

高波の継続時間の統計的特性とその推定法

山口正隆*・大福 学**・畑田佳男***

1. 緒 言

高波の継続時間は海上工事の実施や海洋・港湾施設の稼働率の推定、および防波堤などの海岸・港湾構造物の設計において考慮すべき重要な事項である。そのため、前者の目的に対して波高数 m 以下の比較的低波高を基準とする平均継続時間に注目した研究が Lawson・Abernethy (1975)、高橋ら (1982)、山口ら (1989) により、後者の目的に対して異常波浪の継続時間に注目した研究が Smith (1988)、Teisson (1990) により行われ、また波高の確率分布から高波の継続時間分布を推定する方法が Graham (1982)、Kuwashima・Hogben (1984) により提案されている。しかしながら、長期にわたる精度の良好な観測資料が欠如していたことから、ある基準波高を越える波高、特に海岸構造物の設計に際し問題となるような異常波高をもつ高波の継続時間の確率分布特性や継続時間分布推定法の適用性は未だ十分に明らかにされていない。

そこで、本研究ではわが国沿岸 11 地点で取得された気象庁長期波浪観測資料の統計解析に基づいて、長期波高および高波の継続時間の統計的特性や両者の相互関係を調査することにより、高波の継続時間分布推定法を新たに提案するとともに、波高の極値とその継続時間との関係を考察する。

2. 波浪観測資料および解析法

解析対象とする波浪観測資料は、わが国沿岸 11 地点で気象庁が展開している水深約 50 m 地点での超音波波高計による 3 時間ごとの波浪記録のうち、観測開始年から 1989 年 12 月 31 日の間におけるものであり、観測期間は最長のもので石廊崎および経ヶ岬における約 14 年、最短のもので尻羽岬における約 5 年である。気象庁波浪観測資料の最大の特徴は測得率が非常に高いことであり、最も低い佐喜浜においても 0.95 に達する。

解析にあたっては、長期波高資料を周年資料および季

節別資料（ここでは、周年資料についてのみ記述）に分けてそれぞれの平均値 $\bar{H}_{1/3}$ および標準偏差 H_σ を算出するとともに、波高資料に対する各種確率分布のあてはめを行い、確率分布に含まれる母数を最尤法により推定した。

あてはめに用いる確率分布は、Weibull 分布 (3 母数, 2 母数), 3 母数対数正規分布, 超ガンマ分布 (一般化ガンマ分布と同じ, ただし, 母数の推定は積率法) である。このうち、Weibull 分布の未超過確率 $F(x)$ は周知の次式で表される。

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left\{\frac{(x-b)}{(x_0-b)}\right\}^k\right] \quad \cdots (1)$$

ここに、 k は形状母数、 b は位置母数、 x_0 は尺度母数であり、 $b=0$ とすれば、式 (1) は 2 母数 Weibull 分布に帰着する。また、Weibull 分布の平均値 m および標準偏差 σ は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} m &= b + (x_0 - b) \Gamma(1 + 1/k) \\ \sigma^2 &= (x_0 - b)^2 \{ \Gamma(1 + 2/k) - \Gamma^2(1 + 1/k) \} \end{aligned} \right\} \quad \cdots (2)$$

ここに、 Γ はガンマ関数である。

一方、超ガンマ分布の確率密度関数 $f(x)$ は α, ν, β を母数として次式で与えられる。

$$f(x) = \{r^{q/p} p / \Gamma(q/p)\} x^{q-1} \exp(-rx^p) \quad \cdots (3)$$

また、未超過確率は第 1 種不完全ガンマ関数 $\Gamma(q/p, rx^p)$ を用いて、

$$F(x) = \{1 / \Gamma(q/p)\} \Gamma(q/p, rx^p) \quad \cdots (4)$$

により与えられるが、 $rx^p > 20$ では特別の工夫により数値積分を行わなければならない。超ガンマ分布は従来の種々の理論確率分布を特別な場合として包含する 4 母数確率分布において位置母数を 0 とした 3 母数分布であり、最初に Suzuki (1964) により降水量分布のあてはめに適用されたが、波浪統計関係では、山口ら (1980) により年最大波高資料に対するあてはめに、また Ochi (1992) により長期波高資料に対するあてはめに使用されている。

つぎに、継続時間資料の作成にあたっては、1 および 2 時刻の欠測は前後のデータの線形補間によって補充し、3 時刻以上の欠測は波高を 0 としたうえで、各波高データを折れ線で結ばれる連続波高資料とみなすことにより、基準波高 ($H_{1/3c} = 0.50$ m から 0.25 m 間隔) を越

* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部土木海洋工学科

** 愛媛大学技官 工学部土木海洋工学科

*** 正会員 工修 愛媛大学助手 工学部土木海洋工学科

える波高の継続時間を算出する。したがって、継続時間 τ は3時間の整数倍という離散値でなく、0に近い値もとれる連続値である。そして波高資料と同様に継続時間資料に対しても、各基準波高ごとの平均継続時間 $\bar{\tau}$ および継続時間の標準偏差 σ_{τ} を算出するとともに、継続時間資料にあてはめる各種確率分布の母数を最尤法により推定するが、ここではとくに、2母数 Weibull 分布のあてはめから得られる母数 k, x_0 と基準波高値 $H_{1/3c}$ の関係をベキ乗関数、

$$k = \alpha_1 H_{1/3c}^{\beta_1}, \quad x_0 = \alpha_2 H_{1/3c}^{\beta_2} \quad \cdots \cdots (5)$$

で近似し、 α_i, β_i および相関係数 $\gamma_i (i=1, 2)$ を最小2乗法によって推定したのち、波高資料にあてはめた3母数 Weibull 分布の形状母数 k_H との関係調べ。

さらに、観測開始年から1991年までの各地点における年最大波高資料に対して3母数 Weibull 分布を最尤法であてはめることにより、確率波高を推定した。

3. 長期波高分布

図-1は松前で波高通年資料に対する各種確率分布のあてはめ結果を示したものである。まず、3母数 Weibull 分布は低波高から高波高まで波高資料を平均的によく近似する。しかし、地域別にみると、Weibull 分布の適合度は日本海側や東シナ海側および北海道沿岸で高いのに対して、太平洋側の東北地方から九州地方、および南西諸島でやや低く、Weibull 分布は未超過確率の高い部分を過大評価する傾向にある。一方、Kuwashima・Hogben (K-H) モデルにおいて波高分布の表現に用いられる2母数 Weibull 分布は図-1の Weibull 確率紙において直線で表されるが、その適合度は、曲率をもつ分布形状を示す観測資料との隔たりから明らかなように、不十分である。

超ガンマ分布は実質的には位置母数を0と置いた4母数分布に相当するから、未超過確率の大きい部分(高波高部)に対する適合度は3母数 Weibull 分布よりかなり良好であり、とくに、3母数 Weibull 分布の適合度が十

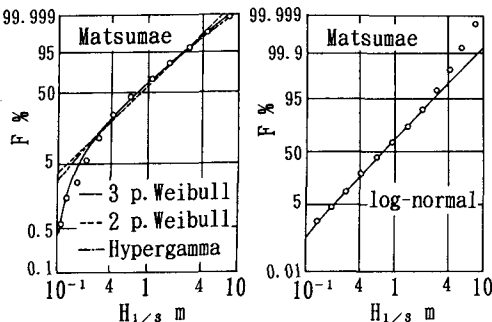


図-1 波高資料に対する各種確率分布のあてはめ

表-1 波高資料にあてはめた Weibull 分布の母数の一覧表

location	3p. Weibull			2p. Weibull	
	k_H	$b(m)$	$x_0(m)$	k_H	$x_0(m)$
Matsumae	1.56	0.10	1.03	1.36	1.08
Atsumi	0.97	0.10	1.10	1.16	1.18
Kyougamisaki	1.05	0.10	1.12	1.25	1.19
Kashima	1.12	0.10	1.03	1.32	1.08
Fukue	1.29	0.10	1.09	1.47	1.13
Shirihamisaki	1.59	0.29	1.35	2.07	1.41
Enoshima	1.45	0.28	1.37	1.84	1.43
Irouzaki	1.47	0.32	1.28	1.99	1.35
Sakinohama	1.39	0.21	0.99	1.78	1.04
Satamisaki	1.45	0.21	0.88	1.90	0.93
Kiyanmisaki	1.42	0.26	1.14	1.80	1.20

分でない太平洋側においても、満足のいく結果を与える。しかし、位置母数を0とする超ガンマ分布は未超過確率の小さい部分(低波高部)で不十分な適合度しか与えないし、超ガンマ分布が多様な分布形状を近似しうる特性を反映して、各母数は幅広く変化する。また、未超過確率の大きい部分での数値計算は高精度を要し、かなり難しいので、適切な値が得られない場合もある。したがって、超ガンマ分布は高波高部に対する高い適合度にもかかわらず、実際の適用には制約があると考えられる。さらに、3母数対数正規分布は高波高部あるいは低波高部に対して十分な適合度を与えない場合が多いので、長期波高分布の表現にはあまり適していない。

以上のことから、適合度に多少の問題をもつ場合もあるけれども、長期波高分布の表現には3母数 Weibull 分布が比較的有効であると考えられる。

表-1はの波高通年資料にあてはめた3母数 Weibull 分布の母数 $k_H, b(m), x_0(m)$ および2母数 Weibull 分布の母数 $k_H, x_0(m)$ の推定結果の一覧であり、()内は単位を表す。3母数 Weibull 分布の場合、形状母数 k_H は、太平洋側で1.4~1.6と大きく、日本海側で1.1~1.3と小さい。つまり、太平洋側における波高変動幅が日本海側より狭い傾向にあることを示す。最低波高にほぼ相当する位置母数 b も太平洋側より日本海側で小さい。また、尺度母数 x_0 は地域的にそれほど変化せず、1m程度の値をとる。一方、2母数 Weibull 分布の尺度母数 x_0 は3母数 Weibull 分布の場合より若干大きい値をとる程度であるが、形状母数 k_H は平均的に0.5程度大きい値を示す。

4. 高波の継続時間特性および推定法

図-2は松前で波高2m以上の継続時間通年資料に

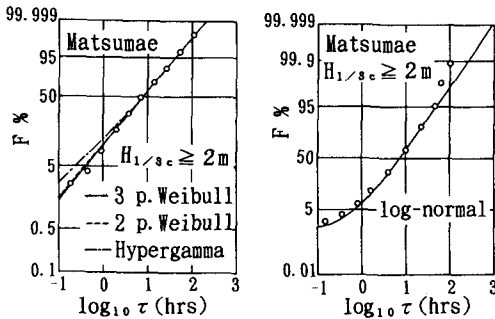


図-2 継続時間資料に対する各種確率分布のあてはめ

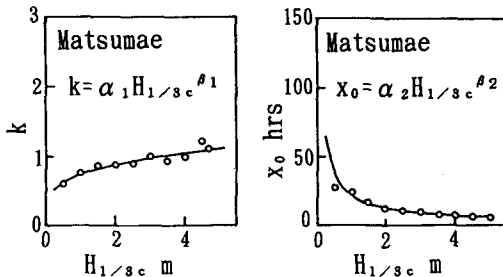


図-3 継続時間資料にあてはめた2母数 Weibull 分布の母数と基準波高の関係

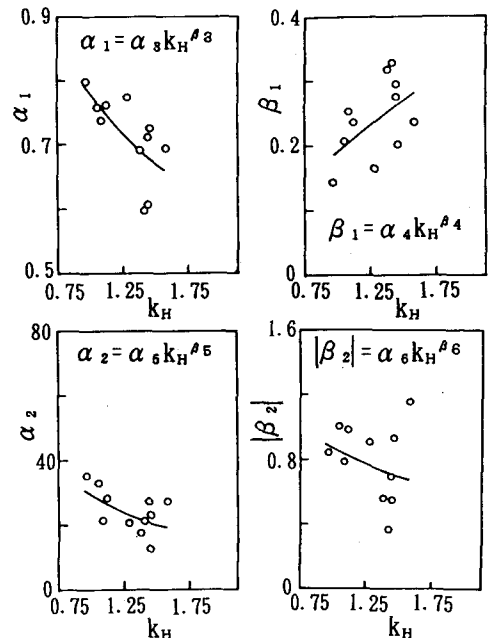
対する各種確率分布のあてはめ結果である。これを見ると、3母数 Weibull 分布と2母数 Weibull 分布では、当然3母数 Weibull 分布の適合度がよいが、資料のばらつきを考慮すると、2母数 Weibull 分布も十分適用しうる。また、超ガンマ分布の適合度も良好であるが、計算が複雑であるに加えて、必ずしも Weibull 分布に優る適合度を与えない。一方、3母数対数正規分布の場合には、未超過確率の大きい部分あるいは小さい部分で資料分布との隔たりが大きくなるので、継続時間分布の表示にはあまり適していない。こうしたことから、継続時間分布の表示には、母数の数が少なく、したがって母数の統計的安定性が高く、しかも観測資料をかなり精度よく近似する2母数 Weibull 分布の使用が適切であると見える。

図-3は松前での継続時間通年資料に対する2母数 Weibull 分布の母数 k , x_0 (m) と基準波高 $H_{1/3c}$ (m) の関係を示したものであり、図中にはベキ乗関数によるあてはめ曲線 ($k = \alpha_1 H_{1/3c}^{\beta_1}$, $x_0 = \alpha_2 H_{1/3c}^{\beta_2}$) も示される。これによると、 $H_{1/3c}$ の増加とともに、 k は微増し、 x_0 は急減する挙動がベキ乗関数によってよく近似される。表-2はベキ乗関数の係数 (α_1 , β_1 , α_2 , β_2) および相関係数 (γ_1 , γ_2) の一覧表である。

図-4は11地点の継続時間通年資料にあてはめた2母数 Weibull 分布の母数と基準波高の関係を近似する

表-2 ベキ乗関数の係数および相関係数の一覧表

location	k			x_0 (m)		
	α_1	β_1	γ_1	α_2	β_2	γ_2
Matsumae	0.74	0.25	0.94	21.2	-0.78	0.97
Atsumi	0.80	0.14	0.86	35.4	-0.84	0.96
Kyogamisaki	0.76	0.21	0.94	32.9	-1.00	0.95
Kashima	0.76	0.24	0.92	28.3	-0.98	0.95
Fukue	0.77	0.16	0.84	20.7	-0.91	0.95
Shirihamisaki	0.69	0.24	0.79	27.4	-1.16	0.98
Enoshima	0.61	0.30	0.96	27.4	-0.70	0.98
Irouzaki	0.73	0.20	0.85	23.1	-0.93	0.95
Sakinohama	0.69	0.32	0.89	17.5	-0.56	0.96
Satamisaki	0.71	0.28	0.94	12.6	-0.55	0.97
Kiyanmisaki	0.60	0.33	0.85	21.6	-0.36	0.72

図-4 ベキ乗関数の係数と形状母数 k_H の関係

上記のベキ乗関数の係数 (α_1 , β_1 , α_2 , $|\beta_2|$) と、波高資料に対する3母数 Weibull 分布の形状母数 k_H の関係を示したものである。これらの係数は、 k_H の増加とともに減少あるいは増加傾向を示すが、この挙動はベキ乗関数 ($\alpha_1 = \alpha_3 k_H^{\beta_3}$, $\beta_1 = \alpha_4 k_H^{\beta_4}$, $\alpha_2 = \alpha_5 k_H^{\beta_5}$, $|\beta_2| = \alpha_6 k_H^{\beta_6}$) によって比較的よく近似される。また、図-5は平均波高 $\bar{H}_{1/3}$ および波高の標準偏差 H_σ と波高分布に対する3母数 Weibull 分布の形状母数 k_H の関係を示す。形状母数 k_H の平均波高 $\bar{H}_{1/3}$ への依存性は弱いのにに対し、波高の標準偏差 H_σ は k_H の増加とともに急減し、両者の相関も高

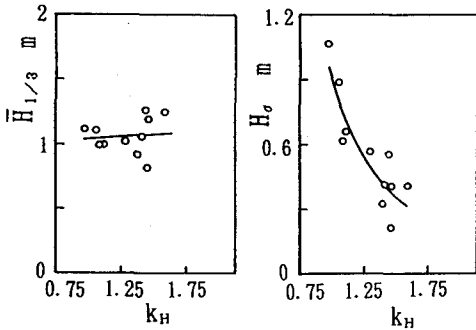


図-5 平均波高および波高の標準偏差と形状母数 k_H の関係

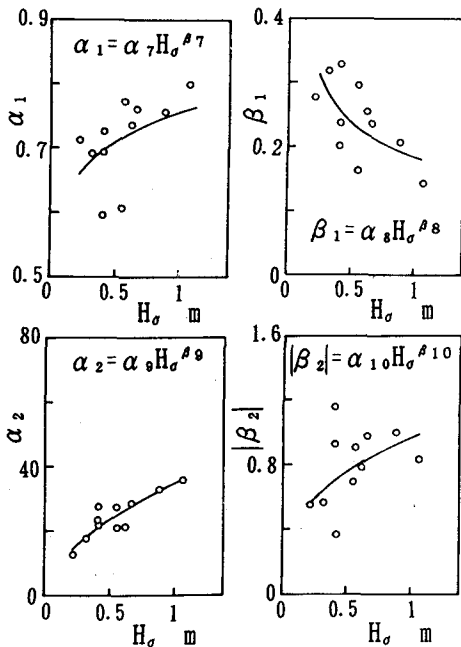


図-6 ベキ乗関数の係数と波高の標準偏差の関係

い。すなわち、 k_H の増加は波高分布の尖鋭化を意味するから、平均波高まわりの波高の変動を代表する標準偏差 H_σ が減少することになる。したがって、図-6 に示すように、 k_H のかわりに H_σ を用いても係数 ($\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, |\beta_2|$) はベキ乗関数 ($\alpha_1 = \alpha_7 H_\sigma^{0.7}$, $\beta_1 = \alpha_8 H_\sigma^{0.8}$, $\alpha_2 = \alpha_9 H_\sigma^{0.9}$, $|\beta_2| = \alpha_{10} H_\sigma^{1.0}$) によって近似され、その適合度も比較的高い。波高の標準偏差 H_σ は各海域の長期波候の変動特性を代表する統計量の1つであり、Weibull 分布の形状母数 k_H よりも物理的に理解しやすいと考えられる。

なお、表-3 は $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ を近似するベキ乗関数の係数および相関係数 ($\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, i=3\sim 10$) の一覧表である。

以上の結果から、長期波高分布に対する3母数

表-3 ベキ乗関数の係数および相関係数

i	α_i	β_i	γ_i	i	α_i	β_i	γ_i
3	0.78	-0.37	0.60	4	0.19	0.86	0.46
5	29.5	-0.92	0.43	6	0.87	-0.55	0.17
7	0.76	0.09	0.33	8	0.18	-0.36	0.57
9	34.5	0.57	0.86	10	0.97	0.36	0.38

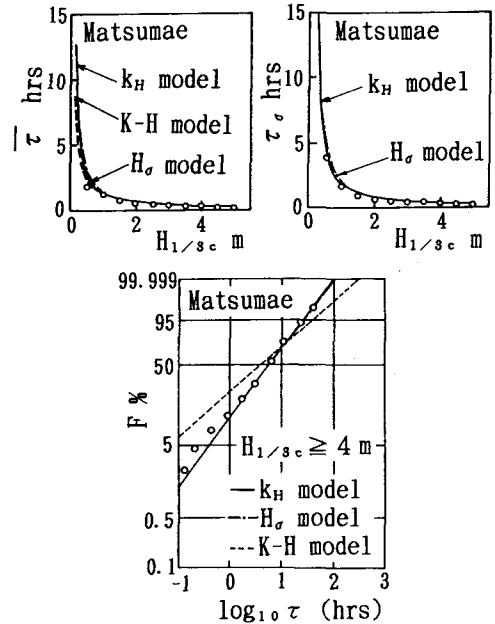


図-7 平均継続時間、継続時間の標準偏差および継続時間分布に対する計算結果と観測結果の比較

Weibull 分布の形状母数 k_H あるいは長期波高の標準偏差 H_σ を与えれば、高波の継続時間の推定が可能になる。すなわち、表-3 および図-4 あるいは図-6 に示すベキ乗関数近似式によって既与の k_H あるいは H_σ から、 $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, |\beta_2|$ が推定され、ついで、これらの係数を使用したベキ乗関数 $k = \alpha_1 (H_{1/3c})^{\beta_1}$, $x_0 = \alpha_2 (H_{1/3c})^{\beta_2}$ から既与の $H_{1/3c}$ に対する2母数 Weibull 分布の母数 k, x_0 ，したがって平均継続時間 $\bar{\tau}$ ，継続時間の標準偏差 τ_σ および継続時間分布が得られる。

図-7 は松前で波高 4 m 以上の継続時間に対する計算結果と観測結果の比較であり、波高分布に対する2母数 Weibull 分布の形状母数 k_H を入力値とする K-H モデルも点線で示される。本研究の結果は観測結果に対する回帰式に基づいて計算されているので、観測結果とかなりよく一致するが、回帰式作成時のデータのばらつきを反映して若干のずれが存在するし、回帰式からの偏りが大きい地点に対しては、計算結果と観測結果との相違は増大する。しかし、全般的には波高分布を近似する3母

表-4 50年確率波高とその平均継続時間

location	k_H	$b(m)$	$x_0(m)$	$H_{50}(m)$	$\bar{\tau}_{50}(hrs)$
Matsumae	1.53	4.39	6.27	8.97	3.55
Atsumi	5.68	4.80	6.98	7.58	6.31
Kyougamisaki	1.44	4.72	6.23	8.61	3.60
Kashima	2.58	3.70	6.22	7.99	3.44
Fukuejima	1.57	4.10	5.29	6.93	3.49
Shirihamisaki	2.55	3.56	6.33	8.30	2.24
Enoshima	3.14	3.78	7.28	9.18	5.56
Irouzaki	1.72	3.18	6.71	11.0	2.35
Sakinohama	2.00	3.13	6.17	9.15	4.62
Satamisaki	3.82	0.55	6.13	8.52	3.58
Kiyanmisaki	2.47	2.96	7.58	11.0	8.39

数 Weibull 分布の形状母数 k_H あるいは長期波高の標準偏差 H_σ を与えれば、継続時間特性が比較的よい精度で推定できるといえる。また、K-H モデルは本研究で取り扱った継続時間資料のうち、平均継続時間をよく再現するが、継続時間分布に対してはあまりよい適合性を与えない。

5. 波高の極値とその継続時間

表-4 は年最大波高資料にあてはめた 3 母数 Weibull 分布の母数 k_H , $b(m)$, $x_0(m)$ を最尤法により推定した結果、50 年確率波高 $H_{50}(m)$ 、および表-2 の係数を用いたべき乗関数による 2 母数 Weibull 分布の母数 k , x_0 と式 (2) の第 1 式から求めた、50 年確率波高に対する平均継続時間 $\bar{\tau}_{50}(hrs)$ の一覧である。観測は欠測により年最大波高を必ずしも捕捉していないので、50 年確率波高が過小評価されている地点もあるけれども、50 年確率波高は日本海側で 7.9~9 m、太平洋側では 8.5~11 m と評価される。一方、50 年確率波高に対する平均継続時間は日本海側では約 3.5 時間、太平洋側でも 2.2~4.5 時間であるが、喜屋武岬、温海、江ノ島ではかなり長い。これは継続時間の長い異常波浪が来襲する南西諸島太平洋側の台風時波浪やオホーツク海に停滞し、発達する低気圧に伴う季節風時波浪を代表するものであろう。また、50 年確率波高の平均継続時間に対する超過確率は約 0.4、すなわち再現期間は 2.5 年となるから、波高の極値の確率分布と継続時間の確率分布の独立性を仮定すれば、50 年確率波高に相当する平均継続時間をもつ 50 年確率波高に対する再現期間は約 125 年と評価される。

6. 結 語

本研究の結果はつぎのように要約される。

(i) 超ガンマ分布は長期波高資料を低波高部を除き高精度で近似するが、数値計算が難しいため、現段階では実用的でない。

(ii) 3 母数 Weibull 分布は長期波高資料を、2 母数 Weibull 分布は高波の継続時間資料を比較的高精度で近似することから、実用的にはこれらの分布の使用が推奨される。

(iii) 長期波高分布に対する 3 母数 Weibull 分布の形状母数 k_H あるいは長期波高の標準偏差 H_σ を与えれば、各種回帰式を使用することにより、高波の平均継続時間および継続時間の標準偏差のみならず、継続時間分布を比較的精度よく推定することが可能になる。

(iv) 年最大波高資料に対する極値統計解析結果と高波の継続時間分布推定式を組み合わせることにより、継続時間を考慮した確率波高の評価が可能になる。

参 考 文 献

- 高橋智晴・広瀬宗一・橋本典明 (1982): 沿岸波浪の統計的性質について, 第 29 回海岸工学講演会論文集, pp. 11-15.
- 山口正隆・大津正司・川辺靖造 (1980): 極値波浪の統計的特性について, 土木学会中国四国支部第 32 回昭和 55 年度学術講演会一般講演概要, pp. 137-138.
- 山口正隆・豊浦佳広・大福 学 (1989): わが国沿岸における波候特性の解析, 自然災害科学, 8-2, pp. 23-45.
- Graham, C. (1982): The parameterization and prediction of wave height and wind speed persistence statistics for oil industry operational planning purposes, Coastal Eng., Vol. 6, pp. 303-329.
- Kuwashima, S. and N. Hogben (1984): The Estimation of Persistence Statistics from Cumulative Probability of Wave Height, Rept. No. R183, NMI Ltd., 72 p.
- Lawson, N. V. and C. L. Abernethy (1975): Long term wave statistics off Botany Bay, Proc. 2nd Austr. Conf. on Coastal and Ocean Eng., pp. 167-176.
- Ochi, M. K. (1992): New approach for estimating the severest sea state from statistical data, Proc. 23rd ICCE (abstract), pp. 581-582.
- Smith, O. P. (1988): Duration of extreme wave condition, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, Vol. 114, No. 1, pp. 1-17.
- Suzuki, E. (1964): Hypergamma distribution and its fitting to rainfall data, Papers in Meteorol. and Geophys., Vol. 15, pp. 31-51.
- Teisson, C. (1990): Statistical approach of duration of extreme storms, Consequences on breakwater damages, Proc. 22nd ICCE, Vol. III, pp. 1851-1860.