

回折領域の不規則波浪場の簡単な計算法

芹沢 真澄*・Abdelaziz Rabie**・三波 俊郎***・五味 久昭***

1. ま え が き

島や構造物による不規則波の回折変化を簡単に計算する方法に方向分散法がある(合田, 1990; 永井ら, 1975; 本間ら, 1966)。原理が単純で机上で簡単に回折係数の概略値が求められることから実務でよく利用されている。

当研究では, 波高(回折係数)を計算対象としている現状の方向分散法を波向の計算もできるように拡張し手法を一般化した。

さらに, 水深変化による屈折, 碎波も考慮して回折領域の波高と波向を簡単に計算できるようにした。

2. 回折波向の簡略計算法

2.1 方向分散法の一般化

現地の波は波向と周波数の異なる多数の成分波が重合った多方向不規則波である。

方向分散法は, 多方向不規則波の回折に対して, 個々の成分波の回折変形を全く無視して, 入射波が波向に関する不規則性を有することだけをとりえて, 回折を簡略に計算する方法である。入射波のエネルギーの方向分布を積分するだけで障害物による回折後の波エネルギーの概略値を簡単に求めることができる。これは回折係数の概略値の計算に利用されている。

ところで, 多方向不規則波では, 波エネルギー, 代表波向, エネルギー方向分散指数などの波浪代表値は方向スペクトルのモーメントを用いて定義される(堀川編, 1985)。

そこでここでは方向分散法の計算対象を方向スペクトルのモーメントとすることにより, 波エネルギーだけでなく波向の計算もできるように手法を一般化する。

まず, 多方向不規則波が方向スペクトル $S(f, \theta)$ で記述されているとき, 方向スペクトルのモーメント M_{pq} を

$$M_{pq} = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} S(f, \theta) \cos^p \theta \sin^q \theta df d\theta \quad \cdots \cdots (1)$$

で定義すると, これを用いて波エネルギー E , 平均波向

θ_m , 主波向 θ_p , エネルギー方向分散度の指数である long crestedness パラメータ γ が次式で定義される。

$$E = M_{00} \quad \cdots \cdots (2)$$

$$\theta_m = \tan^{-1}(M_{01}/M_{10}) \quad \cdots \cdots (3)$$

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2M_{11}}{M_{20} - M_{02}} \right) \quad \cdots \cdots (4)$$

$$\gamma = \left\{ \frac{(M_{20} + M_{02}) - \sqrt{(M_{20} - M_{02})^2 + 4M_{11}^2}}{(M_{20} + M_{02}) + \sqrt{(M_{20} - M_{02})^2 + 4M_{11}^2}} \right\}^{1/2} \quad \cdots \cdots (5)$$

これらの定義は Longuet-Higgins (1957) が波数空間表示のスペクトルに対して定義したものに習っている。ただし, モーメントの定義式(1)は計算の扱いを容易にするため波数 k を抜いた点が彼のものとは異なる。

次に, 図-1 の一様水深域の回折問題について, 計算地点 P の方向スペクトルに方向分散法の考え方を適用する。すなわち, 入射波のそれぞれの波向成分が障害物の背後に回り込まないで直進するものとみなし, 入射波の主方向を基準として $\theta = \theta_{\min} \sim \theta_{\max}$ の範囲に分布する入射波向成分のうち, 幾何学的影の方向のものは遮断され, 計算地点には, $\theta_1 \sim \theta_2$ の範囲の波だけが到達すると考える。このとき, 計算地点の方向スペクトル $S(f, \theta)$ は単純に図のように入射波のスペクトル $S_i(f, \theta)$ から障害物の幾何学的影の部分のカットしたもので与えられ,

$$S(f, \theta) = \begin{cases} S_i(f, \theta) & (\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2) \\ 0 & (\text{影の領域}) \end{cases} \quad \cdots \cdots (6)$$

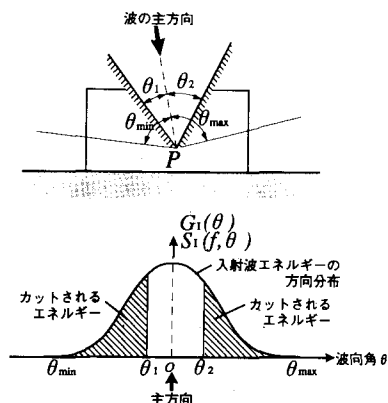


図-1 方向分散法の概念図

* 正会員 パシフィックコンサルタンツ(株)港湾部海岸課
 ** 工博 パシフィックコンサルタンツ(株)港湾部海岸課
 *** パシフィックコンサルタンツ(株)港湾部海岸課

となる。このスペクトルのモーメント M_{pq} を定義式(1)に代入して計算すると、

$$M_{pq} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_0^{\infty} S_I(f, \theta) \cos^p \theta \sin^q \theta df d\theta \quad \cdots (7)$$

となる。この段階で計算地点のモーメントが入射波の方向スペクトルのモーメント分布の積分として表示された。

さらに入射波の方向スペクトルを全周波数帯にわたって積分した入射波のエネルギーの方向分布関数 $G_I(\theta)$ を

$$G_I(\theta) = \int_0^{\infty} S_I(f, \theta) df \quad \cdots (8)$$

で定義すると、式(7)は

$$M_{pq} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} G_I(\theta) \cos^p \theta \sin^q \theta d\theta \quad \cdots (9)$$

と書ける。具体的に記せば、

$$M_{00} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} G_I(\theta) d\theta \quad \cdots (9-a)$$

$$M_{10} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} G_I(\theta) \cos \theta d\theta \quad \cdots (9-b)$$

$$M_{01} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} G_I(\theta) \sin \theta d\theta \quad \cdots (9-c)$$

などとなる。この式より、回折波のモーメントが³⁾、入射波のモーメント分布を波の直接入射する範囲 $\theta = \theta_1 \sim \theta_2$ について積分するだけで計算できる。この式を基本式と

する。

モーメントが求められると、波エネルギー、平均波向、主波向、long crestedness パラメータが式(2)～(5)を用いて計算できる。従来の方向分散法は以上のうち M_{00} (波エネルギー) を扱ったものである。また、入射波高に対する波高比、すなわち回折係数は次式で計算される。

$$K_d = \sqrt{E/E_I} \quad \cdots (10)$$

ここに E_I は入射波のエネルギーであり次式で示される。

$$E_I = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} G_I(\theta) d\theta \quad \cdots (11)$$

実務では、島や一字堤のように波の入射領域がふたつ以上のものを扱う場合が多い。このときは、ひとつひとつの入射領域に対して個別にモーメントを計算し、結果を合計すればよい。

$$M_{pq} = \sum_{j=1}^N \int_{\theta_{1(j)}}^{\theta_{2(j)}} G_I(\theta) \cos^p \theta \sin^q \theta d\theta \quad \cdots (12)$$

ここに N は入射領域の個数である。

また離岸堤などの透過構造物を波が透過してくる場合は、その部分の入射波モーメントに構造物のエネルギー伝達率を乗じることで透過波を考慮できる。

2.2 実務利用のための簡便化

実務で利用する場合には従来の方向分散法と同じように、入射波に用いる方向スペクトルの標準型に対して式(9)のモーメント分布の定積分をあらかじめ用意しておくとして積分の計算が省略できる。

波の主方向を基準とした成分波の波向の範囲 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ が $[-\pi/2, \pi/2]$ である標準型の方向スペクトルを入射波とすると、その $[-\pi/2, \theta]$ の範囲のモーメント分布の累加値を表す無次元関数 $\bar{M}_{pq}(\theta)$ を定義する。

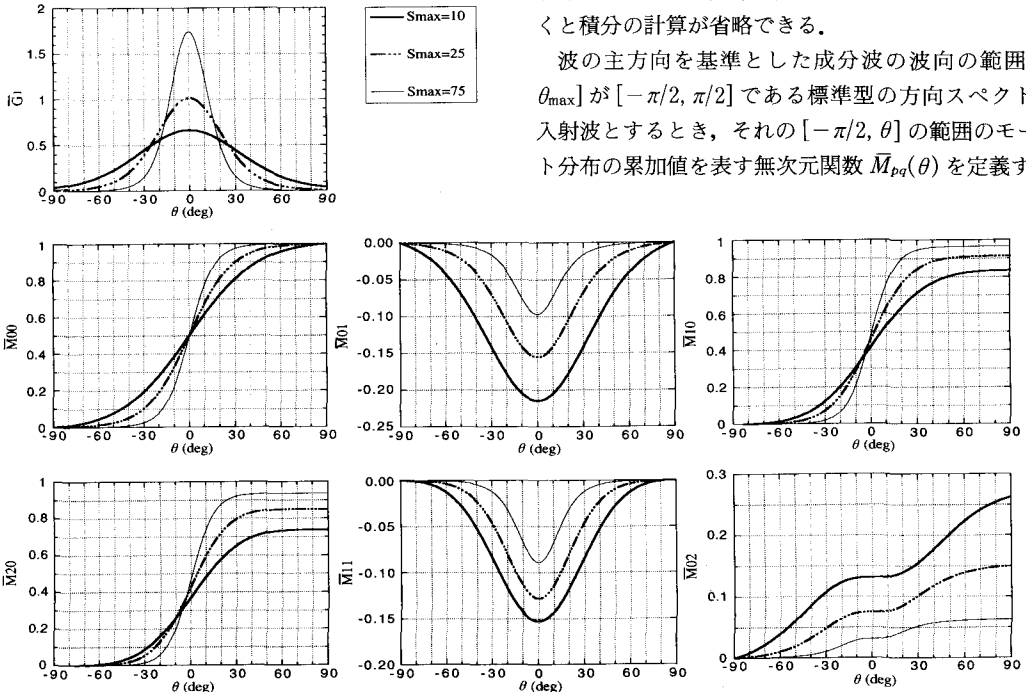


図-2 モーメント累加曲線

$$\bar{M}_{pq}(\theta) = \int_{-\pi/2}^{\theta} \bar{G}_I(\theta) \cos^p \theta \sin^q d\theta \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\bar{G}_I(\theta) = G_I(\theta)/E_I \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$E_I = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G_I(\theta) d\theta \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに $G_I(\theta)$ は方向スペクトルから式(8)の積分計算により求められるエネルギーの方向分布関数, E_I は総エネルギー, $\bar{G}_I(\theta)$ は総エネルギーが1になるように正規化した方向分布関数である。

この $\bar{M}_{pq}(\theta)$ より式(9)の回折波のモーメント M_{pq} は $M_{pq}/E_I = \bar{M}_{pq}(\theta_2) - \bar{M}_{pq}(\theta_1) \quad \dots\dots\dots (16)$ となる。

図-2は実際に, Brechneider-光易型の周波数スペクトルと方向集中度 $S_{\max}$ の値をそれぞれ 10, 25, 75 とした光易型の方向関数を組み合わせた標準的な方向スペクトルに対して, $\bar{G}_I$, $\bar{M}_{00}$, $\bar{M}_{10}$, $\bar{M}_{01}$, $\bar{M}_{11}$, $\bar{M}_{20}$, $\bar{M}_{02}$ を式(8)及び式(13)の数値積分を行って求めたものである。数値積分は周波数については等エネルギーに 36 分割, 波向については方向角を 180 等分割した。図-2を利用すると積分計算しないで式(16)よりモーメントの計算ができる。このうち $\bar{M}_{00}$ は田合・鈴木(1975)によって計算され現在実務の回折係数の計算に利用されているものであるが, $\bar{M}_{10}$, $\bar{M}_{01}$ を用いると平均波向 θ_m が, $\bar{M}_{11}$, $\bar{M}_{20}$, $\bar{M}_{02}$ を用いると主波向 θ_p と long crestedness パラメータ γ が, それぞれ机上で簡単に求められる。例えば, さきの図-1で入射波の $S_{\max}=25$, $\theta_1=-20^\circ$, $\theta_2=30^\circ$ の場合について波向まで計算してみると, 図-2で $\theta=-20^\circ$ と 30° に対する値を読むと, $\bar{M}_{00}=0.20$ と 0.90 , $\bar{M}_{10}$ は 0.15 と 0.84 , $\bar{M}_{01}$ は -0.11 と -0.07 , $\bar{M}_{11}$ は -0.08 と -0.05 , $\bar{M}_{20}$ は 0.13 と 0.80 , $\bar{M}_{02}$ は 0.07 と 0.10 となり, 式(16), 式(10), 式(2)~(4)より, それぞれの値は次のように計算される。

$$M_{00}/E_I = 0.90 - 0.20 = 0.70$$

$$M_{01}/E_I = -0.07 - (-0.11) = 0.04$$

$$M_{10}/E_I = 0.84 - 0.15 = 0.69$$

$$M_{11}/E_I = -0.05 - (-0.08) = 0.03$$

$$M_{20}/E_I = 0.80 - 0.13 = 0.67$$

$$M_{02}/E_I = 0.10 - 0.07 = 0.03$$

$$K_d = \sqrt{0.70} = 0.84$$

$$\theta_m = \tan^{-1}(0.04/0.69) = 3.3^\circ$$

$$\theta_p = 1/2 \tan^{-1}(2 \times 0.03 / (0.67 - 0.03)) = 2.7^\circ$$

また, 後述の検証計算検討では多数の計算地点を扱うためパソコンを用いたが, その際には, ここで計算した図-2のモーメント累加値分布の数値をテーブル化してあらかじめパソコンに記憶させておき, これを用いてモーメントを計算した。

2.3 検証計算

方向分散法の計算精度を把握するために理論解の重ね合わせによる回折計算結果と比較した。回折係数については既に永井ら(1975)の検討があるが, ここではとくに波向についてみる。理論解による計算では入射波の成分波への分割数は方向及び周波数とも 36 分割とした。

図-3は入射波の方向集中度 $S_{\max}$ の値を 10, 25, 75 とかえて, 半無限堤に不規則波が直角に入射する場合の回折係数 K_d , 平均波向 θ_m , long crestedness パラメータ γ を方向分散法により計算し, Sommerfeld の理論解の重ね合わせによる計算結果と比較したものである。主波向については平均波向と結果に差異がないことから省略した。図中 (R, θ) は防波堤先端からみた計算地点までの距離 R 及び方向角 θ である。理論解の凡例にある L は入射波の有義波長である。この場合, 原理的に方向分散法の計算結果は R と無関係に θ のみで定まり, また防波堤背後では $K_d=0$ となる。

図より, 回折係数 K_d についてはよく知られているように, 方向分散法の計算結果は, 防波堤背後付近及び防波堤先端に近い領域を除けば, 理論解による結果とよく合っている。入射波の方向分散が大きいくほど良く一致し, 方向集中度 $S_{\max}$ が大きくなると $\theta < 45^\circ$ の遮蔽域での差異が大きくなる。

平均波向 θ_m は, 理論解による結果を見ると, 回折係数 K_d と傾向が異なり, R/L によってほとんど変化しない。また遮蔽域では平均波向は防波堤先端の方向よりも外側 ($\theta_m < \theta$) から入射するが, その偏向角は方向分散が大きいくほど大きくなる。方向分散法による平均波向の計算結果を見ると, 防波堤背後も含む全範囲において理論解による結果とよく一致している。long crestedness パラメータ γ についてもよく一致している。

図-4は防波堤開口部による回折係数と平均波向について, 高山(1981)の近似理論解を重ね合わせて計算したものと比較したものである。 $S_{\max}$ を大きくすると精度の低下がみられるものの両者はよく一致している。

以上より方向分散法によれば波向も妥当な精度で計算できることがわかった。

3. 屈折・碎波の計算

回折領域内で水深変化があると, 屈折, 浅水変形, 碎波が生じる。回折領域の地形が単調な直線平行等深線であるとして, それらの影響を考慮して波高, 波向を計算する方法を示す。手順は, まず一様水深とみなして方向分散法で回折係数 K_d と回折後の平均波向 θ_m を求め, 次にこれを単一な規則波とみなして, 入射地点から計算地点までの水深変化の影響を補正する。屈折の補正は, 回折後の平均波向 θ_m に対してスネルの法則を適用し, 水

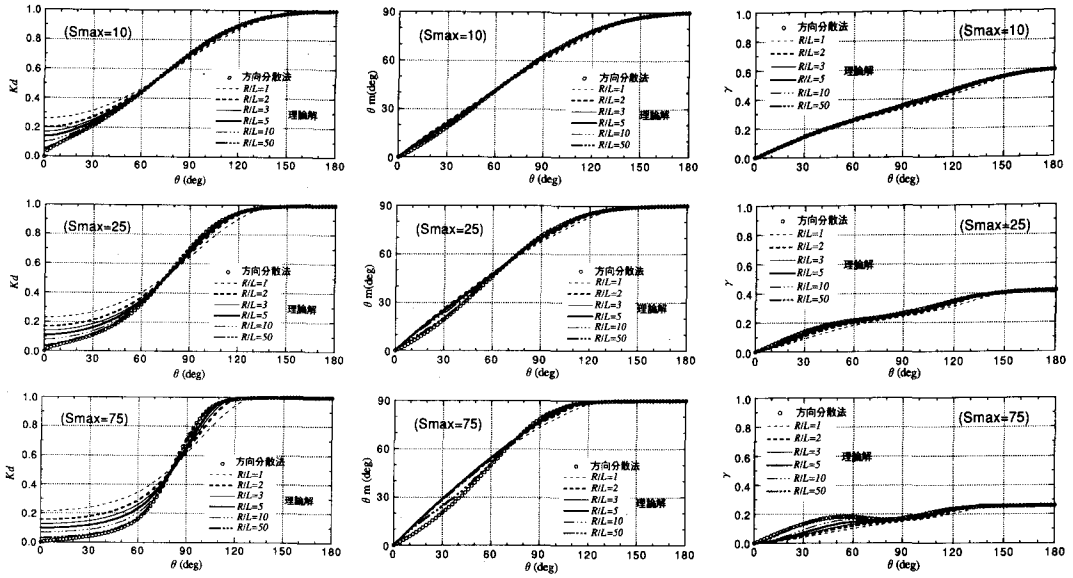
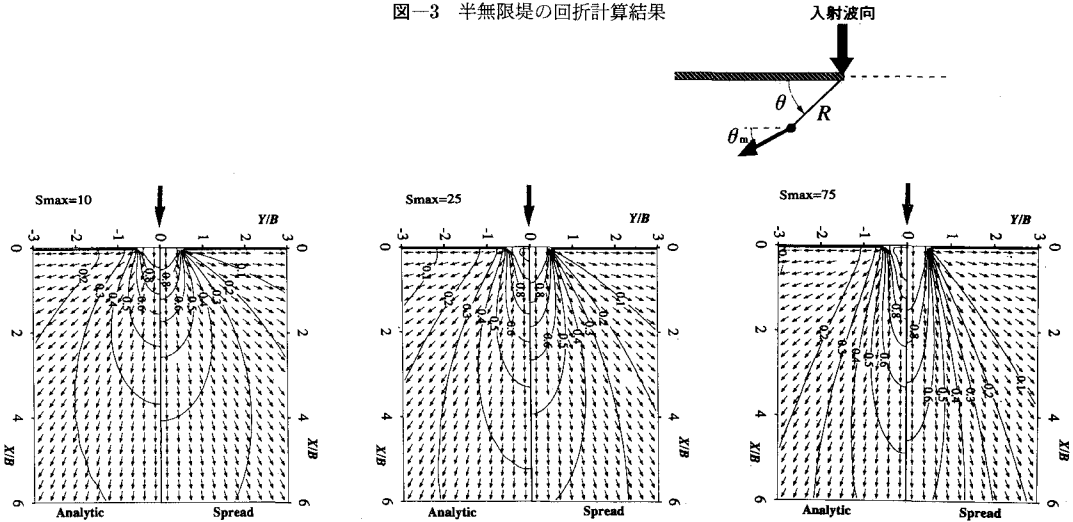


図-3 半無限堤の回折計算結果



$B/L = 2.0$

図-4 防波堤開口部の回折計算結果

深変化による屈折後の平均波向 θ_m と屈折係数 $\bar{K}_r$ を求める。浅水変形による波高変化は、浅水係数 $\bar{K}_s$ で補正する。砕波による波高減衰は単純に計算地点の水深から定めた砕波限界波高 $H_b = \gamma' h$ で補正する。すなわち、補正後の波高 H' と平均波向 θ'_m を次式で求める。

$$H' = \min(K_d \bar{K}_r \bar{K}_s H_I, H_b) \quad (17)$$

$$\theta'_m = \sin^{-1}(k_I \sin \theta_m / k) \quad (18)$$

$$\bar{K}_r = \sqrt{\cos \theta_m / \cos \theta'_m} \quad (19)$$

$$\bar{K}_s = \sqrt{C_g / C_g} \quad (20)$$

$$H_b = \gamma' h \quad (21)$$

$$\gamma' = 2 \times 0.4 \times (0.57 + 5.3 \tan \beta) \quad (22)$$

ここに H_I は入射波高、 k 及び C_g は波数及び群速度で

あり添字の I は入射地点の値を示す。砕波限界波高水深比 γ' は、磯部 (1986) による砕波減衰時の流速波速比を 2 倍して波高水深比に改めたものであり、 $\tan \beta$ は海底勾配である。波向角は等深線直角方向を基準に測る。

屈折波の伝播経路を考えるとわかるように、この補正方法は屈折変化を厳密に評価するものではないが、ここでは簡単に補正することにした。

図-5 は、回折とともに屈折、砕波も生じるケースとして、一様勾配斜面上に設置された半無限堤に $S_{\max} = 25$ 、 $H_{1/3} = 3\text{ m}$ 、 $T_{1/3} = 8\text{ sec}$ の不規則波が直角入射するときの実効有義波高と平均波向の変化を、ここで述べた方向分散法で計算し、磯部 (1986) の放物型方程式を用いて

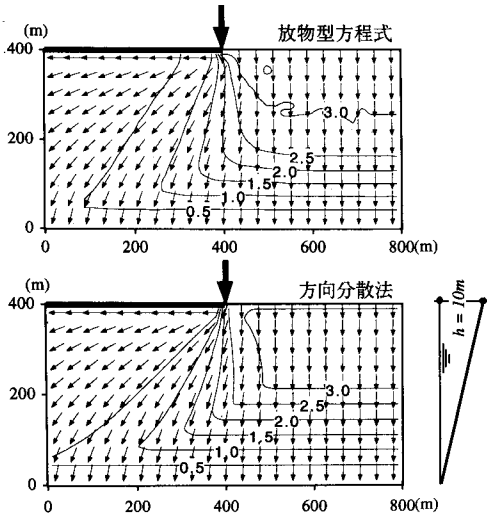


図-5 回折・屈折・砕波計算結果

計算した結果と比較したものである。図より、波高、波向とも、方向分散法の計算結果は、放物型方程式による結果と全体的には良く合っている。

方向分散法は一地点ずつ独立に計算するものなので、大型電算機なしで手軽に計算できる。この計算例では放物型方程式による計算は、入射波スペクトルの周波数分割数 $N_f=5$ 、方向分割数 $N_\theta=15$ 、計算メッシュは 0.05 波長の条件下で、大型電算機 FACOM-VP30E を用いて約 20 分の演算時間を要したのに対して、方向分散法は、20 m ピッチに設けた 800 地点に対しパソコン NEC-PC98 により約 2 分で計算できた。

4. おわりに

不規則波の回折係数の簡略計算法である方向分散法を、波向の計算もできるように拡張し、実務者が机上で計算できるようにした。さらに、これを基礎として、回折領域の波高と波向を、屈折、砕波の影響も含めて簡単に計算する方法を示した。計算結果を理論解の重ね合わせ及び放物型方程式による結果と比較したところ、いずれも全体的には良く一致し、簡略計算法としての有効性が確認された。

当研究を進める中で、磯部雅彦東京大学教授、泉宮尊司新潟大学助教授に御教示をいただいた。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 磯部雅彦 (1986): 放物型方程式を用いた不規則波の屈折・回折・砕波変形の計算法, 第 33 回海岸工学講演論文集, pp. 134-138.
- 合田良実・鈴木康正 (1975): 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No. 230, 45 p.
- 合田良実 (1990): 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 333 p.
- 高山知司 (1981): 波の回折と港内波高分布に関する研究, 港湾技研資料, No. 367, 140 p.
- 永井康平・田村 勇・豊島照雄 (1975): 防波堤による不規則波の回折に関する一考察, 土木学会第 30 回年次学術講演集, II-12.
- 本間 仁・堀川清司・趙 榮耀 (1966): 佐渡島の波に対するしゃへい作用, 第 13 回海岸工学講演集, pp. 42-49.
- 堀川清司編 (1985): 海岸環境工学, 東京大学出版会, 582 p.
- Longuet-Higgins (1957): The statistical analysis of a random, moving surface, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 249, pp. 321-387.