

サルテーションモデルによる飛砂層の解析と飛砂量式

辻 本 哲 郎*・赤 城 里 至**

1. ま え が き

近年離岸堤などの設置で砂浜を蘇らせ CCZ (Coastal Community Zone) などとしての整備が盛んに行なわれるようになったが、その機能が飛砂の堆積によって損われることが少なくない。従来より海浜変形の 1 要因としての飛砂量を推定するための研究が多く行なわれてきたが、近年海岸の多様な機能を確保するための高度な飛砂制御が求められるようになってきているとの観点から、飛砂の運動特性、飛砂量、飛砂層の風の特性のいずれも運動機構に基づいてしかも簡潔に求められるアプローチが必要と考えられる。

従来の研究 (Bagnold, 1941; Horikawa-Shen, 1960 他) によると飛砂のほとんどは saltation (継続跳躍) 運動で移動し、その衝突で駆動される creep 運動はせいぜい 25% 程度とされており、本研究では saltation 運動を仮定して飛砂の運動を扱う。saltation 運動は風からの運動量の供給と砂面での反発によって維持されるが、この機構を飛砂量推定に巧みに取り組んだものとして Bagnold (1941) と河村 (1951) の研究があり、導かれた飛砂量式と実測値の対応もよい。とくに河村は砂面せん断応力の一部が saltation 粒子に供給され、残りが流体の運動量混合に貢献しているとの考えを示し、前者と飛砂量の関係を力学的に検討した。また後者が移動限界のせん断応力に相当するとしている。移動限界掃流力についても古くから研究が行なわれ、Bagnold によって fluid threshold と impact threshold の 2 種類の移動限界が定式化されている。

一方、飛砂を含む風の流速分布についてはこうした飛砂の運動機構の研究とは別途に、飛砂のない場合には粗面乱流の対数則が成立し $y=d/30.1$ で $U=0$ となる focal point を通るのに対し (y : 砂面, 正確には対数則の theoretical wall からの高さ, d : 砂の粒径, U : 風速), 飛砂を含むとこの focal point が $y=10d$ 程度で移動限界時の分布上へとシフトすることが Zinnig (1953) らによって実験・観測データから指摘されている。

本研究は、先に述べたように、より高度な飛砂制御のための基礎知見を得ることを目的としており、飛砂層厚さにかかわる saltation の飛高、非平衡性にかかわる saltation 長や、飛砂濃度分布、さらに saltation 層内を含む風の構造などを記述できるように、saltation 層の各高さで粒子と風の運動量のやりとりをおさえる形でのモデル化をねらった。これによって飛砂の特性とそれによる風速分布の構造変化が同時に求められる。このような粒子を含む流れについての取り扱いとして、水流による saltation について後藤・辻本・中川 (1992) が最近粒子運動の Lagrange 的追跡と $k-\epsilon$ 乱流モデルの結合を図ったモデルを提案しているが、ここでは粒子運動の計算結果は一旦 Euler 表示にした後、流れのモデル(ただしここでは混合距離モデル)と結合させることとする。

2. saltation モデル

本論文では次のような条件で議論を進める。(1) 球状で均一な粒径の十分乾いた砂粒からなる平坦砂面で、(2) その上の風は粗面乱流で、(3) 跳躍中の粒子間の相互干渉は無視でき、さらに (4) 飛砂の運動形態は saltation で代表でき、(5) 飛砂量は平衡状態にある。このとき既知のパラメータは砂の径 d 、密度 σ (さらにその 2, 3 次元形状係数 A_2, A_3)、空気密度 ρ 及び砂面に働くせん断応力 τ_0 であるとする。saltation 粒子の運動の支配方程式は、

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 (U - u_p) \sqrt{(U - u_p)^2 + v_p^2} \dots \dots \dots (1)$$

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_p}{dt} = -\frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 v_p \sqrt{(U - u_p)^2 + v_p^2} - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \dots \dots \dots (2)$$

と書け、ここに (u_p, v_p): 粒子速度の流下方向及び鉛直方向成分, C_D : 抗力係数, C_M : 付加質量係数, U : 風速, g : 重力加速度である。粒子の位置を (x_p, y_p) と表すと (u_p, v_p) = ($dx_p/dt, dy_p/dt$) である。

* 正 会 員 工 博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
** 学生会員 金沢大学大学院 土木建設工学専攻

風速分布と粒子の初速度を与えると式 (1), (2) は数値的に解くことができ、一つの saltation 運動を追跡できる。Chepil-Milne (1939) が観察によって指摘したように saltation 粒子の砂面からの飛び出しはほぼ真上であるので、ここでは鉛直初速度 v_{p0} のみ与えることとした。y 座標の原点は砂面とし、初期条件は $t=0$ で $x_p=0.5d$, $v_p=v_{p0}$ とした、ひとつの saltation は y_p が再び $0.5d$ となる (粒子が砂面に衝突する) ところで終了するが、実際には反発して次の saltation 運動にはいる。続く saltation の初速度は砂面での反発機構で決定され、砂面凹凸の不規則性のために確率変数とする。水流による継続跳躍では辻本・中川 (1984) が反発機構のモデル化をおこなっているが、ここでは簡単のため所定の期待値の周りに分布する初速度を乱数発生によって与えることとした。すなわち河村のモデル (1951) で用いられる初速度を与える次式によって初速度の期待値 $E[v_{p0}]$ を与えた。

$$E[v_{p0}]=K_0(u_{*0}+u_{*c}) \cdots \cdots (3)$$

ここで、 $u_{*0}=\sqrt{\tau_0/\rho}$, u_{*c} : 移動限界での摩擦速度, K_0 : 実験定数である。初速度の分布の規準化された密度関数を $f_0(\xi)$ とするとき、個々の saltation ごとに (0,1) の一様乱数 $\{\eta_k\}$ を発生させて次式でそれぞれの初速度 $\{v_{p0k}\}$ を与える。

$$v_{p0k}=E[v_{p0}]\cdot F_0^{-1}(\eta_k); \quad F_0(\xi)=\int_0^\xi f_0(\xi)d\xi \cdots \cdots (4)$$

ここでは初速度の分布として便宜的にガンマ分布を用いた (shape parameter を経験定数とする)。

風速分布が与えられていると、式 (1), (2) に基づく計算によって得られる個々の saltation をつなぐことで継続跳躍が記述される。このとき計算の微小時間刻み Δt ごとに粒子の存在位置 (x_p , y_p), 速度 (u_p , v_p) が求められることになり、これより saltation の軌跡、個々の saltation の長さ $\{L\}$, 飛高 $\{H\}$ とその統計的性質、各高さでの粒子の存在確率密度 $f_B(y)$, 飛砂の各高さでの平均移動速度 $u_{pm}(y)$ を求めることができる。

3. 飛砂を含む風の Reynolds 応力分布と風速分布

saltation 粒子の移動速度は風速より小さく、粒子を加速するために風の運動量が奪われる。言い換えれば、その運動量の変化分は粒子に作用する抗力に相当する。

単位面積当たりの飛砂の数密度を ν_B とすると、単位体積当たり飛砂に作用する抗力 $\nu_B D(y)$ は

$$\nu_B D(y)=\frac{1}{2}C_D A_2 d^2 \rho [U(y)-u_{pm}(y)]^2 \nu_B f_B(y) \cdots \cdots (5)$$

で与えられる。

等流状態では、

$$\frac{d\tau}{dy}-\nu_B D(y)=0 \cdots \cdots (6)$$

であり、境界層外縁 (saltation 層上縁) で $\tau=\tau_0$ を境界条件として次の Reynolds 応力分布が得られる。

$$\tau(y)=\tau_0-\nu_B \Delta \tau(y); \quad \Delta \tau(y)=\int_y^\infty D(y)dy \cdots \cdots (7)$$

乱流モデルとして混合距離モデルをそのまま用いると、式 (7) で与えられる Reynolds 応力分布を用いて次式の積分によって風速分布が求められる。

$$U(y)=\int_{y_0}^y \sqrt{\frac{\tau(y)}{\rho}} \frac{dy}{\kappa y} \cdots \cdots (8)$$

ただし、 $y=y_0$ で $U=0$ とし、 $l=\kappa y$ (l : 混合距離, κ : Kármán 定数, $\kappa=0.4$) を仮定した。粗面乱流の領域を対象とすると、 $y_0=d/30.1$ である。

このモデルでは飛砂を含まない場合は、境界層内で Reynolds 応力は一定、風速分布は粗面对数則にしたがう。すなわち、

$$\tau(y)=\tau_0; \quad \frac{U}{u_{*0}}=\frac{1}{\kappa} \ln \frac{30.1y}{d} \cdots \cdots (9)$$

上述のモデルによる取り扱いでは飛砂を含むことによる乱れの内部構造の変化 (たとえば混合距離の分布の変化など) は考慮していないが、この点は $k-\varepsilon$ モデルの応用で精緻化できる。実際、清水・辻本・中川 (1992) は植生層を伴う流れ (流れの中に抗力項を付加すべき層があるという点で飛砂を伴う流れと共通する) でこうした工夫をしているし、後藤・辻本・中川 (1992) は水流中に saltation 粒子を含む流れについて saltation 粒子の得た運動量を直接計算した解析を行なっているがそこでも $k-\varepsilon$ モデルで乱れの構造変化を取り込んでいる。ここでは、粒子運動と風の相互作用や後述の平衡飛砂量が決定される仕組みをわかりやすくするため、敢て乱流モデルについては低次モデルを採用した。

4. 平衡飛砂量

飛砂を含む流れでは saltation 層内で Reynolds 応力が飛砂を含まない場合の一定値から欠損し、砂面で最小値となる。砂面での Reynolds 応力 $\tau(0)$ が有効な掃流力として新たな砂の移動を促すが、飛砂の場合平衡状態では個々の saltation はほとんど停止せず継続するのでは新たな砂の移動開始はないので、この値が移動限界値 τ_c に等しくなっているものと考えられる。このことから、平衡状態での飛砂数密度 ν_B は次式で与えられる。

$$\nu_B=\frac{\tau_0-\tau_c}{\Delta \tau(0)} \cdots \cdots (10)$$

このように平衡状態の飛砂数密度が評価されれば、その状態での Reynolds 応力分布も次式のように決定さ

れ、それに対応して風速分布も求められる (式 (8)).

$$\tau(y) = \tau_0 - (\tau_0 - \tau_c) \frac{\Delta\tau(y)}{\Delta\tau(0)} \dots\dots\dots (11)$$

風速分布が砂粒運動を支配するので, saltation の解析は更新されねばならない. 平衡飛砂数密度が収束する状況で, 混相流として整合性のとれた粒子運動, 風速についての解が得られることになる. そして平衡状態の飛砂量 q_s (単位時間当たり単位幅当たりの通過質量) は次式で与えられる.

$$q_s = \sigma \nu_B A_3 d^3 \int_0^\infty f_B(y) u_{pm}(y) dy \dots\dots\dots (12)$$

5. 平衡飛砂過程のシミュレーション

(1) シミュレーションの手順

saltation 層のシミュレーションは次の手順で実行される. 砂の粒径が既知で砂面の全せん断応力あるいは摩擦速度が与えられているものとする.

(1) 飛砂を含まないときの Reynolds 応力分布, 風速分布を仮定する (式 (9)).

(2) saltation の初速度の期待値を式 (3) で与え (式中の移動限界摩擦速度は Bagnold (1941) による impact threshold を与える式で評価する), 乱数発生によってそれを期待値としガンマ分布 (shape parameter は暫定的に 2.0 とした) にしたがう初速度を与えて (式 (4)), 逐次 saltation を発生させる.

(3) 式 (1), (2) によって saltation 軌跡を逐次計算し, 時間刻み ($\Delta t = 0.01s$) ごとに粒子の位置と速度を求める. これらをもとに粒子の存在高さ確率密度 $f_B(y)$, 粒子の高さごとの移動速度の平均値 $u_{pm}(y)$ を求める.

(4) 風速分布と飛砂移動速度との相対速度 ($U(y) - u_{pm}(y)$) と粒子の存在確率密度から, 各高さでの粒子の抗力を算定し (式 (5)), 飛砂数密度が単位の時運動量フラックスの欠損分 ($\Delta\tau(y)$) 計算する (式 (7)).

(5) 砂粒に奪われる運動量フラックスを引き去った後の底面での風の受け持つ運動量フラックス (Reynolds 応力) が移動限界せん断応力に等しいという条件により平衡状態での飛砂数密度 ν_B を求める (式 (10)).

(6) 計算された濃度分布で飛砂が存在する場合の Reynolds 応力分布を求め (式 (11)), これに対して混合距離モデルを適用して (混合距離は変化しないと仮定) 風速分布を求める (式 (8)).

(7) 新しい風速分布に対して (2) ~ (5) の計算を行なう. 新たに求められた平衡状態での飛砂数密度 ν_B を前のステップでの計算値と比較し, その差が許容範囲以上であれば (6) によって風速分布を修正し (2) ~ (5) の計算を繰り返す. 飛砂数密度 ν_B が収束すれば飛砂と風が整合のとれた状態として解けたことになる.

(8) 収束解について saltation の特性量 (saltation 軌跡, saltation の飛高及び saltation 長の統計的性質, 粒子の存在高さ確率密度, 粒子速度分布など), Reynolds 応力分布, 風速分布, 飛砂量を計算する.

シミュレーションに当たっては, 次のように諸量を設定した. $\rho = 0.00123 \text{ g/cm}^3$, $\sigma = 2.65 \text{ g/cm}^3$, $C_D = 0.4$, $C_M = 0.5$, $A_2 = \pi/4$, $A_3 = \pi/6$, $g = 980 \text{ cm/s}^2$, $K_0 = 0.5$. また, 砂粒の粒径 (d) は 0.3 mm で計算を行なった. これは従来の飛砂の実験や観測例がほとんどこの程度の粒径を対象としているからであり, それらとの比較を容易にするためである.

(2) シミュレーションの結果とその考察

図-1 は ν_B の収束状況の例で, ほとんど数回の繰り返し計算で収束する. 図-2 は計算が収束したときの saltation の軌跡を重ね書きしたものである.

図-3 は平衡状態の飛砂を含む流れの Reynolds 応力分布の計算例 (以下計算条件は無次元掃流力 $\tau_* = u_*^2 / ((\sigma/\rho - 1)gd)$ で示した) で, saltation 層で顕著な欠損が認められる (後掲の砂粒の存在高さの確率密度分布図と比較すれば saltation 層上縁から欠損が始まっていることがわかる). また図-4 は流速分布で (後述の砂粒速度も併示してある), 飛砂を含まない流れに比べ大幅に減速していることがわかる. さらに図-5 にはそれを片対数表示した. これによると飛砂を含む流れの流速分布

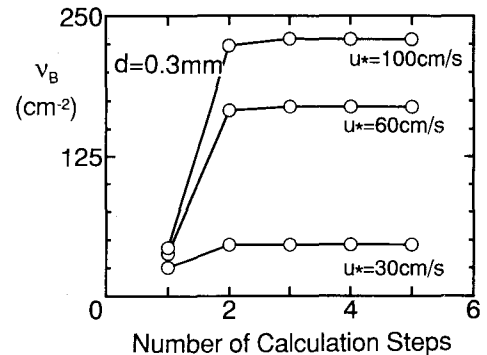


図-1 計算回数による平衡飛砂数密度の収束状況

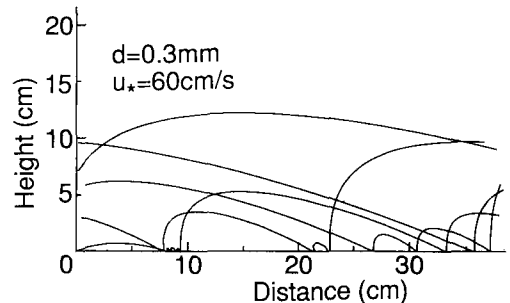


図-2 saltation 軌跡の計算例

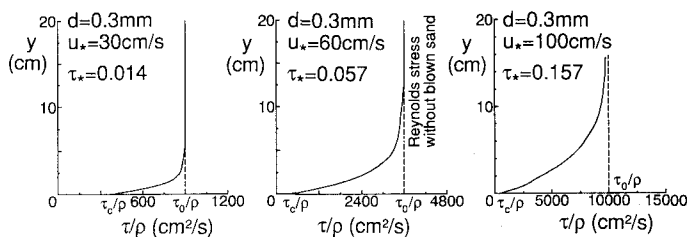


図-3 飛砂層内 Reynolds 応力分布の計算例

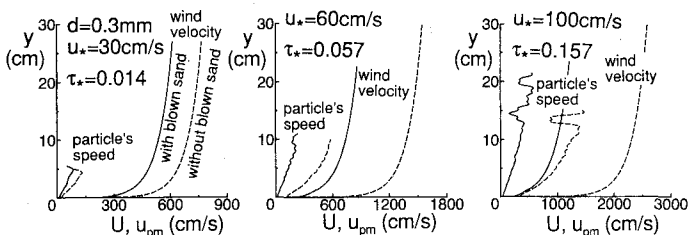


図-4 飛砂層内流速分布と飛砂移動速度

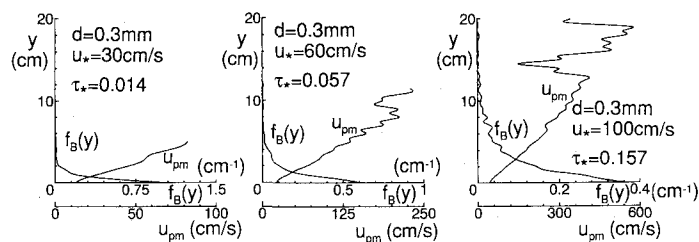


図-6 飛砂の存在高さ確率密度分布と移動速度分布

は saltation 層内では移動限界時の流速分布に近く、saltation 層上縁に近づくとそれから外れて固有の勾配（飛砂を含まない流れと同じ勾配）を示す。このため、飛砂を含む場合にはあたかも移動限界の流速分布上に focal point を持つようなかたちになる。すなわち飛砂層上方の流速分布の飛砂層への外挿は Zingg らが見いだした focal point を持つことが理論的に示された。また飛砂を含む風の風速分布は飛砂層内で一様化する傾向がある。

図-6 には、saltation 粒子の存在高さの確率密度分布と流下方向粒子速度分布を併せて示した。saltation 層上縁付近では砂粒密度が小さいためシミュレーションでのサンプル数が小さいため値が不安定になっている。また図-4 に併示したように砂粒速度は風速に比べてずっと小さくそのため砂粒が風の運動量を大きく奪うことになっている。このように砂粒速度が平衡状態においても風速に比べてずっと小さいのは saltation という運動形態のため砂面に衝突する度に流下方向の速度を失うため、そのかわり上向き速度を得て運動を継続するのであ

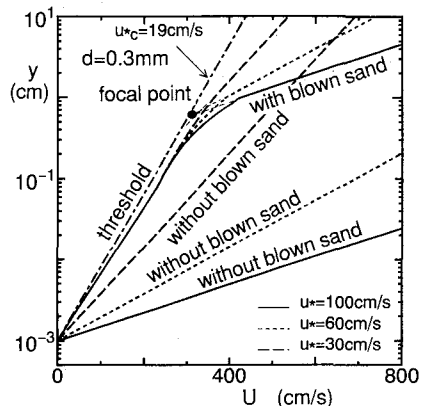


図-5 飛砂層内流速分布と focal point

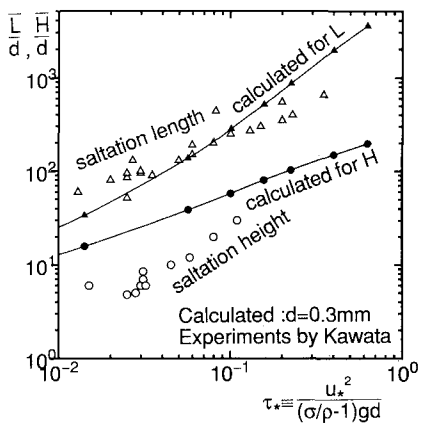


図-7 平均 saltation 長と平均飛高

る。

図-7 には平均 saltation 長 $\bar{L}$ 、平均飛高 $\bar{H}$ の掃流力に対する変化を示した。河田 (1975) の実験結果を併示したが掃流力の小さい範囲で平均 saltation 高が過大評価されるなど必ずしも十分な一致とはいえない。また図-8 に saltation 長及び飛高の分布を確率密度表示した。一部について河田の実験結果と比較したが、適合性が充分検証されたとは言えない。こうした個々の saltation の特性量の分布はその継続機構すなわち砂面での反発を的確にモデル化しなければ本来記述できないもので、この点にモデルの改良の余地がある。

最後に図-9 が飛砂量の掃流力に対する変化を示すもので、将来様々なタイプの粒子運動（粉体輸送量、飛雪量、水流中の掃流砂量など）と比較することを意図して無次元表示とした。また比較的良好に用いられ観測・実験結果との対応がよいとされる河村公式、実験条件が明らかな河田の風洞実験結果 (1975) を併示した。計算範囲や実測値のある範囲でシミュレーション結果はこれらと良好に対応しているが（もっともこれは実験定数 K_0 の

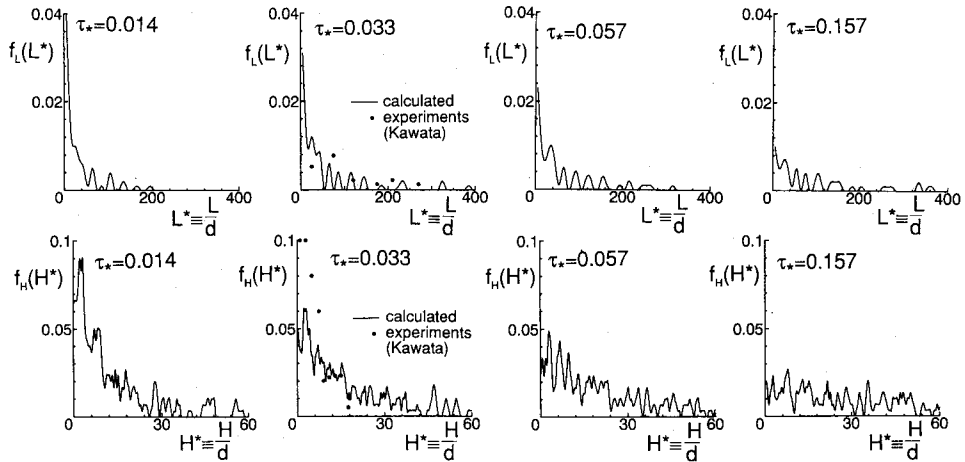


図-8 saltation 長と飛高の分布

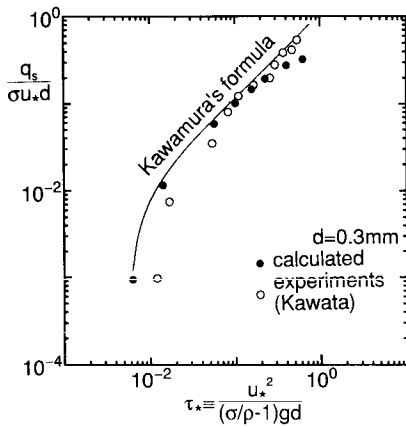


図-9 平衡飛砂量

値の設定に依存するのであるが), シミュレーション結果はより大きな掃流力に対する飛砂量の増加傾向が摩擦速度の $2/3$ 乗に比例した(水流による掃流砂も同様)河村式に比べるとやや鈍くなる点など, 今後検討すべき問題が残っている。

6. あとがき

本研究では飛砂粒子と風との間での運動量のやりとりを飛砂層の各高さで評価して, 平衡状態の飛砂を含む風の風速分布, 飛砂濃度(飛砂量)を同時に求める方法を提案した。これによって focal point を持つ飛砂を含む風速分布の性質が説明され, また平衡飛砂量が予測された。ただし, 本論文では上記シナリオを浮き彫りにして論理

を進める目的で, 砂面での反発によって継続する saltation 運動を独立な不規則 saltation をつないだもので表し, また飛砂に奪われて変化した Reynolds 応力分布に対しても不変な混合距離分布を仮定して風速分布を求めるなど, 個々のサブシステムの記述については便宜的な取り扱いをしている。これらのそれぞれについてすでに取り扱いを精緻にするための準備は進んでおり, さらに平衡・非平衡の議論をも含め, 本論文に示した考え方を発展させて行きたい。

参考文献

- 河田恵昭 (1976): 飛砂・流砂における砂粒の流送機構に関する基礎的研究, 京都大学学位論文。
- 河村竜馬 (1951): 飛砂の研究, 東京大学理工学研究所報告, 第5巻, pp. 95-112。
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1992): PSI-セルモデルによる saltation 層の解析, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 266-270。
- 清水義彦・辻本哲郎・中川博次 (1992): 直立性植生層を伴う流れ場の数値計算に関する研究, 土木学会論文集, No. 447/II-19, pp. 35-44。
- 辻本哲郎・中川博次 (1984): 掃流粒子の Saltation の確率過程論的解析, 土木学会論文集, No. 345/II-1, pp. 83-90。
- Bagnold, R. A. (1941): *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes*, Methuen, London, 265 p.
- Chepil, W. S. and R. A. Milne (1939): Comparative study of soil drifting in the field and in a wind tunnel, *Scientific Agriculture*, Vol. 19, p. 249。
- Horikawa, K. and H. W. Shen (1960): Sand movement by wind, *Technical Memoirs*, U. S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, No. 119, 51 p.
- Zingg, A. W. (1953): Some characteristics of eolian sand movement by saltation process, *Actions Eoliennes*, Cent. Nat. de Rech. Sci. Coll. Int., Vol. 35, pp. 197-208。