

Saltation からシートフローへの遷移過程における 砂粒子群の運動特性

後藤 仁志*・辻本 哲郎**・中川 博次***

1. ま え が き

大量の底質移動を伴うシートフロー漂砂の運動形態は、少量の底質が個別に移動する各個運搬とは異なり、粒状体的な性質を帯びた極めて複雑なものであるにもかかわらず、これまでの岸沖漂砂量式の多くは全領域の漂砂量を Shields 数のみの単一の関数として評価している。近年、このようなシートフロー漂砂固有の性質の重要性が着目され、底質移動速度、底質濃度、移動層厚の位相変化などのシートフロー漂砂の動態の把握を目的とした詳細な実験が行われるようになってきた（例えば、浅野ら、1992；山下ら、1992；灘岡ら、1991）。

シートフローは、(i) 流体系と砂粒子系間の干渉および(ii) 砂粒子間相互の干渉が支配的な集合流動であるため、そのモデル化に際しては固液混相流の取り扱いが必要となる。灘岡ら（1989）は、混相流の観点から、流速場と濃度場をリンクさせた单相流モデルによる数値解析を行っているし、浅野（1990）は、灘岡らのモデルよりさらに詳細な固液二相流モデルによる数値シミュレーションを実施している。これらのモデルは、流体・粒子間の相互作用に注目したものであるが、非定常性を伴う現象を解析する必要から、固相（砂粒子系）は連続体として簡素化されて Euler 的に取り扱われているため、離散系としての砂粒子運動の多様性を表現できない。これに対して後藤ら（1992）は、離散系としての砂粒子系の特性に注目して、定常流下の saltation 層を対象に、流体・粒子間の相互作用を PSI-セルモデルによってモデル化し、砂粒子の運動を Lagrange 的に取り扱った数値シミュレーションを実施し、これによって従来の清水流近似を用いたシミュレーションでは説明できなかった比較的高濃度の saltation 層における砂粒子の運動特性が説明できることを明らかにしている。

このように、シートフローの固液二相流的側面のうち (i) 流体・粒子間の相互作用に関しては、実験・数値解析の両面からのアプローチが進行中であるが、(ii) 砂粒

子間相互の干渉については、現在の実験技術ではその直接的計測は困難であり、数値解析にも複雑かつ膨大な計算を要するため、ほとんど研究例がない。本研究ではこのような状況に鑑み、粒子間相互の干渉について詳細に理解するため、比較的濃度の低い saltation 層を対象に多数の砂粒子の運動を同時に追跡した後藤ら（1993）のシミュレーションを拡張し、Shields 数が比較的大きい saltation からシートフローへの遷移領域での砂粒子の運動特性について検討する。なお、流れ場には清水流近似を適用し、流速分布は対数則を仮定する。

2. モデルの構成

本シミュレーションモデルは、時間について陽に離散化された砂粒子の運動方程式を用いて、砂粒子間および底面との衝突・反発を考慮しながら、複数の砂粒子の運動過程を同時に追跡するものである。計算領域の模式図を図-1 に示す。この種の数値シミュレーションでは大量の繰り返し計算と計算機のメモリーを必要とするが、大型の汎用機といえども利用できるメモリーには限界がある。そこで、効率的にメモリーを利用して計算を円滑に進めるため、対象を定常等流下の現象に限定し、コントロール・ボリュームの両端で周期境界条件を課すこととした。波動場におけるシートフローも、非定常性を除けば、本質的には定常等流下における現象と同一であり、本シミュレーションを通じて、その内部機構についての有益な情報が得られるものと考えられる。

(1) 不規則継続跳躍

ここでは、底質の不規則凸凹との衝突・反発に起因す

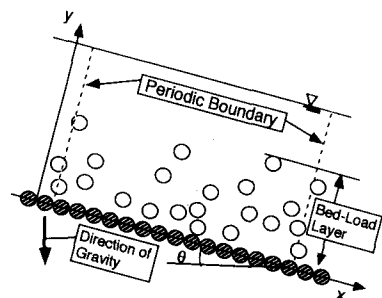


図-1 計算領域

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室
 ** 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
 *** 正会員 工博 京都大学教授 工学部環境地球工学教室

る砂粒子の不規則継続跳躍 (irregular successive saltation) を取り扱う。まず、砂粒子の運動方程式は、

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 |U - u_p| (U - u_p) - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g A_3 d^3 \dots \dots \dots (1)$$

で与えられる。ここに、 u_p ：砂粒子の速度ベクトル、 C_M ：付加質量係数、 σ ：砂粒子の密度、 ρ ：水の密度、 d ：砂粒径、 U ：平均流速ベクトル、 g ：重力加速度ベクトル、 A_2 、 A_3 ：砂粒子の2次元、3次元の形状係数である。 C_D は抗力係数であって、

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24}{Re}; \quad Re = \frac{d|U - u_p|}{\nu} \dots \dots \dots (2)$$

で与えられる。ここに、 ν ：動粘性係数である。なお、 $C_{D\infty}$ については、球に対する値0.4を、諸定数についても球状粒子を対象として、 $C_M=0.5$ 、 $A_2=\pi/4$ 、 $A_3=\pi/6$ を用いることとする。

底面との衝突が生じた際には、衝突前後の砂粒子の速度 (u_{gin} , v_{gin}), (u_{gout} , v_{gout}) (図-2 参照) の関係

$$\begin{bmatrix} u_{gout} \\ v_{gout} \end{bmatrix} = \Xi_0 \cdot \begin{bmatrix} u_{gin} \\ v_{gin} \end{bmatrix}; \quad \Xi_0 = \begin{bmatrix} e \cdot \cos^2 \alpha - f \cdot \sin^2 \alpha & (e+f) \cos \alpha \sin \alpha \\ (e+f) \cos \alpha \sin \alpha & e \cdot \sin^2 \alpha - f \cdot \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

により、衝突直後の速度を求める。ここに、 e 、 f ：底面での反発係数である。ここで用いる底面モデルでは、中心が同一面上に位置するように密に配置された底質粒子群を想定したものであり、粒径程度の凸凹に伴う衝突・反発の不規則性が考慮され、単一粒子の運動を対象とすれば、後藤ら (1992) が PSI-セルモデルによる数値シミュレーションで用いた2次元反発モデルと等価なモデルとなっている。

(2) 粒子間衝突

時間ステップの更新ごとに砂粒子間の衝突判定を実施し、砂粒子相互あるいは砂粒子と底面との間に重なりが生じると衝突発生と判断する。衝突が生じると、衝突位置および衝突時間を線形補間により内挿して衝突直前の速度を算定し、砂粒子を剛体球と仮定した力学モデルか

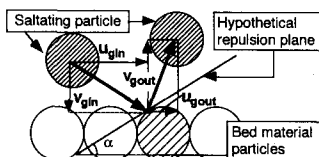


図-2 底面との衝突

ら求められる衝突直前・直後の速度の関係

$$\begin{bmatrix} u_1^{out} \\ v_1^{out} \\ u_2^{out} \\ v_2^{out} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \xi_1 & \lambda & \xi_2 & -\lambda \\ \lambda & \xi_3 & -\lambda & \xi_4 \\ \xi_2 & -\lambda & \xi_1 & \lambda \\ -\lambda & \xi_4 & \lambda & \xi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^{in} \\ v_1^{in} \\ u_2^{in} \\ v_2^{in} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= (1+e_p) \cos^2 \phi + (1-f_p) \sin^2 \phi \\ \xi_2 &= (1-e_p) \cos^2 \phi + (1+f_p) \sin^2 \phi \\ \xi_3 &= (1+e_p) \sin^2 \phi + (1-f_p) \cos^2 \phi \\ \xi_4 &= (1-e_p) \sin^2 \phi + (1+f_p) \cos^2 \phi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

$$\lambda = (e_p + f_p) \cos \phi \sin \phi$$

$$\phi = \text{Arctan} \left(-\frac{x_{c1} - x_{c2}}{y_{c1} - y_{c2}} \right) \dots \dots \dots (6)$$

により衝突直後の速度を算定する。ここに、 e_p 、 f_p ：砂粒子間の反発係数、 ϕ ：仮想反発面傾斜角、 (x_{ci}, y_{ci}) ：粒子1、2の衝突位置の座標であり、添字 in, out は衝突前、後を示している。

(3) 計算の手順

具体的な計算手順を、図-3 に示す。まず、水理条件に応じて清水流中で単一砂粒子の不規則跳躍を追跡し、その重量として砂粒子の確率密度関数と移動速度を算定する。次に、コントロール・ボリューム内に存在する砂粒子数を、掃流砂量式（スイス公式）より推定し、先に得られた確率密度関数と移動速度に応じて砂粒子群の初期条件（位置と速度）を設定する。このとき、コントロール・ボリューム内に整数個の砂粒子が存在するようにコントロール・ボリュームの流下方向の長さを調整する。

Runge-Kutta 法で運動方程式 (1) を解いて、粒子間衝突を考慮しながら各砂粒子を Lagrange 的に追跡し、底面との衝突が発生すれば、砂粒子と底質粒子との接触点を求めて仮想反発面傾斜角 α を、粒子間衝突が発生す

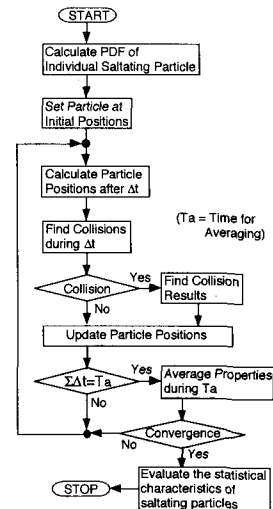


図-3 計算の流れ

表一 計算条件/実験条件

Run	I_e	h (cm)	U_m (cm/s)	u_* (cm/s)	τ_*	Exp./Cal.
1	0.02	3.19	108.7	9.4	0.11	Cal.
2	0.02	6.05	136.4	11.6	0.16	Cal.
3	0.02	8.29	144.8	13.6	0.23	Exp./Cal.
4	0.02	12.0	221.8	15.6	0.30	Cal.

れば、仮想反発面傾斜角 ϕ を求めて衝突後の速度を算出し、再び式 (1) により砂粒子の運動を追跡する。また、一定の時間が経過するごとに粒子の追跡結果を統計処理して存在確率密度、移動速度を算出し、計算結果の収束状況を判断する。予め設定された計算時間まで、この手続きが繰り返され、各砂粒子の運動軌跡が計算される。

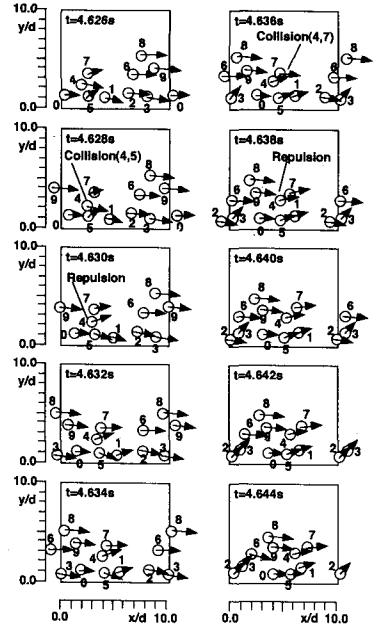
計算条件を、表一に示す (I_e : エネルギー勾配, h : 水深, U_m : 平均流速, u_* : 摩擦速度, τ_* : Shields 数)。対象とする粒子は、粒径 $d=0.5$ cm, 比重 2.60 のガラスビーズで、同一の粒子を用いて表一の条件で開水路で行われた実験と比較する。なお、反発係数については、シミュレーション結果と実験結果が一致するように試行錯誤的に決められた、 $e=0.7, f=0.4, e_p=f_p=0.8$ を用いることとした。

3. 掃流粒子群の運動特性

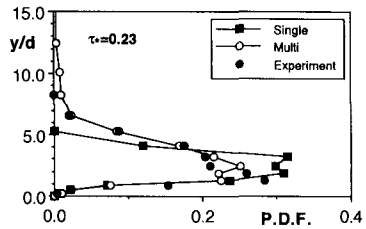
図一4 は、シミュレーションから得られる各瞬間の粒子運動の一例を示したものである。まず、底面との衝突により上向きの運動量を獲得して上昇中の砂粒子 5 が、下降中の砂粒子 4 と衝突し ($t=4.628$ s), 砂粒子 4 に上向きの運動量を供給して、砂粒子 4 を上昇に転じさせる。次に、砂粒子 4 は、さらに上方を飛行中の砂粒子 7 と衝突して ($t=4.636$ s), 砂粒子 7 に上向きの運動量を供給し、砂粒子 7 の飛距離を増加させる。このように、多重衝突により底層付近を運動する砂粒子から上層部の砂粒子へと運動量が輸送される様子がシミュレーション結果 (図一4) から理解できる。

図一5 は、砂粒子の鉛直方向存在確率密度について、単一粒子追跡型 (従来型, 以下では『単一型』と呼ぶ) と複数粒子同時追跡型 (以下では『複数型』と呼ぶ) のシミュレーション結果を表一の Run 3 の実験値とともにプロットしたものである。単一型では、分布範囲が $y/d=5.0$ 付近までに限定されるのに対して、複数型では上層部まで広がり、実験結果と良好に一致している。これは、図一4 にも見られたように、粒子間衝突により上層部の砂粒子が底層部を運動する砂粒子から上向きの運動量を効率的に獲得して、高い位置まで到達するためと考えられる。

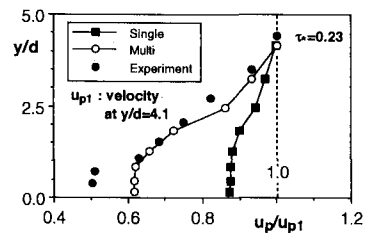
図一6 は、砂粒子の移動速度の水平成分について単一型、複数型でのシミュレーション結果と表一の Run 3



図一4 砂粒子群の瞬間的挙動



図一5 砂粒子の存在確率密度 (1)



図一6 砂粒子の移動速度 (1)

の実験値を比較したものであるが、単一型ではうまく表現できない底層部での砂粒子速度の欠損が、複数型のシミュレーションではかなり顕著に表現されている。

4. saltation の崩壊とシートフローへの遷移

図一7 は、Shields 数の変化に対する砂粒子の運動軌跡の変化についてのシミュレーション結果 (Run 1, 2, 4) を示したものである。Shields 数が比較的小さい $\tau_*=0.11$ の場合には各砂粒子が掃流層全層にわたって運動す

るのに対して、Shields 数が大きくなると、下方より運動量の供給を受けて上層部を大きな弧を描きながら運動する砂粒子 ($\tau_* = 0.16$ の Particle 3 および $\tau_* = 0.30$ の Particle 4) が出現する。さらに詳細に見ると、 $\tau_* = 0.16$ の場合には、個々の砂粒子の運動軌跡に相当の相違が認められるものの、Particle 3 以外は底面との衝突・反発を伴う運動軌跡を示しており、saltation 層の中間部に留まって底層付近と上層部とを中継する砂粒子は見られない。一方、 $\tau_* = 0.30$ の場合には、底層付近をジグザグに運動する砂粒子 (Particle 1 & 2) と上層部を大きな弧を描きながら運動する砂粒子 (Particle 4) および、両者の間でジグザグ運動しながら運動量輸送を中継する砂粒子 (Particle 3) の存在が認められる。このように、Shields 数の増加に伴い saltation 層内の運動領域が 2 層、3 層と分割され、多層化して行く様子をシミュレーションは予測しているが、このことは、saltation の崩壊とシートフローへの遷移に他ならない。

次に、シートフロー化に伴う砂粒子の運動特性の変化について検討することとする。Shields 数の変化に対する砂粒子の鉛直方向存在確率密度の変化について、単一型および複数型のシミュレーション結果を示したのが、図-8 である。単一型では、Shields 数の増加に伴う分布形の変化はそれほど顕著ではなく、ほぼ対称の釣鐘型を保ちながら分布型が増加することにより、平均値 (分布の重心) が増加する。一方、複数型では、Shields 数の増加に伴い、立ち上がり部分が急峻で、幅広のピークを有し、上層部では緩やかに減少する非対称性分布へと移行して、平均値が増加する。また、単一型は、他の粒子との衝突による運動量の供給を受けない単独の saltation

の解に相当し、分布の重心については複数型とそれほど変わらない予測を与えるものの、下方からの運動量供給を受けて長時間にわたり上層部を跳躍する砂粒子の存在を表現できない。さらに、複数型の分布のピーク部の最下点の高さは、 $y/d = 1.2$ 付近で Shields 数の増加にあまり依存せず、単一型のピークが Shields 数の増加に敏感に応答するのと対照的な結果となっている。

このような分布形の相違は粒子間衝突の影響によるものと考えられるが、粒子間衝突が頻繁に生じる $\tau_* = 0.16, 0.30$ について、鉛直方向の衝突頻度分布を示したのが、図-9 である。Shields 数の増加に伴い分布が上方に広がり、非対称性は増加するが、ピークの位置は、 $y/d = 1.5$ 付近に固定されている。ここに見られるピークは、底面付近を運動する砂粒子が他の砂粒子と衝突する位置に対応したものと考えられるから、ピークの高さの固定化は、Shields 数がある程度より大きくなると底層付近の砂粒子のジグザグ運動の幅が一定になることを意味している。Shields 数の増加は粒子数密度の増加を意味するから、粒子数密度の増加により粒子間相互の干渉に伴って運動領域の束縛が生じたものと解釈できる。

図-10 は、Shields 数の変化に対する砂粒子の移動速

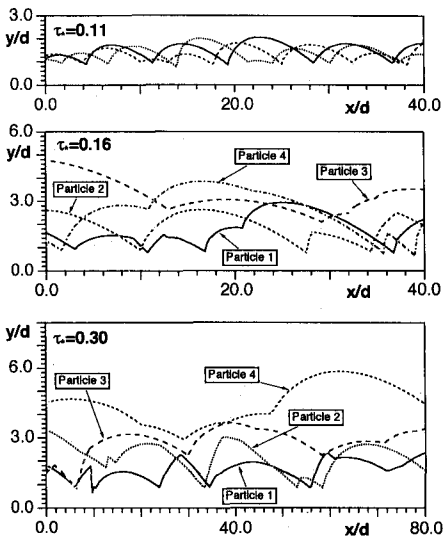


図-7 砂粒子の移動軌跡

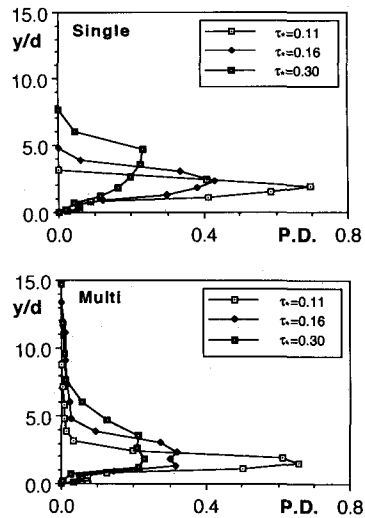


図-8 砂粒子の存在確率密度 (2)
—Shields 数に対する変化—

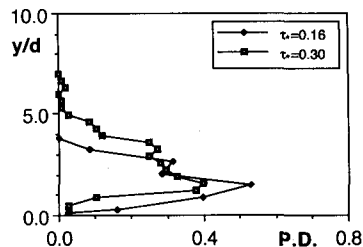


図-9 砂粒子の衝突頻度

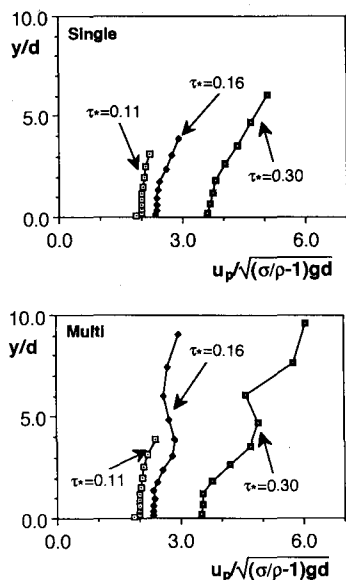


図-10 砂粒子の移動速度 (2)
—Shields 数に対する変化—

度の水平成分の変化について、単一型および複数型のシミュレーション結果を示したものである。単一型では、底面との衝突に伴う移動速度の一樣化が底面付近に生じているが、上層部では単調増加傾向が認められる。これに対して、複数型では、粒子間衝突がほとんど発生しない $\tau_*=0.11$ の場合には、単一型の解とほとんど相違はないが、粒子間衝突が頻発する $\tau_*=0.16, 0.30$ の場合には複数の変曲点を有し『蛇行』した複雑な分布を呈している。

ところで、図-7の砂粒子の移動軌跡や図-8の鉛直方向存在確率密度を見ると、速度分布の蛇行域は、上層部を大きな弧を描きながら跳躍する砂粒子の運動領域に対応したものであることが理解できる。このような砂粒子は、単一型の解である individual saltation と類似した特性を有するものと考えられ、 $\tau_*=0.16, 0.30$ の場合の速度分布は、シートフロー層の上に individual saltation を載せたような特性を有するものと推論される。このことを模式的に示したのが、図-11 である。individual saltation が静止した底質粒子群との衝突・反発を繰り返すのに対して、上層部を跳躍する砂粒子群は、ある程度の幅をもった領域内で下方から上昇してくる砂粒子と衝突して運動を継続するため、saltation の裾 (すなわち、シートフロー層への遷移領域) における分布状況が individual saltation の底面近傍のそれとは異なったものとなる。すなわち、速度の水平方向成分に関しては、下方か

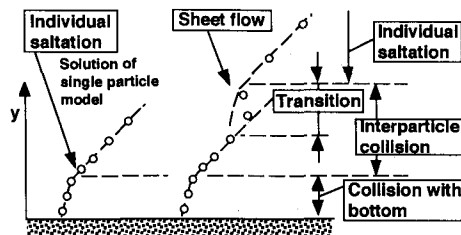


図-11 移動速度分布の特性

ら上昇してくる砂粒子の方が上層部を跳躍する砂粒子より小さいので、上層部を跳躍する砂粒子は、粒子間衝突の際に生じる速度交換により鉛直方向の運動量を獲得すると同時に水平方向の運動量を失うこととなる。遷移領域における速度分布の『蛇行』は、この現象に起因すると推論される。

5. あとがき

本研究では、掃流層における粒子間衝突の役割に注目し、多数の砂粒子の運動を同時に追跡することのできる数値シミュレーションを用いて、saltation からシートフローへの遷移領域における砂粒子群の運動特性を検討した。すなわち、saltation の崩壊過程における砂粒子群の流動メカニズムを明らかにした。

謝辞: 本研究で用いたシミュレーションコードの作成にあたり、京都大学大学院・渡辺幹広君 (現・鹿島建設) の協力を得たことを記して、謝意を表する。

参 考 文 献

- 浅野敏之 (1990): シートフロー状態の漂砂を含む振動流れの数値解析, 土木学会論文集, 第 417 号/II-13, pp. 109-118.
- 浅野敏之・中村和夫・中野康弘・高沢俊満 (1992): シートフロー状態の底質移動に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 295-299.
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1992): PSI-セルモデルによる Saltation 層の解析, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 266-270.
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1993): 粒状体モデルによる掃流粒子群の挙動に関する数値解析, 水工学論文集, 第 37 巻, pp. 611-616.
- 灘岡和夫・八木 宏・大前晋一 (1991): 質量輸送現象としてとらえた波動場におけるシートフロー状漂砂現象の解析, 海岸工学論文集, 第 38 巻, pp. 226-230.
- 灘岡和夫・八木 宏・山下さゆり (1989): 単相モデルによるシートフロー現象の解析, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp. 259-263.
- 山下俊彦・金岡 幹・牧野有洋 (1992): 非定常性に着目したシートフロー状砂移動機構, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 291-294.