

飛砂における砂粒の反発機構の数値解析

三島 豊秋*・秋山 誠司**・土屋 義人***

1. 緒 言

飛砂における砂の移動形態の一つに saltation がある。Saltation の特徴は、床面から跳躍した砂粒が saltation 軌道を描いた後に床面に衝突し、再び跳躍するという運動を繰り返すことである。跳躍から落下まではほぼ決定論的な軌道を取るこの床面での砂粒の反発機構は、軌道の初速度を定める重要な役割を果たし、また saltation に確率的な要因を付加する。特に、砂と流体の密度比が大きな飛砂においては、砂粒の慣性力が大きいため splash と呼ばれる新たな砂粒の初期移動も起こる。これは床面が離散的な砂粒から構成されているために起こる現象であり、飛砂の saltation の解析にはこの現象を含む反発機構を考慮する必要がある。

近年になって Cundall・Strack (1979) の Discrete Block Method (DBM) を用いた飛砂における砂粒の反発機構の詳細な数値解析が行われている。Werner・Haff (1988) は DBM を用いて単一粒径の球状砂粒によって構成される床面に球状砂粒が衝突したときの解析を行っている。また、Anderson・Haff (1988) も同様に DBM を用いた反発機構の解析を行っており、その結果を用いることにより saltation の解析を行っている。しかしながら、これらの反発機構の解析は、飛砂における砂粒の慣性力を強調するあまり、移動床における重要な流体力である流体の底面せん断応力を全く考慮していない。

本研究では、重力および液体力を考慮した砂粒の運動方程式を DBM を用いて数値シミュレーションすることにより、飛砂における砂粒の反発機構の数値解析を行い、反発時における砂粒の挙動特性およびそれに及ぼす底面せん断応力等の影響を解析する。

2. 反発機構の数値シミュレーションの概要

床面を構成している砂粒および運動砂粒は単一粒径の球状砂粒と仮定する。床面の表層の砂粒には流体力、重力および砂粒間の接触力が作用しており、また床面内部

の砂粒には重力および砂粒間の接触力が作用する。流体力としては抗力、流体の速度勾配による揚力、仮想質量力、および圧力勾配による力を考える。砂粒間の接触力に関しては、DBM に従い接触点に弾性スプリングおよび粘性ダッシュポットを挿入する。このとき、砂粒の並進および回転に関する運動方程式は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\pi}{6} \sigma D^3 \ddot{\mathbf{x}}' + \eta' \dot{\mathbf{x}}' + K' \mathbf{x}' \\ &= \frac{\pi}{8} \rho D^2 C_D |\mathbf{u}' - \dot{\mathbf{x}}'| (\mathbf{u}' - \dot{\mathbf{x}}') \\ &+ \frac{\pi}{8} \rho D^2 C_L |\mathbf{u}' - \dot{\mathbf{x}}'| (\mathbf{u}' - \dot{\mathbf{x}}') \\ &+ \frac{\pi}{6} D^3 C_M \frac{d}{dt} (\mathbf{u}' - \dot{\mathbf{x}}') - \frac{\pi}{6} D^3 (\sigma - \rho) \mathbf{g} \end{aligned} \right\} \\ \frac{\pi}{60} \sigma D^5 \ddot{\phi} + \frac{\pi}{60} \rho D^5 C_M \ddot{\phi} + \eta' \frac{D^2}{4} \dot{\phi} + K' \frac{D^2}{4} \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 D は砂粒の粒径、 σ および ρ はそれぞれ砂粒および流体の密度、 C_D 、 C_L および C_M はそれぞれ抗力、揚力および仮想質量係数、 η' および K' は砂粒間の接触力に関する粘性および剛性係数、 $\mathbf{x}'$ および $\mathbf{u}'$ は砂粒の位置ベクトルおよび流速ベクトルであり、また $(\dot{\quad})$ は時間微分を表す。式 (1) に現れる抗力係数は一般には Reynolds 数の関数であるが、ここでは十分に大きな Reynolds 数の場合を対象にすることにし、一定値 0.4 で与える。揚力係数は抗力係数の 0.85 倍として仮定し、また仮想質量力係数には球状粒子に対する理論値 0.5 を用いる。

ここでは、飛砂における床面を構成している静止砂粒の挙動を主な解析の対象にしている。このような場合、静止砂粒に作用する流体力としては、抗力の x' 方向成分および揚力の z' 方向成分が重要である。また、このような力は床面の表層にある粗度砂粒に対して主に作用する。そこで、抗力および揚力を

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\pi}{8} \rho D^2 C_D |\mathbf{u}' - \dot{\mathbf{x}}'| (\mathbf{u}' - \dot{\mathbf{x}}') \simeq \frac{\pi}{8} \rho D^2 C_D A_z^2 u'^{*2} \mathbf{i} \\ & \frac{\pi}{8} \rho D^2 C_L |\mathbf{u}' - \dot{\mathbf{x}}'| (\mathbf{u}' - \dot{\mathbf{x}}') \simeq \frac{\pi}{8} \rho D^2 C_L A_z^2 u'^{*2} \mathbf{k} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

* 正会員 工修 徳島大学助手 工学部建設工学科
 ** 正会員 戸田建設
 *** 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

のように近似する。ここに、 A_r は $z=D$ 点での床面近傍での代表流速を表す値であり、ここでは8.5で与える。このとき、式(1)は次式のように書き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + \eta \dot{x} + Kx &= \frac{3}{4} \varepsilon_D \frac{C_D A_r^2}{(\sigma/\rho + C_M)} i \\ &+ \frac{3}{4} \varepsilon_L \frac{C_L A_r^2}{(\sigma/\rho + C_M)} k - \frac{1}{\tau^*(\sigma/\rho + C_M)} k \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$
$$\frac{1}{10} \ddot{\phi} + \frac{1}{4} \eta \dot{\phi} + \frac{1}{4} K \phi = 0$$

ここに、

$$x = \frac{x'}{D}, \quad t = \frac{u^*}{D} t', \quad K = \frac{6K'}{\pi D^2 \rho (\sigma/\rho + C_M) u^{*2}}$$
$$\eta = \frac{6\eta'}{\pi D^2 \rho (\sigma/\rho + C_M) u^*}, \quad \tau^* = \frac{\tau}{(\sigma - \rho) g D^2}$$

であり、 u^* は摩擦速度、 ε_D および ε_L は周りの砂粒による流体力による遮蔽効果を表す補正係数、また i および k は x および z 軸方向の単位ベクトルである。抗力に対する補正係数は対象とする砂粒から粒径の1.5倍の範囲内にある砂粒に遮蔽されていない風上側の部分の z 軸への投影面積と球の投影面積の比で与える。同様に、揚力の補正係数は遮蔽されていない対象砂粒の上側の部分の x 軸への投影面積と球の投影面積の比で与える。式(4)には接触力に関する粘性および剛性係数の二つの材質特性を表す係数が含まれている。木山・藤村(1983)が述べているように、剛性係数は定めるためのヤング率 E に一般的な岩質材料の値をそのまま用いると安定な数値計算を行うための時間ステップが小さくなり過ぎ、実用的な数値計算にはむかなくなるので、ここではこの点を考慮して $6E/(\pi D^2(\sigma/\rho - 1)g) = 4 \times 10^8$ で与える。また、粘性係数は固定床、すなわち床面を構成している砂粒が固定

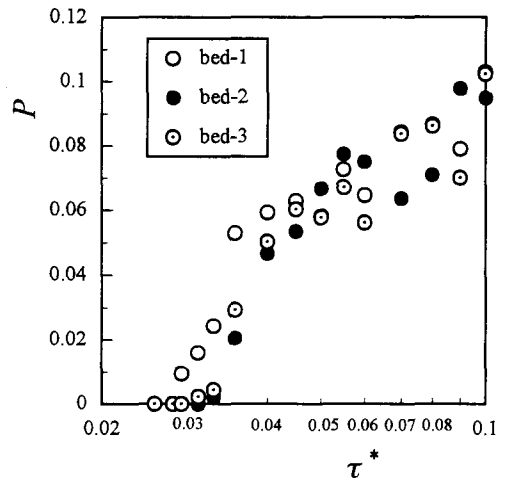
されている状態における反発係数が0.8程度になるときの値を用いる。

以上のようにして定式化された式(3)は、砂粒間の接触力項を除けば、床面に入射してきた運動砂粒の床面近傍での挙動に対しても適用できるので、運動砂粒および床面を構成する砂粒の両者に対して式(3)を用い、また差分スキームには木山・藤村を参考にした Cundall・Strack の DBM を用いて砂粒の反発機構の数値シミュレーションを行う。

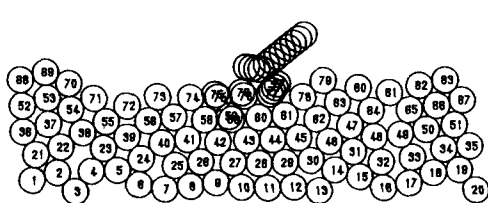
3. 反発機構の数値解析

3.1 移動限界

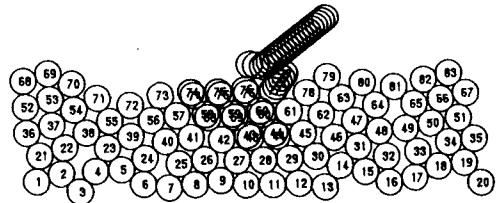
ここでは、約80個の砂粒を5段に積み上げた床面を反発機構の解析の対象にするが、その前に床面の特性として重要な限界 Shields 数を見出しておく必要がある。



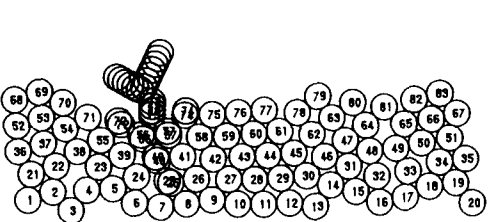
図一 砂粒の移動確率



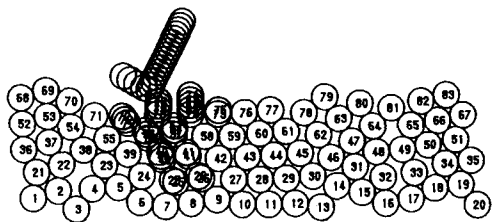
(a) $\alpha = 10 \text{ deg.}, V = 10, \tau^* = 0.03$



(b) $\alpha = 10 \text{ deg.}, V = 10, \tau^* = 0.05$



(c) $\alpha = 30 \text{ deg.}, V = 10, \tau^* = 0.03$



(d) $\alpha = 30 \text{ deg.}, V = 15, \tau^* = 0.03$

図二 衝突時の砂粒の挙動

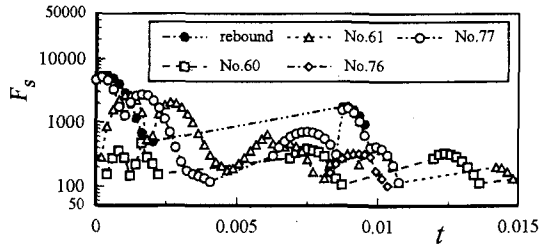
図-1 は3 ケースの床面に対して DBM を用いて式 (4) を解いたときの単位時間単位面積当たりの砂粒の移動確率 P を示したものである。どのケースも無次元せん断応力が 0.03 程度の値から砂粒の移動が始まり、ここで対象とする床面の限界 Shields 数は 0.03 程度であることが解る。これまでの実験結果から飛砂における限界 Shields 数は 0.02 程度であることが解っており、この値は飛砂の移動限界としてはやや大きめの値である。

3.2 力学的特性

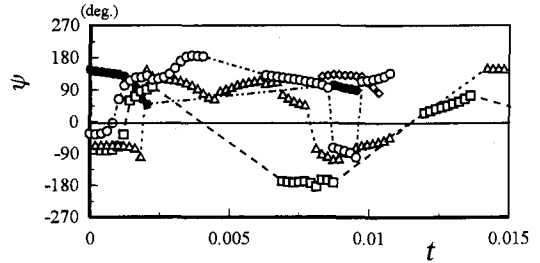
入射してきた砂粒によって衝突された床面上の砂粒に伝えられた力は、隣接する砂粒に伝えられてそれらの砂粒を移動を開始させる。図-2 は入射角 α が 10 および 30 度、入射速度 V が 10 および 15、および無次元せん断応力 τ^* が 0.03 および 0.05 を組み合わせた 4 つの場合における衝突時の砂粒の挙動を示した図である。図-2(a) および (b) の無次元せん断応力が異なる場合を比較すると、無次元せん断応力が大きな方により広い範囲にわたって入射してきた砂粒の影響が現れているのが解る。これは、入射してきた砂粒が衝突された 77 番の砂粒に伝える力はほぼ同じであると考えられるが、式 (4) から解るように無次元せん断応力が大きくなると重力項は相対的に小さくなり、砂粒が動きやすくなっているためであると考えられる。

図-2(a) および (c) は入射位置は違うが入射角が異なる場合に、また (c) および (d) は入射速度が異なる場合に対応する。これらの図を比較すると、入射角が大きくなると、また入射速度が大きくなると入射してきた砂粒の影響が広く深い範囲にわたって現れている。入射角および速度が大きくなると衝突された砂粒に伝えられる力は大きくなることから、これはその影響の現れであると解釈される。

図-2 に見られるように、入射してきた砂粒の影響は衝突した砂粒だけでなくそれに隣接する砂粒にも、またさらにそれらに隣接する砂粒にも影響を及ぼす。図-3 は、図-2(a) における入射してきた砂粒、衝突された砂粒およびそれに接する砂粒の衝突した瞬間からの接触力の合力 F_s とその方向 ψ の時間変化を示したものである。図中の番号は図-2 における砂粒の番号に対応しており、また破線等は砂粒がまだ跳び出していないことを示すために離散的な点の間を結んだ。すなわち、破線等で結ばれた最後の点で砂粒が跳び出していることを表している。入射してきた砂粒はまず 77 番の砂粒との間で接触力を伝えあうが、その後しばらく間隔を空けた後にもう一度 77 番の砂粒と干渉し合った後に跳び出すことが解る。この期間は、77 番の砂粒が 60, 61 および 76 番の砂粒と、さらにそれらがその周辺の砂粒と干渉し合っている時間に対応すると考えられる。



(a) 接触力の合力



(b) 接触力の合力の方向

図-3 衝突時の砂粒の接触力の変化

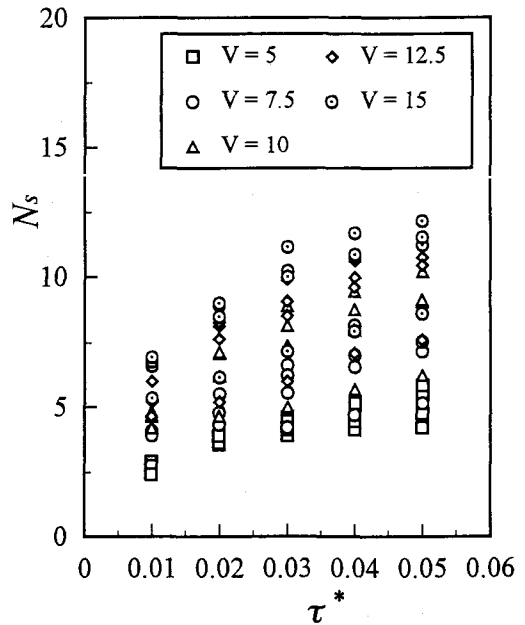
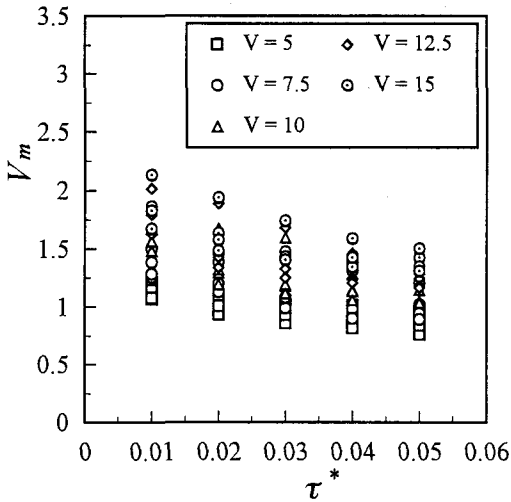
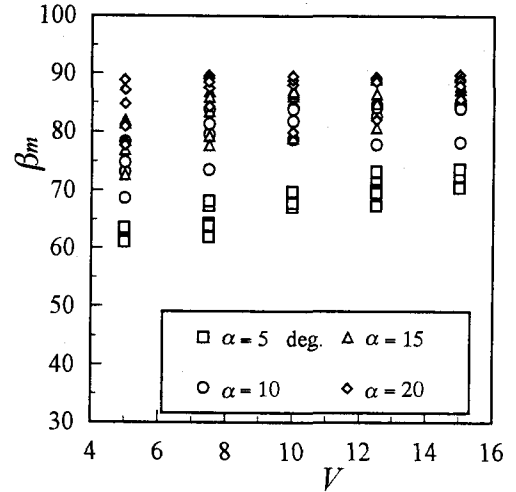


図-4 Splash による砂粒の跳び出し個数

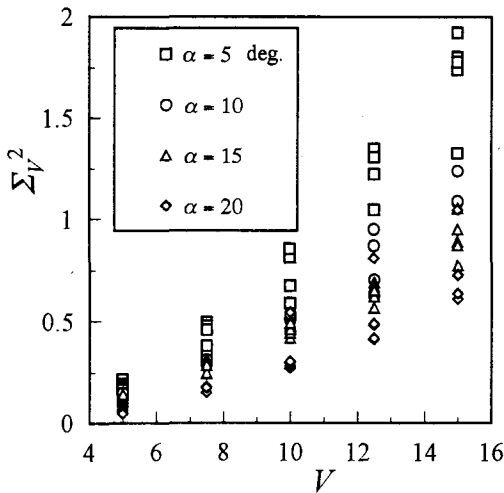
入射してきた砂粒以外の 60 から 77 番の砂粒は、複雑に干渉し合っているが、特に 77 番の砂粒は 0.008 から 0.011 程度の期間のみに局在しており、またその最後の時点で跳び出している。この砂粒は、入射角が浅いため 77 番の砂粒からは直接接触力として力を受けてはならず、61 番の砂粒を通して間接的に受けた接触力によっ



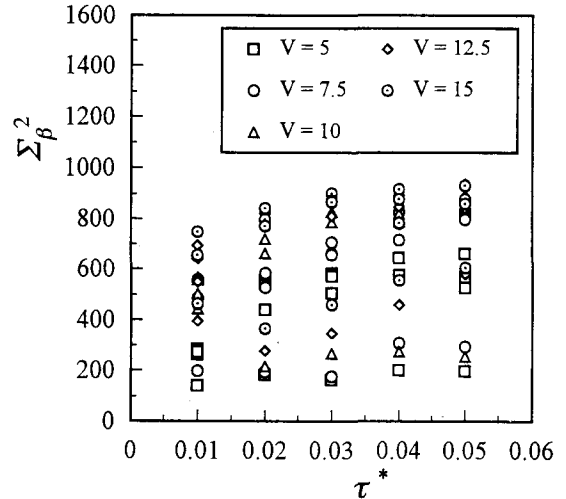
(a) 跳躍速度の平均



(a) 跳び出し角の平均



(b) 跳躍速度の分散



(b) 跳び出し角の分散

図-5 Splash による砂粒の跳躍速度の平均と分散

図-6 Splash による砂粒の跳び出し角の平均と分散

て跳び出していると推察される。

このように、飛砂における砂粒の反発機構は床面内部の砂粒間の複雑な相互干渉を伴っており、移動床としての飛砂の解析にはこのような相互干渉を含む反発機構を考慮した解析が必要であると考えられる。特に、飛砂および流砂の統一化を図るためにはこのような現象を考慮する必要があると思われる。

3.3 統計的特性

床面に入射してきた砂粒の衝突によって床面を構成している砂粒が数個跳び出す現象が splash であることを考慮すると、splash における砂粒の跳び出す個数が最も重要な量である。図-4 は数値解析したときの splash による砂粒の個数を入射速度をパラメータに無次元せん断応力の関数として表したものである。このとき、入射角

は 5 から 20 度、入射速度は 5 から 15、および無次元せん断応力は 0.01 から 0.05 までの値を与え、入射位置を平行移動させながら数ケースに対して数値解析を行った。無次元せん断応力および入射速度が大きくなるに伴い砂粒の跳躍個数が増加する傾向にあることが解る。無次元せん断応力の増加に伴い床面の砂粒は動き易くなり、また入射速度の増加は入射してきた砂粒によって床面に作用する力を増加させることから、当然の結果であると言える。一般に、河村 (1951) および Tsuchiya (1987) が指摘しているように飛砂における砂の輸送量は砂と流体の運動量の保存則で規定され则认为られる。このとき、床面での砂粒の反発機構に伴う運動砂粒と床面を構成している砂粒の交換作用は砂の底面せん断応力として介入し、図-4 に示されているような splash による砂粒の移

動個数と無次元せん断応力および入射速度の間の微妙な関係によって砂と流体間の運動量のバランス関係が成り立っていると推察される。

図-5は、図-4と同様の条件下で数値解析をしたときの splash による跳躍速度の平均 V_m および分散 Σ_V^2 をまとめたものである。跳躍速度の平均は、無次元せん断応力が大きく、また入射速度が小さくなるに従って減少する傾向にあることが解る。また、この図では入射角度に関しては入射速度ごとにまとめられており、同じシンボル間のばらつきが小さいことから、跳躍速度の平均は入射角度の影響をあまり受けないことが解る。跳躍速度の分散は、無次元せん断力以上に入射角および速度の影響を受けることから、図中では入射角をパラメータに入射速度の関数として表している。入射速度が大

きなほど、また入射角が小さなほど分散は大きくなる傾向にある。また、入射速度が大きくなほどデータのばらつきは大きくなり、無次元せん断応力の影響が現れやすくなる。同様に図-6に splash による跳び出し角の平均 β_m および分散 Σ_β^2 を示す。跳び出し角の平均は、入射角の影響を、また分散は入射速度の影響を強く受けていることが解る。

このように各統計的な特性量は無次元せん断応力等の影響を受けて色々な傾向が現れる。しかしながら、無次元せん断応力が大きくなると跳躍速度および跳び出し角の確率密度関数は一定の分布に収束する傾向にある。図-7に無次元せん断応力が0.03および砂粒の入射角は10度のときの平均および分散で規格化された変数に対する跳躍速度および跳び出し角の確率密度関数および分布関数をそれぞれ示す。無次元せん断応力が0.01のときは両者の分布ともかなりばらついているが、ここに示した0.03のときは跳躍速度の確率密度関数は一定の指数型の分布に収束している。また、跳び出し角の確率密度関数は平坦になり、一様分布に近付く傾向にある。この傾向は無次元せん断力が大きくなるほど強く現れる。これは、無次元せん断力が大きくなることにより床面を構成している砂粒が動きやすくなるためであると考えられ

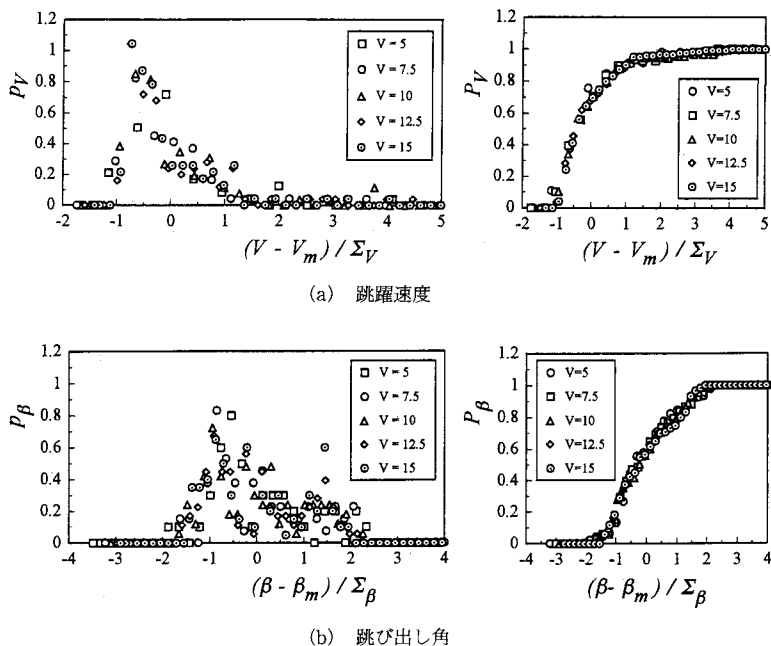


図-7 Splash による砂粒の確率密度関数および分布関係

る。

4. 結 語

DBM を用いて飛砂における砂粒の反発機構の数値シミュレーションを行い、その結果に基づいて splash を伴う飛砂の反発機構の力学的特性および統計的特性について解析することにより、これらに及ぼす無次元せん断応力、入射速度および入射角の影響を検討した。

参 考 文 献

- 河村竜馬 (1951): 飛砂の研究, 東京大学理工学研究所報告, 第5巻, pp. 95-112.
- 木山英朗・藤村 尚 (1983): カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, 土木学会論文報告集, 第333号, pp. 137-146.
- Anderson, R. S. and P. K. Haff (1988): Simulation of eolian saltation, Science, Vol. 241, pp. 820-823.
- Cundall, P. A. and O. D. L. Strack (1979): A discrete numerical model for granular assemblies, Géotechnique, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65.
- Tsuchiya, Y. (1987): Sand transport by wind: transport rates of uniform and graded sand, Proc. Coastal Sediments '87, ASCE, Vol. 1, pp. 175-187.
- Werner, B. T. and P. K. Haff (1988): The impact process in aeolian saltation: two-dimensional simulation, Sedimentology, Vol. 35, pp. 189-196.