

底質の幾何的配列が掃流運動に及ぼす影響

後藤 仁志*・渡辺 幹広**・辻本 哲郎***・中川 博次****

1. はじめに

海浜変形の予測の際に重要となる局所漂砂量の算定には、従来から、Shields 数をパラメータとする半経験的漂砂量式が用いられてきた。しかし近年、物理的背景の明確な漂砂量式的重要性が認識されるようになり、時間的非平衡性に起因する波動 1 周期内の漂砂量変化などが、砂粒子の運動機構を微視的観点から良好に表現できる Einstein 型の流砂(漂砂)モデルを用いて議論されるようになってきた。Einstein 型の流砂(漂砂)量式において非平衡性を規定するのは、step length ないしは moving period の確率密度関数であるが、非定常流れ場ではそれらが砂粒子の底面離脱位相の関数となるため、その実験的推定は計測精度や労力の面から大きな困難を伴う。そこで、運動方程式に基づいて砂粒子の移動過程を Lagrange 的に追跡する確率過程型のシミュレーション(stochastic simulation)により、確率密度関数を推定する方法が採られる。

山下・金沢(1989)は、滑動形式の運動方程式を用いて砂粒子の平均移動距離を推定し、非定常性が砂粒子の平均移動距離に与える影響について検討した。辻本ら(1992)は、時間軸上に展開された非平衡流砂過程を対象として重畳積分型の流砂量式を提案し、砂粒子の移動過程を支配する moving period の確率密度の特性について、移動過程を底面の突起との衝突と滑動の繰り返しとしてモデル化した数値シミュレーションにより検討した。また、中川ら(1992)は、辻本らの数値シミュレーションを系統的に繰り返し、シミュレーション結果を振動流・一方向流共存場での半周期および net の漂砂量式にまとめた。

これらの研究で用いられた運動方程式に基づく砂粒子の移動過程の Lagrange 的追跡においては、底面の凸凹の幾何的特性が砂粒子の運動を大きく規定し、step length や moving period の評価にも大きな影響を与える。また、これまでの研究では、主として Shields 数があ

まり大きくない領域を対象とした滑動形式のシミュレーションが実施されてきたが、より広範囲の Shields 数に対する適用性を確保するには、saltation 形式の運動を対象とすることが必要となる。

本研究ではこのような観点から、従来から saltation のシミュレーションで用いられてきた底面の凸凹モデルを改良し、より現実に近い底面のモデル化を試みるとともに、個々の底面モデル上での砂粒子の運動の相違について考察する。なお、底面のモデルに関する議論に焦点を絞り、問題を明確化するため、一方向流の鉛直 2 次元の saltation を対象とする。

2. シミュレーションモデル

(1) 底質粒子の配列モデル

本研究では、図-1 に示す 3 種類の底面モデル：(i) 砂粒子が底面に到達するたびに乱数発生により底面粒子の配置を決めるモデル(逐次設定型)、(ii) 個々の底質粒子の中心が全て同一平面上になるように予め配置するモデル(一括設定・規則配列型)、(iii) 個々の底質粒子の高さが正規乱数に従うように予め配置するモデル(一括設定・不規則配列型)上での砂粒子の運動を Lagrange 的に追跡し、得られた砂粒子の移動軌跡の統計的特性を比較する。

(i) のモデルは、saltation のシミュレーション(例えば、辻本・中川, 1984; 後藤ら, 1992) で従来から用い

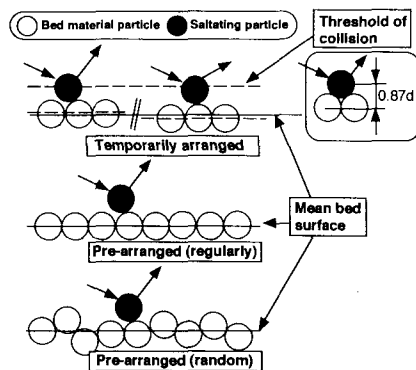


図-1 底質粒子配列

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室

** 正会員 工修 鹿島建設

*** 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科

**** 正会員 工博 京都大学教授 工学部環境地球工学教室

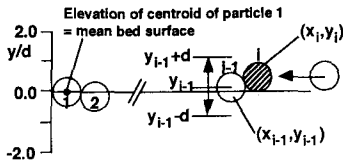


図-2 一括設定不規則型

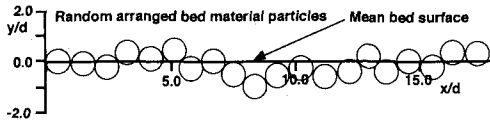


図-3 一括設定不規則型の例

られてきたもので、底質粒子配列の不規則性が saltation 粒子の運動に与える影響を、底質粒子の具体的配列には触れずに近似的に表現した底質モデルである。一方、(ii) のモデルは、シミュレーションに先立って、全ての底質粒子の重心が同一平面（平均底面）上に存在するように一括して配列するモデルである。(i) のモデルでは衝突事象の生起の判定が衝突限界レベル（ここでは $y = 0.87d$ ；図-1 参照）の通過という空間的に一様な指標で行われるのに対して、(ii) のモデルでは各時刻の砂粒子の位置を予め記憶された底質粒子の位置と比較して、砂粒子の形状（球）に起因する凸凹という局所的な特性までも考慮した衝突判定が行われる。

つぎに、(iii) のモデルについては、配列の不規則性を以下の方法で決定する（図-2 参照）。まず、第1番目の砂粒子を平均底面に重心が位置するように配置し、第2番目以降の砂粒子については、一つ手前の砂粒子を基準とした高さを乱数で決定し、一つ手前の砂粒子と安息角以下で接するように配置する。第 i 番目の砂粒子の座標 (x_{bi}, y_{bi}) は、

$$y_{bi} = y_{bi-1} + (r_b - 0.5)d \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\sqrt{(x_{bi} - x_{bi-1})^2 + (y_{bi} - y_{bi-1})^2} = d \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\left| \tan^{-1} \left(-\frac{x_{bi} - x_{bi-1}}{y_{bi} - y_{bi-1}} \right) \right| < \theta_b \quad \dots\dots\dots (3)$$

を満足するように決定される。ここに、 (x_{bi-1}, y_{bi-1}) ： $i-1$ 番目の底質粒子の座標、 r_b ：平均 0、標準偏差 $\sigma_d = d/3$ の正規乱数、 d ：砂粒径、 θ_b ：砂粒子の安息角である。このようにして決定された底質砂粒子配列の一例を図-3 に、Sekine・Kikkawa (1992) の移動床での底面凸凹の測定結果との比較を図-4 に示す。図中の実線は平均 0、標準偏差 $d/3$ の正規分布を示しているが、ここで求めた分布は一つ手前の砂粒子の位置の条件つき確率であるにもかかわらず、ピーク付近でやや小さい評価を与える点を除いて正規分布とほぼ良好な対応を示している。分布形の適合性をより詳細に見るため、正規分布か

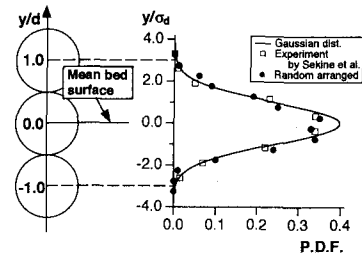


図-4 底質の凸凹特性（不規則型）

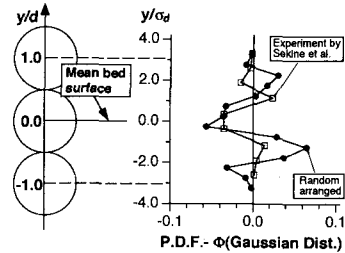


図-5 正規分布からの偏差（不規則型）

らの偏差を示したのが、図-5 である。本研究の方法は、一つ手前の砂粒子の位置だけの条件つき確率分布として底面凸凹を求める近似的な方法であるが、ピーク付近で正規分布より小さく、その両側で大きいという Sekine・Kikkawa の測定結果と同様の傾向を示しており、現実の底面凸凹の基本的統計特性を再現する底面モデルとなっている。

(2) 砂粒子の運動モデル

ここでは、砂粒子の運動方程式を用いて移動中の砂粒子間および底面との衝突・反発を考慮しながら、複数の砂粒子の運動過程を同時に Lagrange 的に追跡する数値シミュレーションを実施する。

a) 不規則継続跳躍

底質の構成する不規則凸凹との衝突・反発に起因する砂粒子の不規則継続跳躍 (irregular successive saltation) を (i) 底面と離れた跳躍過程と (ii) 底面との衝突・反発過程に分割して取り扱う。まず、(i) 跳躍過程における砂粒子の運動方程式は以下のようである。

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 |U - u_p| (U - u_p) - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g A_3 d^3 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24}{Re}; \quad Re = \frac{d|U - u_p|}{\nu} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 u_p ：砂粒子の速度ベクトル、 C_M ：付加質量係数、 σ ：砂粒子の密度、 ρ ：水の密度、 U ：平均流速ベクトル、

表-1 実験条件

I_e	$h(\text{cm})$	$U_m(\text{cm/s})$	$u_*(\text{cm/s})$	τ_*
0.02	8.29	144.8	13.6	0.23

g : 重力加速度ベクトル, A_2, A_3 : 砂粒子の2次元, 3次元の形状係数, C_D は抗力係数, ν : 動粘性係数である。諸定数については標準的な値として, $C_{D\infty}=0.4, C_M=0.5, A_2=\pi/4, A_3=\pi/6$ を用いることとする。

次に, (ii) 底面との衝突・反発過程については, 各底質粒子の配列モデルについて, 衝突前後の砂粒子の速度 $(u_{gin}, v_{gin}), (u_{gout}, v_{gout})$ の関係

$$\begin{bmatrix} u_{gout} \\ v_{gout} \end{bmatrix} = \Xi_0 \cdot \begin{bmatrix} u_{gin} \\ v_{gin} \end{bmatrix};$$
$$\Xi_0 = \begin{bmatrix} e \cdot \cos^2 \alpha - f \cdot \sin^2 \alpha & (e+f) \cos \alpha \sin \alpha \\ (e+f) \cos \alpha \sin \alpha & e \cdot \sin^2 \alpha - f \cdot \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \cdots (6)$$

により, 衝突直後の速度を求める。ここに, e, f : 底面との反発係数である。

b) 粒子間衝突

粒子間衝突については, 後藤ら (1993) のシミュレーションに準拠した取り扱いとする。具体的には, 時間ステップが更新される度に砂粒子間の衝突判定を実施し, 衝突が生じると, 衝突位置および衝突時間を線形補間により内挿して衝突直前の速度を算定する。衝突モデルとしては, 砂粒子を剛体球と仮定した力学モデル (運動量保存則, 反発の法則) を想定し, 衝突直前の速度を与えて衝突直後の速度を算定する。

(3) 計算の手順

計算手順について述べる。(i) 底質砂粒子の配列モデルを選択し, 一括設定型のモデルに対しては砂粒子配列を計算する。(ii) 水理条件を設定し, 底質砂粒子の配列モデル上で単一砂粒子の不規則跳躍を追跡し, その重畳として砂粒子の存在確率密度と移動速度を算定する。(iii) 砂粒子群の初期条件 (位置と速度) を先に得られた存在確率密度と移動速度に応じて設定する。この際, コントロール・ボリューム内に存在する砂粒子数は掃流砂量式 (スイス公式) より推定する。(iv) Runge-Kutta 法で運動方程式 (4) を解いて, 粒子間衝突を考慮しながら各砂粒子を Lagrange 的に追跡する。追跡中は, 一定の時間が経過するとに粒子の追跡結果を統計処理して存在確率密度, 移動速度を算出し, 計算結果の収束状況を判断する。

計算条件を, 表-1 に示す (I_e : エネルギー勾配, h : 水深, U_m : 平均流速, u_* : 摩擦速度, τ_* : Shields 数)。対象とする粒子は, 粒径 $d=0.5\text{ cm}$, 比重 2.60 のガラスビーズで, 同一の粒子を用いて表-1 の条件で行われた開水路実験と比較する。なお, 砂粒子間の反発係数については, $e_p=f_p=0.8$ を用いることとした。

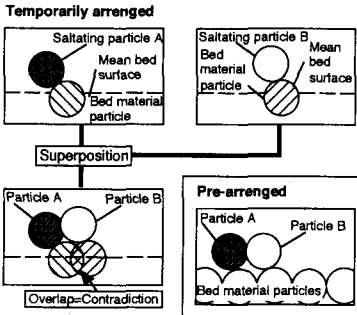


図-6 逐次設定型の問題点

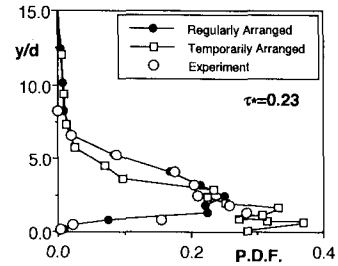


図-7 逐次型と規則型

3. 底質粒子配列と砂粒子の運動特性

従来から用いられてきた逐次設定型の底面モデルでは, 複数の砂粒子を同時に追跡する過程において, 砂粒子の底面との衝突位置が近接する場合には, 図-6 に示すように底質粒子が重複するといった2次元場ではありえない粒子配列が生じる可能性がある。一般に, 掃流粒子数密度が増加するほど, すなわち Shields 数が増加するほど底面の単位面積あたりに衝突する砂粒子数も増加するから, このような粒子配列の矛盾も顕著となると考えられる。

図-7 は, 逐次設定型のモデルと一括設定・規則配列型のモデルとを用いたシミュレーションにより得られた砂粒子の鉛直方向存在確率密度を開水路における実験 (表-1 参照) と比較したものであるが, 逐次設定型では再現できない底面近傍の存在確率の急減が一括設定・規則配列型のモデルを用いることにより良好に再現されており, 分布形状全体との適合性も飛躍的に向上している。ところで, シミュレーションに際しては, 一括設定・規則配列型を実験値と適合させるように反発係数を $e=0.7, f=0.4$ に調整し, どちらの底面モデルに対してもこの値を用いているため逐次設定型の存在確率密度の重心が低くなっている。反発係数を大きくすることで, 逐次設定型の存在確率密度の重心を高くすることは可能であ

表-2 底面での反発係数

	Temporarily	Regularly	Random
e	0.75	0.7	0.55
f	0.75	0.4	0.4

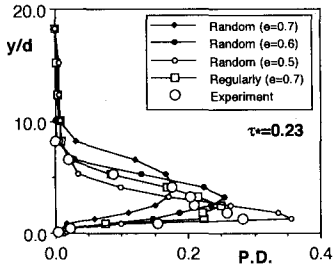


図-8 規則型と不規則型

るが、その場合でも実験値の示す底面近傍の急減傾向に関しては再現できない。

次に、一括設定・規則配列型と不規則配列型を用いた場合のシミュレーション結果について比較したのが、図-8である。底面近傍の存在確率の急減については、規則型・不規則型とも良好に再現できるが、同一の反発係数を用いた場合の不規則設定型の存在確率密度の重心は規則型より高くなっている。このことは、不規則設定型では仮想反斜面傾斜角の分布範囲が広いこと、底面との衝突で上向きの運動量を効率的に獲得できる砂粒子の割合が増加し、規則型に比べて存在位置が上昇することを示すものである。不規則型の密度関数の重心は反発係数を小さく評価するに従って降下し、規則型より0.15程度小さい反発係数を用いると規則型とほぼ等価な関係を得ることができる。

4. 底質粒子配列と saltation 特性量

これまでの議論で明らかのように、砂粒子の運動は底面粒子配列の幾何的特性だけでなく反発係数によっても大きく影響されるが、ここでは、砂粒子の鉛直方向存在確率密度に関して個々のモデルと実験値とが適合するように決めた反発係数(表-2参照)を用いて saltation 特性量に関する議論を進める。

図-9は、底面に衝突する直前・直後(添字 in, out)の砂粒子の速度の鉛直・水平成分(添字 u_g , v_g)の Shields 数に対する変化について示したものである。全ての底質配列について水平成分は衝突直前の速度が直後より大きく、鉛直成分は逆に衝突直後の速度が直前より大きくなっている。このことは、底面との不規則衝突により水平方向の砂粒子の運動量が鉛直方向に変換されたことを示すものであり、saltation の維持機構として辻

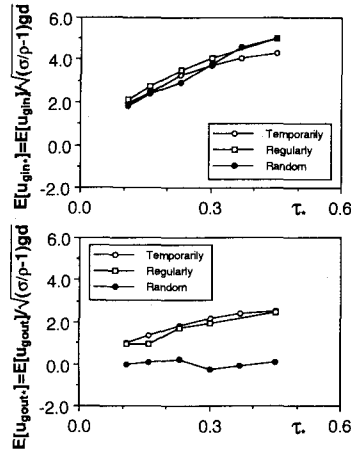


図-9 衝突直前・直後の砂粒子速度

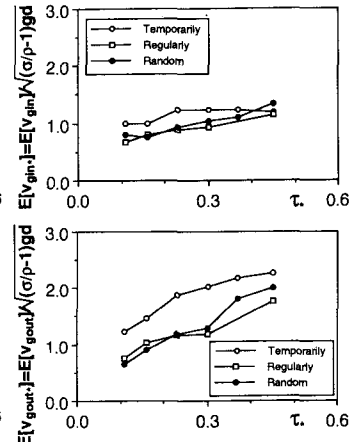


図-10 平均 saltation 長

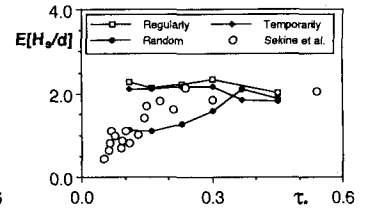


図-11 平均飛高

本・中川(1984)が指摘したことに他ならない。また、底質配列間の相違は衝突直後(u_{gout} , v_{gout})には顕著であるが、跳躍過程中的水流との相互作用や他の saltation 粒子との衝突による相互作用により均質化され、砂粒子が再び底面と衝突する際(u_{gin} , v_{gin})にはそれほど顕著ではなくなっている。

次に、平均 saltation 長および平均 saltation 高さの Shields 数に対する変化について図-10および図-11に示す。なお、図-11には Sekine・Kikkawa (1992)による実験結果も併せて示しているが、Shields 数の大きい領域を含めた実験値との比較に際しては流れ場の構造変化の影響も考慮する必要がある。ここでは、後藤ら(1992)の数値シミュレーションにより清水流条件と混相流条件における特性量の比を Shields 数の関数として求め(図-12参照)、それを用いて本シミュレーションにより得られた平均 saltation 長と平均 saltation 高さを補正して表示している。平均 saltation 長については底質配列間の顕著な相違は見られず、3つの配列モデルの解は一定のばらつきの範囲で類似した傾向を示している。

一方、平均 saltation 高さに関しては、一括設定規則型と逐次設定型とは、Shields 数の小さい領域ではほぼ良好に対応するが、Shields 数の増大に伴って両者の差も増大する。これは、図-6に示した逐次設定型の矛盾(底

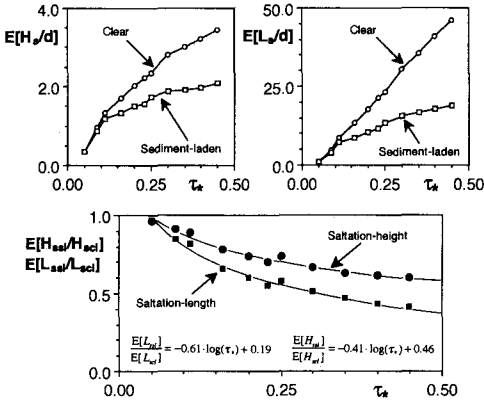


図-12 清水流の解と混相流の解

質粒子の重なり)に起因するものと推定される。また、一括設定不規則型は Shields 数の小さい領域で規則型および逐次型に比べ小さい予測値を与えるが、Shields 数の増大に伴い運動粒子間の干渉(粒子間衝突)が顕著となると底質モデル間の相違がかき消されて、3者の予測値が接近する(先に述べたように Shields 数の増加に伴って規則型と逐次型との差は緩やかに増大するが、両者の差は Shields 数が小さい領域での両者(規則型および逐次型)と不規則型との差に比べて十分に小さく、大局的には、Shields 数の増大に伴い3者は接近すると考えてよい)。

最後に、衝突直前・直後の砂粒子速度の鉛直部分の確率密度について3者を比較したのが、図-13である。衝突直前の速度について見ると、不規則型は Shields 数の増大に伴ってピークが低下しつつ右側にシフトする。この傾向は規則型にも見られるのに対して、逐次型の解は Shields 数の影響をほとんど受けず、不規則型とは異なった挙動を示している。さらに、衝突直後の速度についても同様のことが言える。すなわち、不規則型に見られる Shields 数の増大に伴う分布の右側シフト傾向とピークの低下傾向は、規則型には見られるが、逐次型では明確ではない。このように、底質配列モデル間の相違は、平均特性だけでは必ずしも明確ではないが、確率密度分布の特性まで考慮すると顕著となり、現実の底質配列を最もよく近似すると考えられる不規則型の特性は、逐次設定型では十分に説明できない。

5. おわりに

Shields 数の大きい領域のみに限定して平均的な特性のみを論じるのであれば、モデル間の相違は小さく、計算の容易な逐次設定型が有利であるが、確率密度を含めた詳細な統計特性にまで及ぶ議論には、少なくとも一括

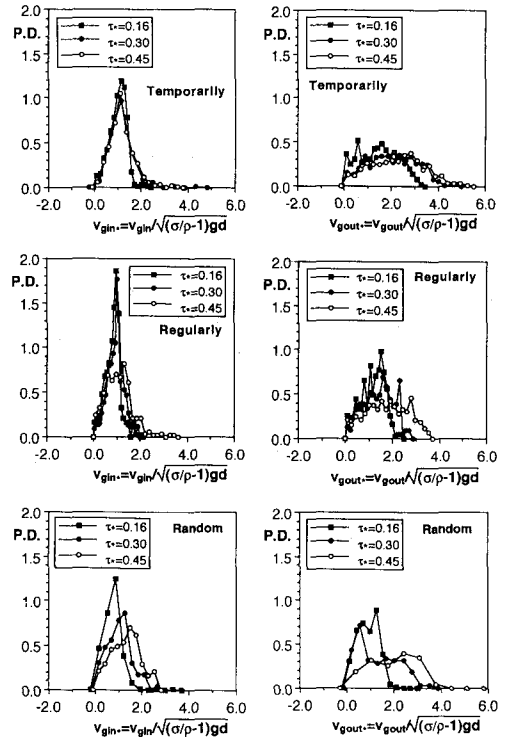


図-13 衝突速度の確率密度(鉛直成分)

設定規則型が必要となる。不規則設定型の底質粒子配列は、本研究で取り扱った3つのモデル中では実際の底質配列の最もよい近似であるが、底面極近傍の砂粒子の運動が複雑化して計算量が増加する欠点を有しており、計算効率、現象の再現性の両面から判断すると、一括設定・規則配列型が適当と考えられる。

参考文献

- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1992): PSI-セルモデルによる Saltation 層の解析, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 266-270.
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1993): 粒状体モデルによる掃流粒子群の挙動に関する数値解析, 水工学論文集, 第37巻, pp. 611-616.
- 辻本哲郎・中川博次 (1984): 掃流粒子の Saltation の確率過程論的解析, 土木学会論文集, 第345号, pp. 83-90.
- 辻本哲郎・後藤仁志・中川博次 (1992): 時間軸上に展開された非平衡流砂過程のモデル化, 土木学会論文集, 第443号/II-18, pp. 37-46.
- 中川博次・辻本哲郎・後藤仁志 (1992): 流砂の時間軸上の非平衡性を考慮した漂砂量式, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 311-315.
- 山下俊彦・金沢一郎 (1989): 非定常性に着目した掃砂流の移動機構, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 254-258.
- Sekine, M. and Kikkawa, H. (1992): Mechanics of saltating grains. II, *Jour. Hydraulic Engrg., ASCE*, Vol. 118, No. 4, pp. 536-558.