などでは非常に大きな流速が計算されることがあり、海浜流の流況が非現実的なものとなる。そこで、海浜流の計算で従来よりよく用いられている Longuet-Higgins (1970) による水平混合係数に対応する次式を加えて計算した。

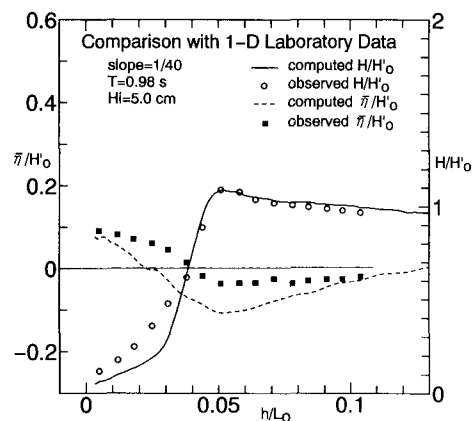
$$\nu_e = 8 \times 10^{-4} \sqrt{gd} / s \quad \cdots (11)$$

ここで、係数は付加的な波高減衰を極力避け、しかも構造物近傍でも合理的な流況となるように試行錯誤で決定した。海浜流の計算などで通常用いられている値よりは 1 オーダー小さい。

これらの運動量拡散項を用いて、砕波による波高減衰と平均水位上昇が精度良く計算できることを検証するために、まず、一次元進行波の浅水・砕波変形を計算した。図-3(a), (b) は斜面上で砕波する規則波に対して、波高



(a) 底面勾配 1/20



(b) 底面勾配 1/40

図-3 斜面上の規則波の波高と平均水位

(実線) と平均水位 (点線) の分布を比較したものである。図中の記号は、勾配 1/20 のものは Sato *et al.* (1988)、勾配 1/40 のものは Sato *et al.* (1989) の実験結果を表している。勾配 1/40 の計算ではやや一致度が悪く問題も残されているが、実験値をほぼ再現する波高減衰と平均水位上昇が予測されている。

2.4 波高・海浜流の分布

図-4 は、清水ら (1983) の実験条件に対して波高分布を計算したものである。離岸堤前面の反射波領域、背後の回折・砕波領域ともに妥当な計算値が得られていることを確認した。図-5, 6 は、離岸堤周辺の高浜流場を計算したものである。高浜流の流速は、断面平均流速 (Q_x/D , Q_y/D) を一周期間にわたって平均することにより求めた。図-5 が摩擦係数を 0 とした計算値、図-6 が 0.02 とした場合の計算値である。摩擦係数をこの程度の範囲で変化させても、波高分布にはあまり差が生じないが、高浜流場には若干の違いが見られる。摩擦係数を大きくした方が、最大流速値は小さくなるが、離岸堤背後の循環

流の中心が離岸堤に近づき、局所的には流速値が大きくなることもある。しかし、どちらの場合も離岸堤背後での時計周りの循環流が発達しており、定量的にも実験結果との対応は良い。また、平均水位についても離岸堤背後で平均水位の上昇が計算されていることを確認した。

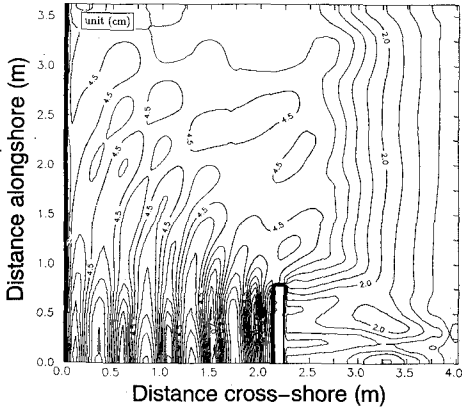


図-4 離岸堤周辺の波高分布

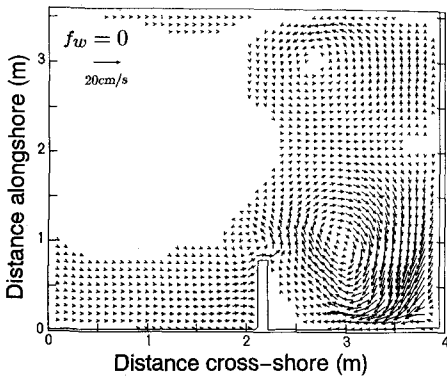


図-5 離岸堤周辺の海浜流 ($f_w=0$)

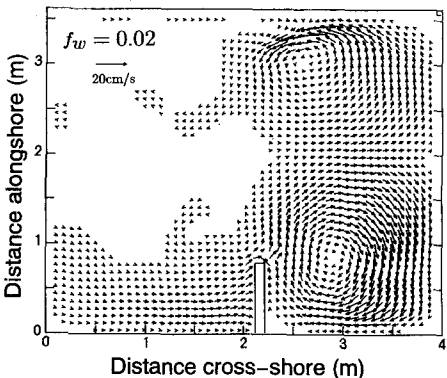


図-6 離岸堤周辺の海浜流 ($f_w=0.02$)

3. 海浜変形の計算

得られた底面流速変動をもとに局所漂砂量モデルを適用して、体積漂砂量 $\vec{q}$ の分布を求めた。本研究では波の非線形性によって生じる波による砂移動を単純な形で表現したものとして、Bailard(1981)のモデルを検討した。

$$\vec{q} = \vec{q}_B + \vec{q}_S \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\vec{q}_B = \frac{C_f \varepsilon_B}{(\rho_s/\rho - 1)g \tan \phi} \left(\vec{u}_b |\vec{u}_b|^2 - \frac{S}{\tan \phi} |\vec{u}_b|^3 \vec{i} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\vec{q}_S = \frac{C_f \varepsilon_S}{(\rho_s/\rho - 1)g w_s} \left(\vec{u}_b |\vec{u}_b|^3 - \frac{\varepsilon_S}{w_s} S |\vec{u}_b|^5 \vec{i} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、添字 B および S はそれぞれ掃流砂と浮遊砂を表す。また、 ρ は水の密度、 ρ_s 、 C_f 、 $\tan \phi$ 、 w_s はそれぞれ底質の密度、抗力係数、内部摩擦角、沈降速度、 $\vec{u}_b$ は底面流速値、 ε_B と ε_S は掃流砂と浮遊砂に対する無次元定数、 $\vec{i}$ は底面における局所的な斜面を登る向きの水平単位ベクトルである。(13)式と(14)式の括弧の中の第2項は局所的な底面勾配による漂砂量の補正項である。本研究では、諸係数の値にできるだけ Bailard (1981) に推奨されている値を用いることとし、 $\tan \phi = 0.78$ 、 $C_f = 0.01$ 、 $\varepsilon_B = 0.13$ 、 $\varepsilon_S = 0.0025$ とした。浮遊砂に関する定数 ε_S のみは通常用いられているものより1オーダー小さい。これらの式によって得られる $\vec{q}_B$ と $\vec{q}_S$ を、一周期にわたって平均することにより、net の漂砂量が得られる。

さらに流れのみによる砂移動を表現したものとして次式によっても漂砂量を計算した。

$$\vec{q} = \alpha w_s d_s \cdot \max(\Psi - \Psi_c, 0) \cdot \vec{u}_b / \sqrt{(\rho_s/\rho - 1)g d_s} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで d_s は底質の粒径、 Ψ はシールズ数、 Ψ_c は限界シールズ数であり、係数 α は1.0とした。シールズ数は底面流速の最大値を用いて評価した。また、限界シールズ数については、今回の計算で注目するような乱れの強い碎波帯については、その算定法が確立していないため、 $\Psi_c = 0$ とした計算した。

このようにして計算される局所漂砂量から底質の連続式を用いて地形変化を計算した。局所的な勾配の影響を取り入れるために、漂砂量を Watanabe *et al.* (1986) にならって修正し、次式により水深変化を計算した。

$$\frac{1}{1 - \lambda_v} \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot \vec{q}_m \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\vec{q}_m = \vec{q} + \varepsilon |\vec{q}| \nabla \cdot h \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで $\lambda_v (=0.4)$ は底質の空隙率、 ε は局所的な勾配の影響を表す係数で、今回の計算では0.5とした。

図-7、図-8 はそれぞれ(12)式と(15)式を用いて漂砂量を計算し、清水ら (1983) の条件に対する2時間37分

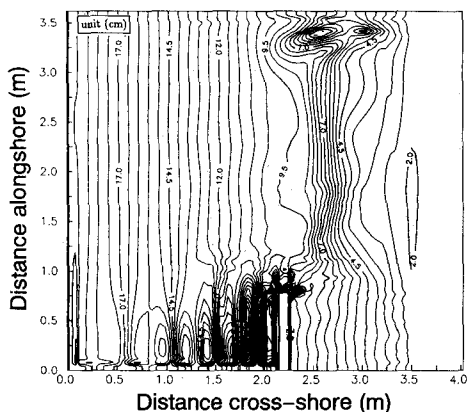


図-7 離岸堤周辺の地形変化 (Bailard モデル)

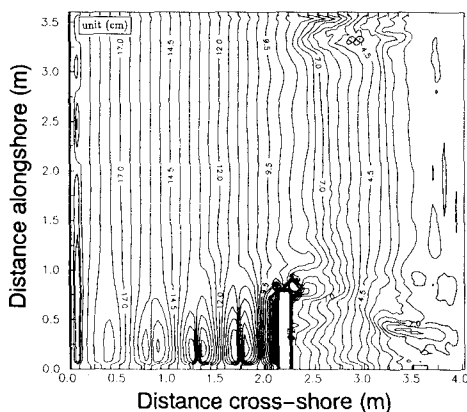


図-8 離岸堤周辺の地形変化 (流れによる漂砂量)

後の海浜地形変化を予測したものである。Bailard のモデルでは砕波点付近で漂砂量を過大評価し、砕波点直前が侵食され、直後に堆積する傾向がある。これは、砕波点付近では流速変動波形の高次のモーメントが非常に大きくなるためである。離岸堤背後では、実験では約 50 cm 程度の等深線の前進がみられるが、Bailard のモデルでは顕著な地形変化は生じていない。これに対して、流れのみによる漂砂を考慮したケースでは、離岸堤背後の領域において堆積がみられ、実験とほぼ符合する等深線の前進が予測されている。波による漂砂が不合理な値となるのは、砕波点付近で流速波形の予測精度が悪く、高次のモーメントほど非現実的な値となることや、漂砂量則そのものが、砕波点のような非線形性が強く乱れの強い場所にはそのままの形で適用できないことなどの理由が考えられる。他の漂砂量則の検討を含めて、波形の非対称性の結果生じる波による漂砂量の算定法を、今後さらに検討する余地がある。

4. 結 論

提案した数値モデルは屈折・回折を含む非線形波浪場の浅水・砕波変形と海浜流場を合理的かつ精度良く計算できる。得られた計算結果を用いれば、波の前傾化・非対称化や戻り流れ等が直接評価でき、従来不明確な部分が多かった波の非線形性に起因する効果を含んだ三次元海浜変形のシミュレーションが行える。本モデルのような非線形波モデルにより Swash zone を含めた海浜変形の定量的な予測を可能とすることが今後の課題である。

参 考 文 献

- Bailard, J. A. (1981): An energetics total load sediment transport model for a plane sloping beach, *J. Geophys. Res.*, Vol. 86, No. C11, pp. 10938-10954.
- Longuet-Higgins, M. S. (1970): Longshore currents generated by obliquely incident sea waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 75, pp. 6778-6801.
- Sato, S., M. Fukuhama and K. Horikawa (1988): Measurements of near-bottom velocities in random waves on a constant slope, *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 31, No. 2, pp. 219-229.
- Sato, S., T. Isayama and T. Shibayama (1989): Long-wave component in near-bottom velocities under random waves on a gentle slope, *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 32, No. 2, pp. 149-159.
- Sato, S., M. Kabiling and H. Suzuki (1992): Prediction of near-bottom velocity history by a nonlinear dispersive wave model, *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 35, No. 1, pp. 67-82.
- Shuto, N. (1974): Nonlinear long waves in a channel of variable section, *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 17, pp. 1-12.
- Schäffer, H. A., R. Deigaard and P. Madsen (1992): A two-dimensional surf zone model based on the Boussinesq equations, *Proc. 23rd Conf. on Coastal Eng.*
- Karambas, T. V. and C. Koutitas (1992): A breaking wave propagation model based on the Boussinesq equations, *Coastal Eng.*, Vol. 18, pp. 1-19.
- Watanabe, A., T. Hara and K. Horikawa (1984): Study on breaking condition for compound wave trains, *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 27, pp. 71-82.
- Watanabe, A., K. Maruyama, K. Shimizu and T. Sakakiyama (1986): Numerical prediction model of three-dimensional beach deformation around a structure, *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 29, pp. 179-194.
- Watanabe, A. and M. Dibajnia (1988): A numerical model of wave deformation in surf zone, *Proc. 21st Conf. on Coastal Eng.*, pp. 578-587.
- 片山裕之・佐藤慎司 (1993): Boussinesq 方程式を用いた不規則波の浅水・砕波変形の計算法, 海岸工学論文集, 第 40 巻.
- 清水琢三・三村信男・渡辺 晃 (1983): 波浪・海浜流共存場における海浜変形と漂砂量モデル第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 229-233.