

波浪場と海浜縦断地形変化の非線形数値計算法

芝 和彦*・磯部雅彦**・渡辺 晃**

1. 序 論

海岸整備を適切に進めて行くためには、多くの場合、構造物建設等に伴う海浜過程の変化を定量的に予測することが不可欠となる。現在、比較的短期間で狭領域の海浜変形を予測する手法としては、渡辺ら (1984) による 3 次元海浜変形モデル (堀川編, 海岸環境工学, 1985) を基本とした手法が主流を占めている。このモデルでは波の計算に微小振幅波理論を用いているため、海浜流の計算は波浪変形計算の後に radiation stress の算定を経て行う必要があり、このため波浪変形と海浜流の繰返し計算が必要となっている。また地形変化予測においても、底質移動に及ぼす波の非線形性の影響を取り込むためには、微小振幅の仮定に基く底面流速・摩擦応力と漂砂量とを半経験的に関連づけた漂砂量算定式が用いられている。

Dibajnia ら (1992) は、底面近傍軌道流速の非対称性を考慮した漂砂モデルを組み立てて縦断地形変化予測を行ったが、波浪場の計算には微小振幅波理論を用いており、理論の整合性は十分なものとはいえない。

そこで本研究では、Boussinesq 方程式を基礎式として波の非線形性を取り入れることにより、非対称な軌道流速の再現および波と海浜流・平均水位との同時計算を可能とした。さらに、波浪場の計算結果を Dibajnia ら (1992) の漂砂モデルと組み合わせることにより、波の非線形性および戻り流れを考慮した地形変化予測を行い、実験結果との比較・検討を行った。

2. Boussinesq 方程式と海浜流の方程式

Boussinesq 方程式は、波の振幅を a とすると $O(a^2)$ までの非線形項を含んでいる。一方、海浜流や平均水位の変化は、基本的には $O(a^2)$ で生じる現象であるため、Boussinesq 方程式で評価することができるはずである。以下では、鉛直流速分布を考慮した Boussinesq 方程式の周期平均が海浜流の支配方程式と等価になることを導き、波浪と海浜流の同時計算が可能であることを示す。

Abbott (1979) によると、鉛直流速分布を考慮した Boussinesq 方程式は、平面 2 次元場に対し次式で与えられる。

$$\frac{\partial \rho u_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} (\rho u_\alpha u_\beta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w u_\alpha) + \rho g \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} = -\rho \frac{\partial^3 \eta}{\partial x_\alpha \partial t^2} \left\{ \frac{(h+\eta)^2 - (h+z)^2}{2(h+\eta)} \right\} \dots (1)$$

ここに、 h は静水深、 η は水面変動、 u は水平流速、 w は鉛直流速を表し、 t は時間、 x は水平座標、 z は鉛直座標である。添字 α と β は 1 と 2 の値をとり、総和規約が適用される。

水面および底面での境界条件

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - w + u_\alpha \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} = 0 \quad (z = \eta) \dots (2)$$

$$w + u_\alpha \frac{\partial h}{\partial x_\alpha} = 0 \quad (z = -h) \dots (3)$$

を用い、上式を $-h$ から η まで積分して整理すると、次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \rho u_\alpha dz + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \int_{-h}^{\eta} \rho u_\alpha u_\beta dz + \rho g (h + \eta) \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} = -\rho \frac{\partial^3 \eta}{\partial x_\alpha \partial t^2} \frac{(h + \eta)^2}{3} \dots (4)$$

いま、水平流速 u_α を、次のように平均流成分 U_α と波動成分 u'_α とに分離する。

$$u_\alpha = U_\alpha + u'_\alpha \dots (5)$$

これにより、質量輸送が以下のように定義される。

$$\int_{-h}^{\eta} \rho u'_\alpha dz = \tilde{M}'_\alpha \dots (6)$$

$$\int_{-h}^{\eta} \rho U_\alpha dz = \rho U_\alpha (\bar{\eta} + h) = M_\alpha \dots (7)$$

$$\int_{-h}^{\eta} \rho u_\alpha dz = \tilde{M}_\alpha = M_\alpha + \tilde{M}'_\alpha = \rho \bar{U}_\alpha (\bar{\eta} + h) \dots (8)$$

ここに、 $\bar{\eta}$ は平均水位、 $\tilde{M}'_\alpha$ および M_α はそれぞれ流速の波動成分および平均流成分による質量輸送であり、 $\tilde{M}_\alpha$ は両者の和を表している。

これらの式を用い、式 (4) の周期平均をとって整理すると、Boussinesq 方程式の周期平均として次式が得られる。

* 工修 東京電力 (株)

** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

$$\frac{\partial \bar{M}_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left\{ \bar{U}_\beta \bar{M}_a + \int_{-h}^{\eta} \rho u'_a u'_\beta dz - \frac{M'_a M'_\beta}{\rho(\bar{\eta} + h)} \right\} + \rho g(\bar{\eta} + h) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_a} = -\rho \frac{\partial^3 \bar{\eta}}{\partial x_a \partial t^2} \frac{(\bar{\eta} + h)^2}{3} \quad (9)$$

一方、底面摩擦項と水平拡散項を除いた海浜流・平均水位の方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \bar{M}_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} [\bar{U}_\beta \bar{M}_a + S_{a\beta}] + \rho g(\bar{\eta} + h) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_a} = 0 \quad (10)$$

$S_{a\beta}$ は次式で定義される radiation stress である。

$$S_{a\beta} = \int_{-h}^{\eta} (\rho u'_a u'_\beta + p \delta_{a\beta}) dz - \frac{1}{2} \rho g(\bar{\eta} + h)^2 \delta_{a\beta} - \frac{M'_a M'_\beta}{\rho(\bar{\eta} + h)} \quad (11)$$

式(9)と(10)を比べると、異なっているのは radiation stress 項と式(9)の右辺だけである。Boussinesq 方程式は長波近似のもとで導かれているので、式(11)中の圧力 p にも長波近似を適用する。Abbott(1979)による Boussinesq 方程式の誘導において、長波近似のもとでの圧力として、

$$\frac{p(z)}{\rho} = g(\eta - z) + \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \frac{(h + \eta)^2 - (h + z)^2}{2(h + \eta)} \quad (12)$$

が得られており、これを式(11)に代入して式(10)を整理すると Boussinesq 方程式の周期平均である式(9)と同一な式が得られる。

以上から、長波近似が成り立つ場合には、Boussinesq 方程式の周期平均をとると、後に追加すべき底面摩擦項と水平拡散項を除いて、海浜流の方程式と一致する、すなわち Boussinesq 方程式を解くことによって波浪場と海浜流・平均水位場を同時に計算することができることが示された。

3. 1次元波浪場と平均水位の計算

砕波等によるエネルギー減衰項を含む1次元の Boussinesq 方程式は、水面変動 η と線流量 Q を用いて次式で与えられる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 Q}{\partial t \partial x^2} + M_D = 0 \quad (14)$$

ここで、 $D = h + \eta$ は水面変動を含む全水深を表す。また、 M_D は砕波によるエネルギー減衰を表す項であり、佐藤・鈴木(1990)により次式が提案されている。

$$M_D = \frac{gD}{\sigma^2} f_D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (15)$$

$$f_D = \alpha_b \tan \beta \sqrt{\frac{g}{h}} \sqrt{\frac{Q - Q_r}{Q_s - Q_r}} \quad (16)$$

ここに、 σ は角周波数、 $\tan \beta$ は海底勾配、 α_b は砕波帯内で2.5となる係数である。また、 Q_s 、 Q_r はそれぞれ、一様勾配上減衰域および一様水深再生域での線流量の振幅で、Dibajnia・渡辺(1987)にならい以下のように定義する。

$$Q_s = \gamma_s Ch \quad (17)$$

$$Q_r = \gamma_r Ch \quad (18)$$

$$\gamma_s = 0.4(0.57 + 5.3 \tan \beta) \quad (19)$$

$$\gamma_r = 0.4(a/h)_B \quad (20)$$

C は波速、 $(a/h)_B$ は砕波点での波振幅・水深比である。

沖側境界では、斜面からの反射波が存在するため、この反射波が計算領域内に再反射しないように境界条件を設定する必要がある。いま、沖側境界における線流量 Q を、入射波成分と反射波成分の和として次のように表現する。添字の in が入射波成分を、out が反射波成分をそれぞれ表している。

$$Q = Q_{in} + Q_{out} \quad (21)$$

ここで、線形長波の式から得られる次式を用いる。

$$u_{in} = \sqrt{g/h} \eta_{in}, \quad u_{out} = -\sqrt{g/h} \eta_{out} \quad (22)$$

線流量 $Q = u(h + \eta)$ であるから、 η^2 を含む項を無視して整理すると、式(21)は次のようになる。

$$Q = 2C\eta_{in} - C\eta \quad (23)$$

また岸側境界では、反射率を r として次式を用いる。

$$Q = (1 - r) \cdot C\eta \quad (24)$$

これらの境界条件を利用し、中央差分により式(13)、(14)を離散化して繰り返し計算を行った。なお、離散化の際の格子網としては、staggered-meshを採用した。

以上の方法を用いて波浪場の数値計算を行い、佐藤ら(1987)による実験結果との比較を行った。実験では、一様勾配 1/20 の斜面上に周期 1.18 s、波高 6.1 cm の規則波を作用させ、水面変動と底面近傍の流速変動を記録している。

図-1、2 はそれぞれ、波高分布および平均水位の分布

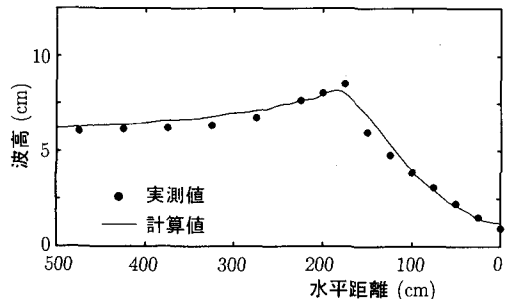


図-1 波高分布の実測値と計算値の比較

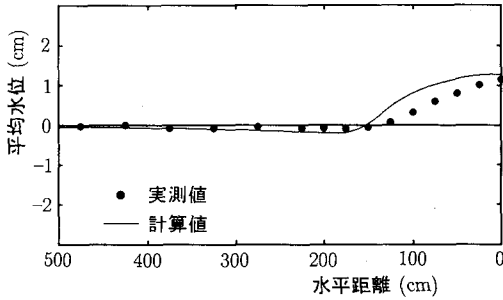


図-2 平均水位分布の実測値と計算値の比較

について実験結果と計算結果を比較した結果である。碎波帯を含む波高分布の一致は良好であり、また radiation stress を別途計算することなしに、水面変動 η の周期平均を取るだけで求まる平均水位 $\bar{\eta}$ の分布も、実現象をほぼ再現していることがわかる。

4. 底面軌道流速の評価

流速の測定は底面から $z'=5\text{ mm}$ の点で行われているため、底面近傍軌道流速 u_b は、計算対象領域の有限水深性を考慮して次式のように評価した。

$$u_b = \frac{Q}{h+\eta} \cdot \frac{\cosh(2\pi z'/L)}{\cosh(2\pi h/L)} \quad (25)$$

この式を用いて、図-1, 2 と同じ実験ケースについて底面軌道流速を比較した結果が図-3 であり、(a), (b), (c) はそれぞれ碎波帯外、碎波点付近、および碎波帯内の底面軌道流速を示している。

微小振幅波理論を応用した従来の研究では、碎波点までの流速波形については磯部・堀川 (1981) の方法を用いることによりある程度の再現性を得ていたが、碎波帯内では予測精度が悪くなっていた。これに対し本モデルでは、軌道流速波形を直接計算でき、しかも計算値と実測値は碎波帯の内外を問わずにより一致を示していることから、簡便かつ汎用性の高いモデルであるといえよう。

なお、ここで示したケースは plunging 型の碎波形態に対するものであるが、spilling 型の碎波形態に対しても良好な結果を得ている。

5. 底面定常流速の評価

碎波帯内においては、碎波による岸向きの質量輸送に対する補償流として、底面付近に戻り流れが発生する。碎波帯内では浮遊砂が多く、また底面付近ほど一般に浮遊砂濃度が高いことから、漂砂移動を問題にする場合、戻り流れの影響を無視することはできない。そこで、底面近傍における定常流速を予測する数値モデルが必要となるが、一般的な定式化は難しく、十分に信頼できるモデルは未だに確立されていない。

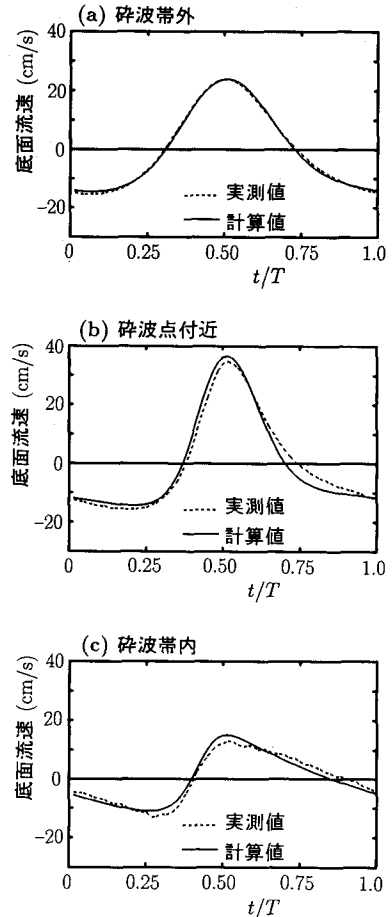


図-3 底面軌道流速の実測値と計算値の比較

本研究では Dibajnia ら (1992) にない、底面付近の定常流速 U を、碎波に起因する戻り流れ U_b 、波による質量輸送を補償する沖向き流れ U_w 、底面境界層外縁でのオイラーの質量輸送速度 U_e の3成分に分け、これらを足し合わせることによって評価した。従来の研究によると、碎波点付近では底面での定常流速が0となることが知られている。そこで、碎波による大規模渦の発達の度合いを表すパラメータとして、突っ込み点以深 ($x \leq X_p$) で0、渦の発達領域 ($X_l < x$) で1、それらの間は線形に補完したパラメータ Γ_U 、

$$\Gamma_U = \begin{cases} 0 & (x \leq X_p) \\ \frac{X_p - x}{X_p - X_l} & (X_p < x \leq X_l) \\ 1 & (X_l < x) \end{cases} \quad (26)$$

を便宜的に導入し、次式で底面定常流速を評価した。

$$U = \Gamma_U (U_b + U_w + U_e) \quad (27)$$

なお、 U_b については佐藤ら (1987) により提案された次式を利用した。

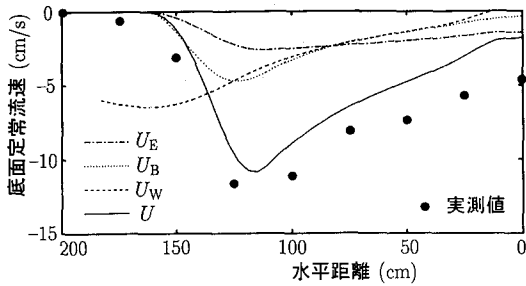


図-4 底面定常流速の実測値と計算値の比較

$$U_B = -A \cdot H^2 / (h \cdot T) \dots\dots\dots (28)$$

ここで、 H は各点の波高、 A は1のオーダーの無次元定数である。(以下の計算では、 $A=1.0$ とした。)

上記の方法によって底面定常流速を評価し、佐藤ら(1987)による実験と比較した結果を図-4に示す。計算結果と実験結果の一致は良好である。ただし、本研究で用いた評価方法は一様勾配斜面に対してのみ有効であり、現地スケールの現象や複雑な海底地形に対してなど、より一般的な条件に対してはそのまま適用することはできないものと思われる。

6. 地形変化の計算

Dibajnia ら(1992)は、シートフロー状態が卓越する海浜に対し、流速の非対称性を考慮した地形変化モデルを提案している。本研究では、上述した波浪場モデルと、この地形変化モデルを組み合わせることにより、波の非線形性を統一的に考慮した地形変化予測を行った。

モデルの妥当性を検証するため、清水ら(1985)により大型造波水路を用いて行われた海浜縦断地形変化の実験のうち、表-1の3ケースについて計算値と実測値の比較を行った。ここで d_{50} は底質の中央粒径、 $\tan \beta$ は初期海底勾配、 H_0 は沖波波高を表している。

実験では最終的に30時間後まで測定が行われているが、時間の経過につれて海底地形が複雑になると戻り流れの再現性が悪くなるため、本研究では5時間後あるいは7時間後で計算を打ち切り、波高・漂砂フラックス・地形変化を実測値と比較した。図-5, 6, 7はそれぞれCase 3-2, 3-4, 4-2に対応し、各図(a)～(c)の内容は以下のとおりである。

表-1 比較計算に用いた実験の条件

Case	d_{50} (mm)	$\tan \beta$	T (s)	H_0 (m)	砕波形態
3-2	0.27	5/100	6.0	1.05	plunging
3-4	0.27	5/100	3.1	1.54	spilling
4-2	0.27	3/100	4.5	0.97	plunging

(a) 波高分布(初期および終了時の計算値, 初期実測値)

(b) 漂砂フラックス(2時間後の計算値と実測値)

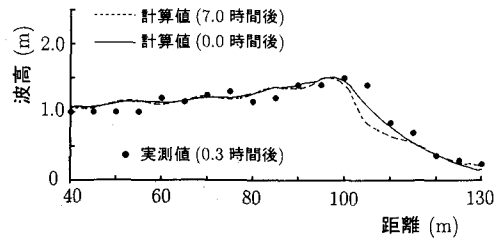
(c) 縦断地形(7または5時間後の計算値と実測値)

各図の実測値と計算値はよい一致を示しており、本モデルの妥当性が確認された。従来の研究では、波浪場の計算に微小振幅波理論を用いているため、特に plunging 型の砕波に対する地形変化の再現性が低かったが、本研究では波の非線形性を取り入れることにより、砕波の形態に関わらず精度の高い地形変化予測を行うことが可能となっている。

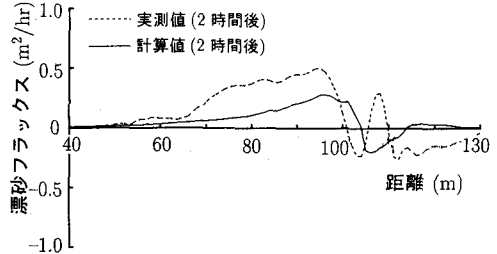
7. 結論と今後の課題

本研究では、波の非線形性に起因する軌道流速の非対称性と戻り流れを考慮した海浜縦断地形変化モデルを提案した。波浪場の基礎式に Boussinesq 方程式を利用することにより、従来のような波浪と海浜流・平均水位の繰り返し計算を不要とし、また、底面軌道流速の再現性

(a) 波高分布



(b) 漂砂フラックス分布



(c) 縦断地形

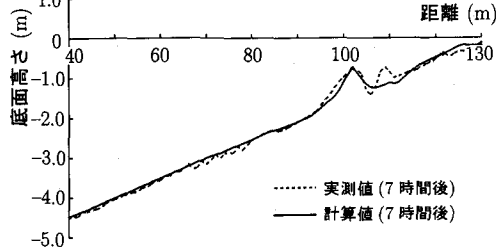


図-5 実測値と計算値の比較 (Case 3-2)

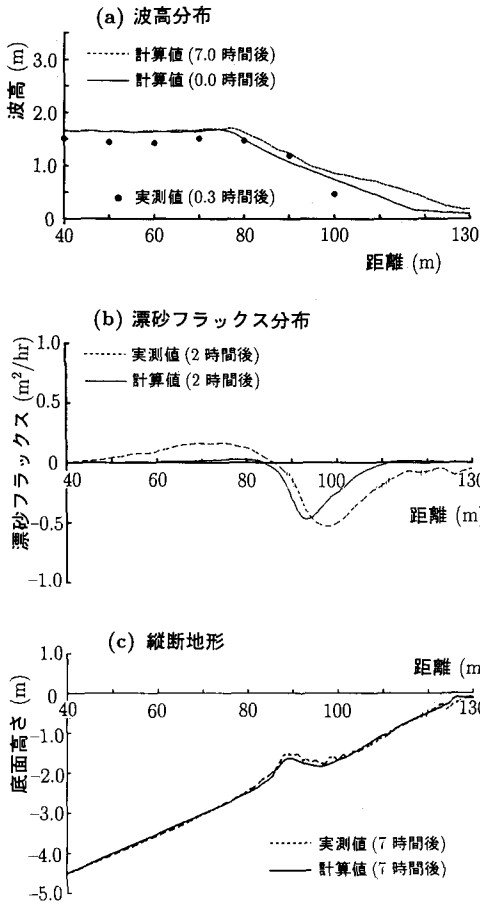


図-6 実測値と計算値の比較 (Case 3-4)

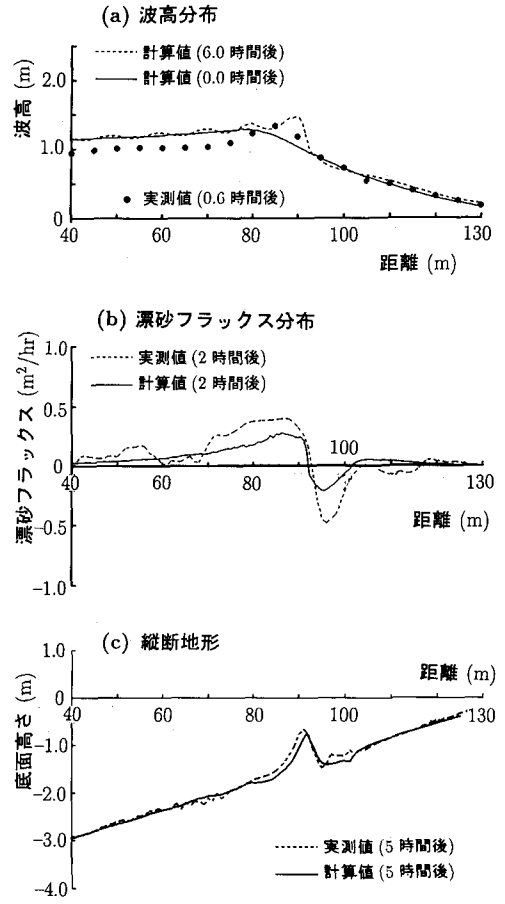


図-7 実測値と計算値の比較 (Case 4-2)

を高めることができた。波浪場計算の結果を Dibajnia ら (1992) の漂砂モデルと組み合わせたと、精度の高い地形変化の再現が可能であることがわかった。本モデルによる地形変化予測の推定精度は底面定常流速の大きさと岸沖分布に大きく依存するため、複雑な地形に対しても適用可能なモデルの確立が今後の課題である。

最後に本研究を進めるにあたり、貴重な実験データを御提供頂いた横浜国立大学佐藤慎司助教授に深甚なる謝意を表す。

参 考 文 献

- 磯部雅彦・堀川清司 (1981): 碎波帯付近における流速場の浅水変化に関する研究, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 5-9.
- 佐藤慎司・福濱方哉・堀川清司 (1987): 斜面上における不規則波の碎波変形と底面流速に関する実験的研究, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 36-40.
- 佐藤慎司・鈴木秀典 (1990): 碎波帯における底面流速変動波形の評価法, 第37回海岸工学講演会論文集, pp. 51-55.
- 清水隆夫・斉藤昭三・丸山康樹・長谷川寛・鹿島遼一 (1985): 大型造波水路による岸沖漂砂量分布のモデル化, 電中研報告, 研究報告: 384028, 60 p.
- 堀川清司編 (1985): 海岸環境工学, 第3編 海浜地形変化の予測モデル, 東京大学出版会, pp. 211-301.
- Dibajnia, M.・渡辺 晃 (1987): 波浪場と海浜縦断地形変化の数値計算, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 63-67.
- Dibajnia, M.・清水琢三・渡辺 晃 (1992): シートフロー状態が卓越する海岸における海浜縦断地形変化の数値計算, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 301-305.
- Abbott, M.B. (1979): Elements of the theory of free surface flow, Computational Hydraulics, pp. 51-55.