

風波のスペクトルを持つ一方向波の共鳴干渉とその影響

安田 孝志*・森 信人**・伊藤 一教***

1. 緒 言

海の波は、海洋における主要外力としてだけでなく、地球環境と密接に関わる大気と海洋の相互作用を媒介する海面境界過程としても重要である。このような海の波を力学的に捉えと、それは無限次の非線形方程式に支配される無限自由度系であり、その複雑さのために非線形的取り扱いとはほとんど進んでおらず、定常ガウス過程に基づく線形的取り扱いが一般的である。しかしながら、最近の計算機の進歩とそれに伴う非線形波動の研究の進展によって、共鳴干渉が変調不安定やカオスと密接に関わっていることが示され、その重要性が明らかにされて来た。また、安田ら (1992) は、一定の仮定の下での扱いながら、共鳴干渉の波形統計量に及ぼす影響について検討を行い、うねりに対しては顕著な影響が生じるものの風波に対しては共鳴干渉の影響が弱くなることを明らかにしている。

一方、スペクトル幅が広くなるに従って不安定モードの増幅率が低下し、スペクトル幅がある臨界値を超えると共鳴干渉による不安定性が消滅することは、Alber (1978) や Crawford ら (1980) によって既に理論的に示されている。また、Janssen (1985) は、JONSWAP スペクトルの下では不安定は生じず、このことがスペクトル形状の安定性に繋がっているとしている。これが正しければ、風波の下では共鳴干渉は生じず、波形統計量への共鳴干渉の影響が消えるのは当然と言える。しかし、Tanaka (1992) は変調不安定の有無を任意に変えられる MKdV 方程式を用いた検討を行い、スペクトル幅が広くなるに従って変調不安定の波列形状への影響は弱くなり、はするものの、決して消えるものではないことを示した。従って、上述の Alber らの結論が正しければ、風波の下では共鳴干渉の影響が無視できることになるが、そうでなければ共鳴干渉の影響についての評価がなお必要であろう。

そこで本研究では、安田ら (1992) の手法と同様、海

の波を周期境界条件の下での一方向非回転波動として扱い、共鳴干渉に及ぼすスペクトル幅の影響について調べ、風波のスペクトルの下での共鳴干渉による不安定性の有無を明らかにするとともに、そのスペクトルおよび波形統計量への影響について検討し、風波における共鳴干渉の実態とその影響を明らかにしたい。

2. シミュレーション手法

ここで用いる手法は、前節で述べたように安田ら (1992) によってこれまで用いられてきた手法と基本的に変わらないが、 ϕ_z の展開次数を $M=4$ とするなどさらに精度の改善を進めている。これによって、波形勾配 $H/L=1/5\pi$ の Stokes 波の厳密解によって初期波を与え、これを 100 周期伝播させたときの Stokes 波の波形およびエネルギーとの最大相対誤差がそれぞれ 6.7×10^{-4} および 2.4×10^{-5} となり、基礎方程式がほぼ厳密に近い精度で解けることを確認した。シミュレーションは無限水深の条件の下で行い、初期スペクトルとしては Wallpos 型の他に、次式のガンマ分布を用いた。

$$S(k) = S_p \left(\frac{k}{k_p} \right)^{\gamma-1} \exp \left[-(\gamma-1) \left(\frac{k}{k_p} - 1 \right) \right] \cdots (1)$$

ここで、 $\gamma=1/\varepsilon^2$ 、 S_p はスペクトルのピークパワー、 k_p はスペクトルのピーク波数、 ε は次式で定義される波数スペクトルに対するスペクトル幅パラメータである。

$$\varepsilon = (m_0 m_2 / m_1^2 - 1)^{1/2}, \quad m_n = \int_0^\infty k^n S(k) dk \cdots \cdots (2)$$

ガンマ分布では ε がそのままスペクトルの形状母数に

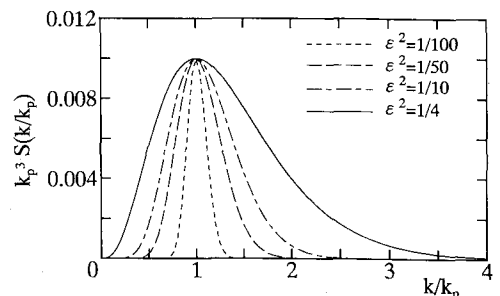


図-1 バンド幅パラメータとガンマ分布スペクトル形状の関係

* 正 会 員 工 博 岐阜大学教授 工学部土木学科

** 学生会員 工 修 岐阜大学大学院 工学研究科 (日本学術振興会 特別研究員)

*** 正 会 員 工 修 大成建設株式会社 技術研究所

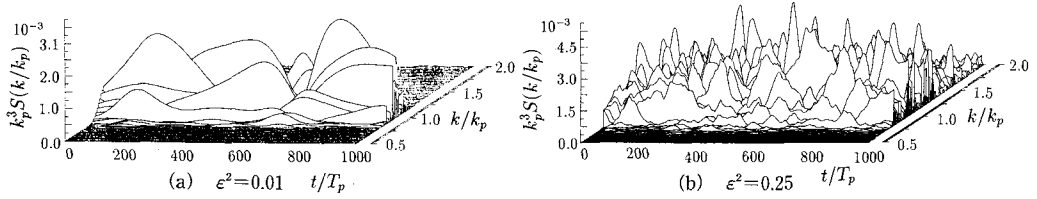


図-2 伝播に伴うスペクトルの時間変化とバンド幅の関係

なっており、 ϵ の値によって直接スペクトル幅を $\epsilon=0$ から 1 まで変えられる点に特色がある。

3. 変調不安定とスペクトル幅の関係

ここでは、スペクトルのピークモードパワー一定 ($k_p \sqrt{2S_p dk} = 0.01$) の下でフーリエモードの数を 256, ϵ^2 の値を 0.01, 0.05, 0.1 および 0.25 と 4 通りに変化させ、図-1 に示す初期スペクトルの下でそれぞれの波を上掲の手法で 1000 周期分 ($t/T_p = 1000$) 伝播させた。

図-2 は、代表例として $\epsilon^2 = 0.01$ および 0.25 の場合の各モードの伝播過程での変調の様子を示したものである。なお、 $\epsilon^2 = 0.25$ のスペクトル幅は前述の Crawford らによる不安定限界を超えており、この場合には不安定は生じないはずである。然るに、いずれの場合もモード変調が生じており、しかも $\epsilon^2 = 0.25$ の場合の方が変調周期が短く、不安定性による振幅の変動も著しい。この理由としては、前述の図-1 からわかるように、このときのスペクトルのピークモードのパワーが一定に保たれ、このためにピークモードの両側のパワーが広帯化に伴って増大し、スペクトル全体のパワーが増えていることが挙げられる。ただし、変調不安定がスペクトルバンド幅に関係無く生じることには変わりがない。

図-3 は、各モードのスペクトルの伝播過程における変動の分散とスペクトル幅の関係を示したものである。各モードの変動の絶対値を表す分散は、スペクトル幅に関係なくピークモード周辺ではほぼ一定であり、その外側では図-1 に示した初期スペクトルの形状にほぼ対応して分布しており、変調不安定がスペクトル幅に関係なく全モードにわたって生じていることが確認できる。

図-4 は、この点をより明確にするため、 $\epsilon^2 = 0.25$ のスペクトルの伝播過程での変化を各モードごとの変動係数によって示したものである。これから、変調不安定による各モードの振幅の変動が初期振幅に対してほぼ一定の割合であることがわかる。

以上より、ここで与えた初期スペクトルの下では、変調不安定が全モードでほぼ一様に生じることが流体力学的事実と言って良く、NLS 方程式に基づく Alber らの結論は修正される必要がある。ただし、ピークモードのスペクトルの変動に対する分散を初期スペクトルの全エ

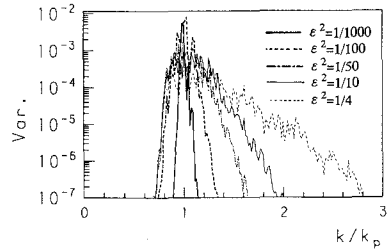
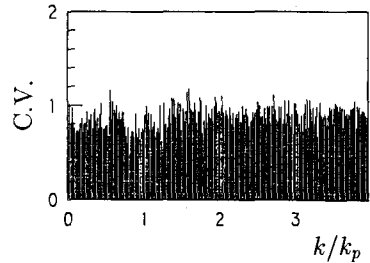
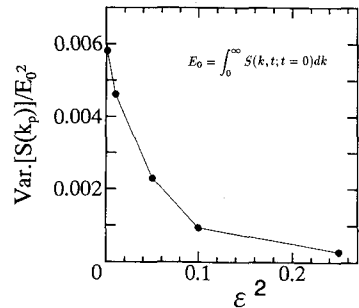


図-3 伝播過程におけるスペクトルの時間変化の分散とバンド幅の関係

図-4 $\epsilon^2 = 0.25$ のスペクトルの時間変化の変動係数 C.V. の値図-5 E_0 で無次元化したピークモードの分散とバンド幅の関係

ネルギー $E_0 = \int_0^\infty S(k, t=0) dk$ で基準化した値とスペクトル幅との関係についてみると、図-5 に示すように広帯化とともに不安定性が低下していく傾向にある。したがって、Alber らのように E_0 一定の下でスペクトル幅を広げれば、ピークモードを初めとして各モードのパワーが相対的に低下し、不安定性が弱くなり、見掛け上 Alber らの結論に従って来るのは当然と言える。しかし、各モードが十分なパワーを持つ高波浪時においては、図-4

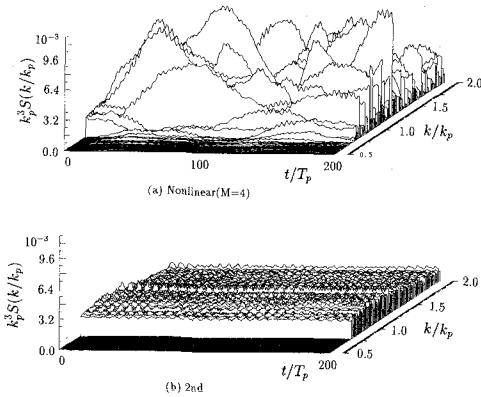


図-6 伝播過程におけるフーリエモードの時間変化

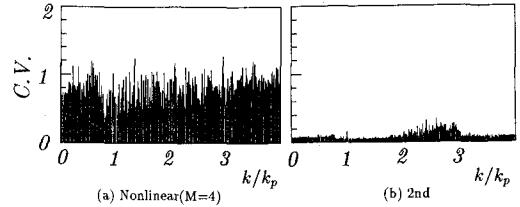


図-7 各モードの時間変化の変動係数

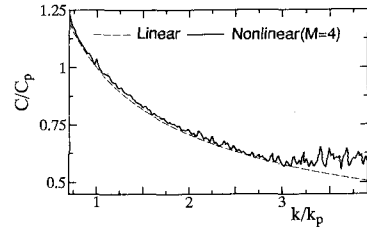


図-8 各モードの分散関係

に示したようにスペクトル幅に関係なく共鳴干渉による変調不安定が生じていると考えるべきであり、以下では、その影響について検討したい。

4. 風波スペクトルの変調不安定と波形への影響

ここでは、風波のスペクトルに相当する $m=5$, $k_p a = 0.15$ の Wallops スペクトルによって初期波を与え、それを上述の手法によって 100 周期伝播させる。同時に、共鳴干渉の影響を調べるために 2 次の非線形方程式によっても同様に伝播させ、その過程でのフーリエモードの振舞いとその波列形状への影響について調べる。

4.1 フーリエモードの振舞い

前節において共鳴干渉による変調不安定はスペクトル幅に関係無く生じることが明らかになった。そこで、風波のスペクトルの下での各モードの変調不安定の様子とそれが共鳴干渉によるものであることを明らかにするため、2 次の非線形方程式による場合のフーリエモードの時間変化とともにその結果を図-6 に示す。そこで、表示を $2k/k_p$ まで打ち切っているが、共鳴干渉を評価した $M=4$ の場合、前述の図-2 の結果と同様な変調が全モードに対して生じることがわかる。これに対し、2 次の非線形干渉までしか考慮していない 2nd では、2 次式を満たすために現れる 2 次干渉成分の小刻みな微小変動が見られるに過ぎない。こうした $M=4$ と 2nd との際立った差異から、 $M=4$ におけるモード変調が共鳴干渉によって生じているものと判断される。

図-7 は、こうした $M=4$ と 2nd でのモード変調の違いを伝播過程でのスペクトルの変動係数について比較したものである。これから 2nd ではほとんどモード変調が生じてないのに対し、 $M=4$ では全モードに渡ってほぼ同じ割合で変調不安定が生じていることがわかる。

非線形干渉が共鳴条件を満たした場合、それは共鳴干渉となり、各モードの振幅に変調不安定を引き起こすことはこれまで示してきた通りである。これに対し、各モードの伝播速度を支配する分散関係について見ると、2 次の非線形干渉によって励起される高調波成分や 3 次以上の非線形干渉による高次補正の影響が顕れる。こうした非線形干渉の分散関係への影響について調べるため、分散関係について検討を行った。いま、波形が、

$$\eta(x, t) = \sum_{n=0}^N A_n(t) \exp\{i[k_n x - \Omega(k_n, t)]\}, \quad \dots\dots (3)$$

$$\Omega(k_n, t) = \omega(k_n)t + \delta(t)$$

によって与えられる場合、微小時間 Δt 間の Ω の変化量を計算すれば、次式の差分近似によってこのときの分散関係 $\omega = \omega(k)$ が求められる。

$$\omega(k) = \frac{\Omega(k, t + \Delta t) - \Omega(k, t)}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots (4)$$

図-8 は、こうして求められた $\omega = \omega(k)$ を基に、各モードの波速 c と波数 k の関係を示したものである。これより、風波スペクトルの場合、Yuen & Lake (1982) の準単色波の場合の結果と異なり、 $k/k_p \leq 3$ での各モードの波速は図中の破線で示す線形分散関係にほぼ従っており、拘束波の影響が現れるのは初期パワーが低い $k/k_p > 3$ の高波数モードにおいてであることがわかる。この結果は、Plant & Wright (1979) の示した現地観測結果とよく対応しており、従来の Yuen & Lake (1982) の結果が狭帯スペクトルの下での結果であることを考えると、深海域における風波スペクトルのような広帯スペクトルの下では拘束波が少なく、安定した波群が形成され難いことを意味している。

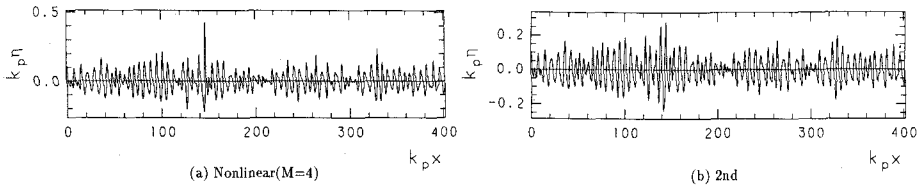


図-9 伝播波形における共鳴干渉の影響

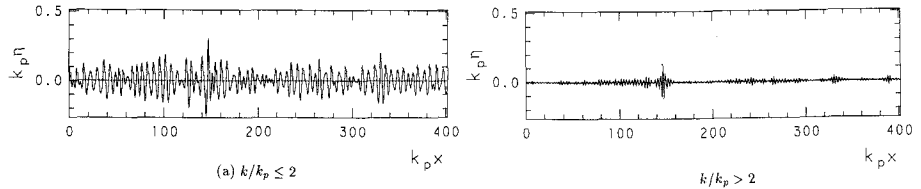


図-10 フーリエモードのバンドと波形の関係 (M=4)

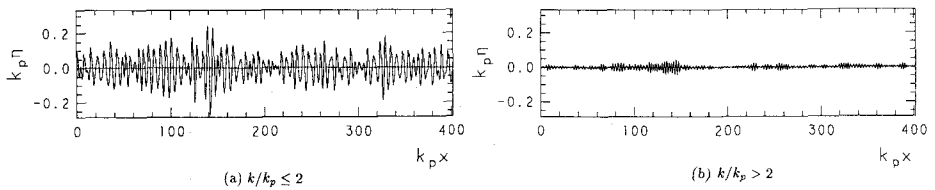


図-11 フーリエモードのバンドと波形の関係 (2nd)

4.2 波形への影響

波形はモード間の線形干渉によるため、各モードに変調が生じなければ、スペクトルと各モードの位相によって決まる。これに対し、各モードに変調不安定が生じ、かつ位相への非線形干渉が加わると、当然ながらその影響が波形および伝播過程での波形変化に顕れて来る。

図-9は、前述の図-6のスペクトルの下での波形(M=4および2nd)の代表例を示す。2次の非線形干渉でも上下の非対称性は顕れるが、M=4におけるような突出した波峯は見られないことから、こうした突出した波峯の形成は3次以上の非線形干渉によっていると言える。

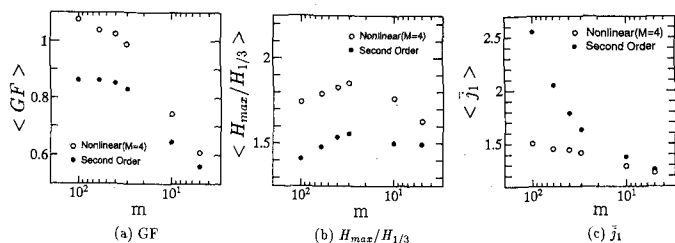
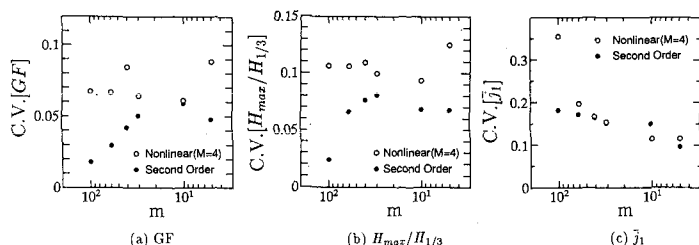
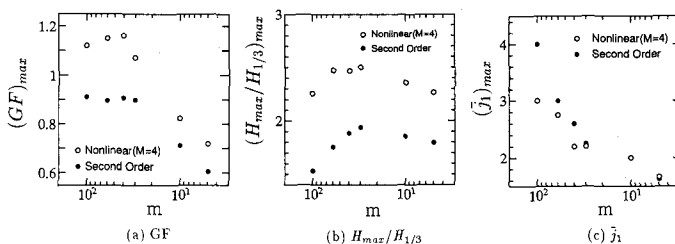
この原因について若干の検討を行うため、図-6のM=4および2ndのスペクトルより $k/k_p \leq 2$ および $k/k_p > 2$ の成分をそれぞれ取り出し、これらによって合成した波形を図-10および11に示す。これから、図-10の(a)と(b)、また図-11の(a)と(b)をそれぞれ足し合わせれば、図-9の(a)および(b)それぞれの波形に再現できることがわかる。そして、図-11(a)には見られない波群が図-10(a)に見られ、これが図-9(a)における突出した波峯の位相に対応していることから、ピークモード周辺の変調不安定が突出した波峯の種を作っていると考えられる。また、2ndでの $k/k_p > 2$ の波形には卓越した波峯が認められないが、M=4での $k/k_p > 2$ の波形には卓越した波峯が形成されており、その位相がやはり元の波形の突出した波峯に一致している。以上の結果

は、突出した波峯の形成に共鳴干渉を含めた3次以上の非線形干渉が深く関与していることを示すものと言える。

5. 風波の各種統計量への共鳴干渉の影響

これまで、共鳴干渉による変調不安定の影響が、波数空間上だけでなく波峯の突出性や伝播に伴うその変動として実空間上にも現れることを示して来た。ここでは、統計量としてGF、 $H_{\max}/H_{1/3}$ および平均連長 $\bar{j}_1$ に着目し、これらに対する共鳴干渉の影響についてスペクトル幅との関係で検討する。図-12には、M=4および2ndでのこれらの伝播過程での平均値 $\langle \rangle$ とWallopsスペクトルのバンド幅パラメータ m との関係を示す。いずれの統計量もスペクトルの広帯化と共に共鳴干渉の影響が低下するが、その影響は統計量によっても異なる。 $\bar{j}_1$ では $m=5$ において共鳴干渉の影響がほぼ消えているが、 $H_{\max}/H_{1/3}$ には有意な影響が残る、これらの公倍数的性質を持つGFにはわずかな影響が認められる。この結果は、風波の $\bar{j}_1$ に対しては線形理論による取り扱いが可能である一方、 $H_{\max}$ に対しては共鳴干渉の影響が無視できないことを示している。

しかしながら、変調不安定の影響はこうした平均値では十分に捉えられないため、GF、 $H_{\max}/H_{1/3}$ および $\bar{j}_1$ の伝播過程での変動係数について調べることにする。図-13はその結果であり、これから、 $m=10$ まではスペクトルの広帯化とともに共鳴干渉の影響が減少する傾向にあ

図-12 伝播過程における GF, $H_{\max}/H_{1/3}$ および $\bar{j}_1$ の平均値図-13 伝播過程における GF, $H_{\max}/H_{1/3}$ および $\bar{j}_1$ の変動係数図-14 伝播過程における GF, $H_{\max}/H_{1/3}$ および $\bar{j}_1$ の最大値

るが、風波の $m=5$ になると逆に共鳴干渉の影響が増大し、変動が活発になることがわかる。このことは、風波における共鳴干渉の影響はこうした変動による統計量の極値の突出として顕れることを示している。

そこで、これらの統計量の伝播過程での最大値に対する共鳴干渉の影響について検討する。図-14 はその結果であり、 $H_{\max}$ の最大値に対する共鳴干渉の影響はスペクトル幅に余り依っておらず、風波の場合でもうねりの場合と変わらない影響のあることがわかる。このことは、前述したように共鳴干渉の波形に対する影響はその伝播過程での変動と波峯の突出性にあり、 $(H_{\max}/H_{1/3})_{\max}$ や $(GF)_{\max}$ などは、この影響を直接受けることからすれば、当然の結果と言える。したがって、これらの統計量が取り得る最大値が問題となるような場合、その出現頻度が低くても共鳴干渉の影響評価は風波の場合にも必要と言

える。

6. 結 語

海の波を周期境界条件下の一方向非回転波動として扱い、4 次以上の非線形干渉を評価した伝播シミュレーションを行うことによって、各モードのパワーが十分であれば共鳴干渉による変調不安定がスペクトル幅に関係なく全モードに渡ってほぼ一様に生じ、風波においても変調不安定が生じていることを明らかにした。ついで、その実波形に対する影響について調べ、風波に相当するスペクトルの下でも GF や $H_{\max}$ に有意な影響が顕れ、特に伝播過程での $H_{\max}$ の変動係数や極大値に対してはうねりの場合と何ら変わらない影響が顕れるため、これらに対しては風波の場合でも共鳴干渉を考慮した扱いが必要となることを明らかにした。

参 考 文 献

- 安田孝志・伊藤一教・森 信人 (1992): 一方向不規則波の波高分布に及ぼす非線形干渉の影響について、土木学会論文集, No. 443/II-18, pp. 83-92.
- Alber, J. E. (1978): The effects of randomness on the stability of two-dimensional surface wavetrains, Proc. R. Soc. Lond., A. 363, pp. 525-546.
- Crawford, D. R., et al. (1980): Evolution of a random inhomogeneous field of nonlinear deep-water gravity waves, Wave Motion, Vol. 2, pp. 1-16.
- Janssen, P. A. E. M. (1985): Stability of a random inhomogeneous field of weakly nonlinear surface gravity waves with application to the JONSWAP study, The Ocean Surface, (Eds. Toba and Mitsuyasu, Reiden), pp. 39-49.
- Plant, W. J. and J. W. Wright (1979): Spectral decomposition of short gravity wave systems, J. Phys. Oceanogr., Vol. 9, pp. 621-624.
- Tanaka, M. (1992): The role of modulational instability in the formation of wave groups, Breaking Waves, (Eds. Banner and Grimshaw, Springer-Verlag), pp. 237-242.
- Yuen, H. C. and B. M. Lake (1982): Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves, Adv. Appl. Mech., Vol. 22, pp. 67-229.