

Boussinesq 方程式を用いた不規則波の浅水・碎波変形の計算法

片 山 裕 之*・佐 藤 慎 司**

1. 序 論

碎波帯内の波浪変形や流れを精度良く予測することは、浅海域に構造物を建設する際の安全性や環境問題を考える上で重要である。従来波浪の数値計算には、緩勾配方程式を用いた数値モデルが良く用いられ、屈折・回折・碎波変形を含む波浪場に対してその妥当性も検証されている。一方、非線形性を考慮したモデルとしては非線形分散波モデル、境界要素法を用いるモデルなどが提案されている。本研究では、不規則波による海浜変形の計算に用いることを念頭において、Boussinesq 方程式を基礎式とする非線形性を考慮した数値モデルを開発し、斜面上で碎波する不規則波の浅水・碎波変形を計算することを目的とする。さらに、碎波帯の底質移動を考えるうえで重要となる戻り流れの推定を行うために2層モデルに拡張した計算も行い、その適用性を検討する。

Boussinesq 方程式を用いて碎波帯内の浅水・碎波変形の数値計算を行なったものには、佐藤・鈴木 (1990)、Schäffer *et al.* (1992)、Karambas・Koutitas (1992)らの研究がある。その結果、碎波帯内外の波浪場は、碎波に伴う運動量補正項を加えることにより計算することができることが報告されている。また、近年レーザ・ドップラ流速計を用いた室内実験で、規則波とそれに対応する不規則波を対象に、水面変動と底面流速を詳細に測定した研究が数多く発表されている(佐藤ら, 1987, 1988など)。本研究ではこれらの実験データを用いて計算結果の検証を行う。

2. 規則波の数値計算

2.1 基礎方程式と境界条件

Boussinesq 方程式を基礎方程式として規則波の浅水・碎波変形の計算を行った。数値計算では、水面波形 η と線流量 Q を変数として、連続式と運動方程式を連立することにより差分解を求めた。Boussinesq 方程式そのものは碎波によるエネルギー逸散を考慮していないため、碎波帯内の数値計算に適用するためには、運動方程

式に碎波による補正項を導入する必要がある。佐藤・鈴木 (1990) によると、碎波によるエネルギー減衰は、次式の補正項を用いることにより評価できる。

$$\nu_e \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{gd}{\sigma^2 f_D} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \dots\dots\dots (1)$$

ここで x は静水汀線を原点として岸向きを正とした水平座標、 ν_e は渦動粘性係数、 d は平均水深、 g は重力加速度、 σ は角周波数、 f_D は Dibajnia・渡辺 (1987) が非定常緩勾配方程式による波浪計算で提案した碎波減衰係数である。本研究では、Boussinesq 方程式にこれを加えた以下の基礎方程式系を用いて計算を行った。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{gd}{\sigma^2 f_D} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D^3}{3} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(\frac{Q}{D} \right) \right] \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで $D(=h+\eta)$, h は静水深) は全水深である。数値計算は、図-1 に示すように勾配 $\tan \beta$ の一様勾配斜面を想定して行い、岸側境界では一様水深部を設けて境界条件を与えやすくした。図中の d_1 , d_2 は後述する二層モデルにおける上層と下層の厚さである。入射境界では、第1次近似のクノイド波を入射させ、かつ計算領域から反射してくる反射波を取り除く処理を行なった。岸側境界では、一様水深部で十分波が減衰するように設定し、完全反射境界とした。計算方法は、時間・空間の双方に中央差分を用いる完全陰解法を用いた。静水状態から計算を始めて周期的な解が得られるまで計算を繰り返した。本研究で開発した数値モデルでは底面が露出する状態は考慮していないので、特に計算の初期段階では大きな波

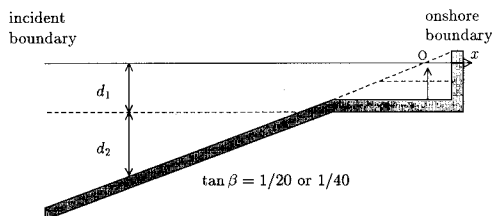


図-1 計算領域

* 正会員 工修 五洋建設(株)

** 正会員 工博 横浜国立大学助教授 工学部建設学科

が岸側の一樣水深部に到達してしまい、そこで計算が不安定となりやすい。そこで、当初岸側の一樣水深部の水深をやや大き目にとっておき、計算が安定して岸側の平均水位が上昇すると、岸側一樣水深部を徐々に浅くしていき、斜面上の実質的な計算領域を広げるとともに、さらに十分に波が減衰するようにした。

碎波点位置 x_b は、次式で与えられる合田 (1973) の碎波指標を用いて決定した。

$$\frac{H_b}{L_0} = 0.17 \left[1 - \exp \left\{ -1.5 \pi \frac{h_b}{L_0} (1 + 15 \tan^{4/3} \beta) \right\} \right] \quad (4)$$

ここで、 H_b は碎波限界波高、 L_0 は沖波波長、 h_b は碎波点の水深である。そして碎波帯内では碎波によるエネルギー減衰を考慮して計算するために、Dibajnia・渡辺 (1987) による碎波減衰係数 f_D を次のように与えた。

$$f_D = a_D \tan \beta \sqrt{\frac{g}{dV}} \sqrt{\frac{\hat{Q} - Q_r}{Q_s - Q_r}} \quad (5)$$

ここで、 a_D は碎波点から一波長の区間で 0 から 2.5 まで線形的に増加させた。また、 $\hat{Q}$ は線流量の振幅、 Q_s 、 Q_r は一樣勾配上および波の再生域でのエネルギー減衰を規定する定数で次式で与えられる。

$$Q_s = 0.4(0.57 + 5.3 \tan \beta) \sqrt{gd^3}, \quad Q_r = 0.135 \sqrt{gd^3} \quad (6)$$

2.2 計算条件

計算の条件は、実験結果と直接比較するために、佐藤ら (1987)、佐藤ら (1988) の実験条件に合わせて選定した。表-1 に計算条件を、後述する不規則波条件のものと合わせて示す。 $T_{1/3,i}$ 、 $H_{1/3,i}$ 、 h_i はそれぞれ入射境界での有義波周期、有義波高と静水深である。

2.3 計算結果と考察

まず、碎波帯における分散項の果たす役割について検討するために、分散性まで考慮した Boussinesq 方程式と、非線形性だけを考慮した非線形長波方程式による計算結果の比較を行った。図-2 に、波高と平均水位の計算結果を示す。波高は、非線形性だけを考慮した結果が碎波点より沖側で波高が大きくなっているのに対して、分散性まで考慮した方は比較的实验結果と近い値を示している。平均水位の計算結果においても、非線形性だけを考慮した結果が碎波点付近で平均水位変化を過大評価し

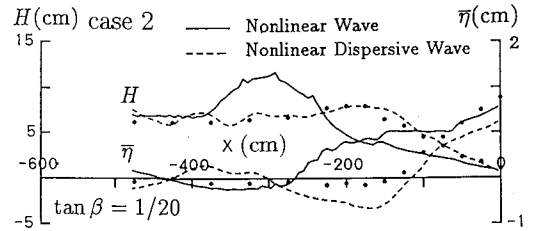


図-2 波高と平均水位の分布

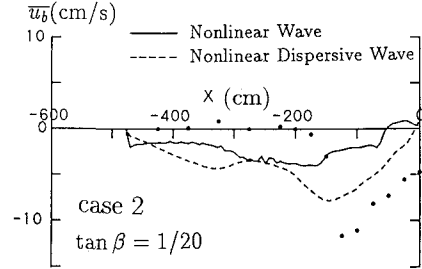


図-3 底面定常流速の分布

ているのに対して、分散性まで考慮した計算の方が再現性が良くなっている。これらより、特に碎波点付近の波動場の計算では、分散性を含めた計算が必要であることが確認された。

図-3 に、底面定常流速の計算結果を示す。非線形分散波理論では断面平均流速 $\bar{u} (= Q/D)$ から

$$u_b = \bar{u} + \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \quad (7)$$

とし、非線形長波理論では

$$u_b = \bar{u} \quad (8)$$

としてこれらから $\bar{u}_b$ を求めた。冲向きの定常流速がピークとなる位置は実験と計算で対応が良いものの、碎波帯外で底面流速を過大評価し、逆に、碎波帯内では過小評価する傾向が認められる。また、実線と破線を比較すると、分散性まで考慮したものの方が、実験との対応が良い。碎波帯外での計算値と実測値とのずれは、計算では底面境界層の質量輸送成分を無視しているためと考えられる。これらの点で補正が必要であるが、本数値モデルは、規則波の碎波帯における特徴的な現象をある程度再現し得ることが確認された。

3. 不規則波の数値計算

3.1 計算方法

規則波での計算結果より、分散項の重要性が確かめられたので、ここでは分散性まで考慮した計算だけを行った。規則波と同様の計算領域を想定し、入射波は、Bretschneider・光易型のスペクトルをもとに、200 波の正弦波を合成した波を沖側から入射させるとともに反射波を取

表-1 計算の諸条件

CASE	1	2	3	4
波の種類	不規則波	規則波	不規則波	規則波
$\tan \beta$	1/20	1/20	1/40	1/40
$T_{1/3,i}$ (s)	1.21	1.18	0.863	0.984
$H_{1/3,i}$ (cm)	6.51	6.11	4.47	2.66
h_i (cm)	24	24	12	12

り除く処理を行なった。不規則波では規則波ほど岸側の平均水位が上昇せず、また個々の波ごとに碎波位置が異なり、岸側一様水深部近くで碎波する波も存在する。そのため、数値計算を安定して継続させるために、この部分の水深を規則波ほどは浅くしないで計算を行なった。

不規則波の碎波は、規則波のように個々の波の波高を直接用いて判定できないため、新たな碎波条件を用いる必要がある。ここでは、渡辺ら (1983) にならい、波峰における水粒子速度と波速の比を用いて碎波を判定することにする。ただし、本研究では非線形波動理論を用いているので、碎波現象をより精度良く捉えるために、水表面における水粒子速度と波速の比を用いることにした。Boussinesq 方程式では水表面の水粒子速度 u_s は次式で計算できる。

$$u_s = \bar{u} - \left[\frac{D^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right] \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \dots\dots\dots (9)$$

不規則波の計算を行う前にまず、規則波に対して、この碎波指標の適用性を確認した。斜面上を進行する規則波を計算し、(4)式の合田の碎波指標により碎波点を決定した。そして、碎波点での微小振幅波理論による波速 c_b と水表面における水平水粒子速度 u_{sb} を計算し、その比 u_{sb}/c_b を求めた。波速には本来、非線形性を考慮した波速を用いるべきであるが、ここではできるだけ簡単な形で不規則波へ適用することを想定しているので、有義波周期に対する波速を微小振幅波理論により計算して用いることにした。図-4に計算結果と、相対碎波水深 h_b/L_0 との関係を示す。同図を見ると、 u_{sb}/c_b が 0.6~0.7 程度の

値をとるときに碎波していることが分かり、同指標で碎波の判定ができると考えられる。表-2に規則波の碎波を判定するための流速波速比の限界値を示す。

従来の室内実験や現地観測により、ゼロクロス法で定義された不規則波の個々の波は規則波より小さな波高で碎波することが報告されているので、碎波の判定に用いる流速波速比の値は表-2で与えられる値の80%とした。不規則波の計算の中では、各瞬間の u_s/c の空間分布を求め、 u_s/c の振幅が表-2の値の8割を越える位置ではその波は碎波しているものと判断し、その波の線流量振幅を用いて次式により個々の波の碎波減衰係数 f_{DW} を計算した。

$$f_{DW} = \alpha_r \alpha_0 \tan \beta \sqrt{\frac{g}{d}} \sqrt{\frac{\bar{Q} - Q_r}{Q_s - Q_r}} \dots\dots\dots (10)$$

ここで α_r は規則波と不規則波のエネルギー減衰過程の違いを表すための係数で本研究では試算の結果、 $\alpha_r = 2$ とした。この方法で碎波、非碎波を判定して求めた個々の波の碎波減衰係数 f_{DW} を、図-5に示した様に各波の中央点における代表値とみなし、これを空間的に内挿することによりその時刻における不規則波浪場に対する f_D の分布を求めて計算に用いた。

3.2 計算結果と考察

まず碎波指標の不規則波条件への適用性を確認するために、計算で碎波が発生したと判定された波の波高水深比を検討した。図-6は、波高水深比と水深波長比の関係を計算したものである。実線は(4)式で与えられる規則波に対する合田の碎波指標である。この図を見ると、計算結果は実線より下に幅広く分布しており、従来知られている傾向と一致している。提案した碎波の判定法の合理性を検証するためには不規則波の個々の波の碎波を直接比較する必要があるが、同図からも本判定法は不規則

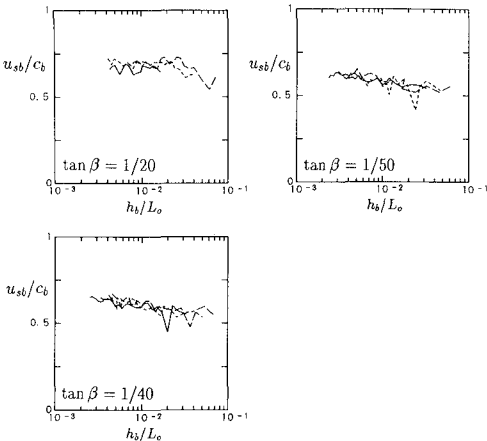


図-4 規則波における碎波点流速波速比

表-2 規則波における碎波点流速波速比 u_{sb}/c_b の値

$\tan \beta$	1/20	1/40	1/50
u_{sb}/c_b	0.66	0.6	0.58

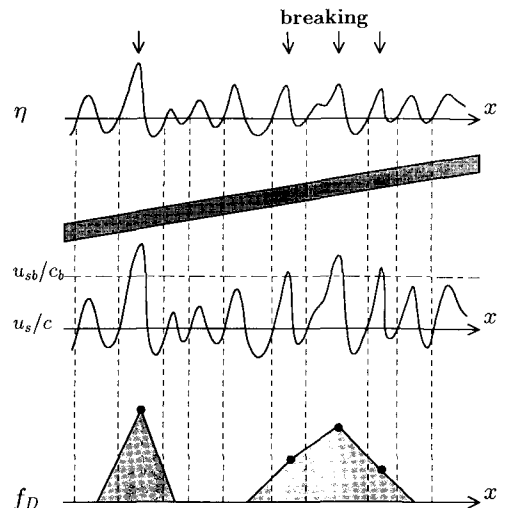


図-5 個々の波の碎波と碎波減衰係数の決定法

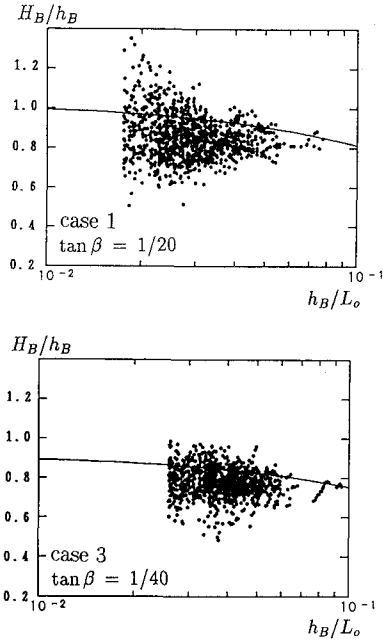


図-6 個々の波の碎波波高

則波の碎波・非碎波の判定にある程度適用できるものと推定できる。

図-7に有義波高と平均水位の計算結果を示す。岸側で波高がやや大きめとなるのは、計算の安定性の問題から岸側に3 cm程度のやや深めの一様水深部を想定しているためである。平均水位については特に岸側で一致度が悪い。これも岸側で一様水深部が存在することが影響していると考えられるが、数値計算の離散化誤差の影響とも考えられ、今後再検討の余地が残されている。

図-8に底面定常流速の計算結果を示す。分布形状や負の流速のピークの位置を良く再現しているが、規則波同様、碎波点より岸側で過小評価する傾向がある。これは、碎波帯内では、水面近くでは碎波による岸向きの強い流れが存在し、底面近くでは沖向きの戻り流れが見られるが、Boussinesq方程式による数値モデルではこの流れの剪断流的特性を考慮できないためであると思われる。従って、底面定常流速の評価精度を上げるためには、多層モデルへの拡張が必要であると考えられる。

4. 二層モデル化

戻り流れの予測は漂砂の移動機構を考える上で極めて重要であるため、その予測手法を確立する必要がある。本研究では数値モデルを鉛直方向に2層化し、鉛直断面内での流速勾配を表現できるようにした。2層モデルを用いて碎波帯内の波浪変形を計算した例は少ないが、佐藤・植田(1992)の潮流に対する計算例を参考にした。

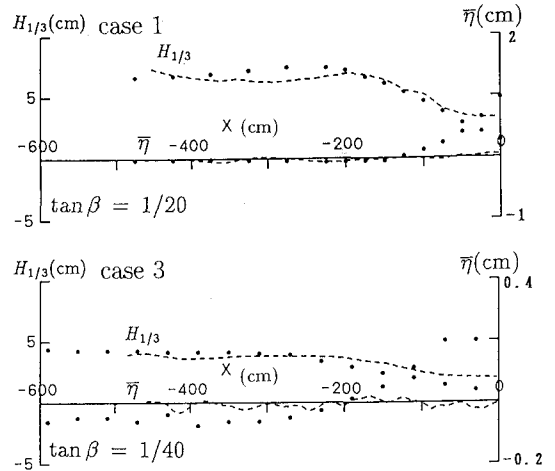


図-7 有義波高と平均水位の分布

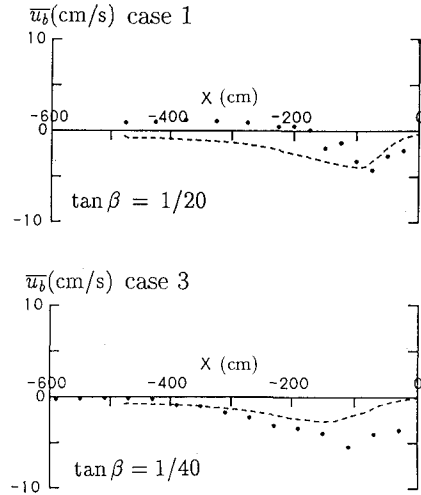


図-8 底面定常流速の分布

2層化は図-1に示した様に、上層の厚さを一定とする2レベルモデルとしたため、水深の浅い岸側で上層だけの一層となる部分がある。境界面での運動量の交換と応力の連続性を考慮して、上下各層で運動量方程式を積分し、上下層の線流量 Q_1 , Q_2 を用いた非線形分散波に対する運動方程式を得た。式の誘導の詳細は紙数の都合上別途報告するが、得られた方程式は分散項の表示が複雑で、そのままの形で数値計算に用いると、安定した計算ができなかった。そこで本研究では、分散項の性質を保持しつつ安定した計算スキームを容易に構成できる形として次式のような運動方程式を導入し、その特性を考察した。

$$\frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_1^2}{\eta + d_1} \right) - uw|_{z=-d_1} + \frac{\tau_{ix}}{\rho} + g(\eta + d_1) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{g(\eta + d_1)}{\sigma^2} f_D \frac{\partial^2 (Q_1 + Q_2)}{\partial x^2}$$

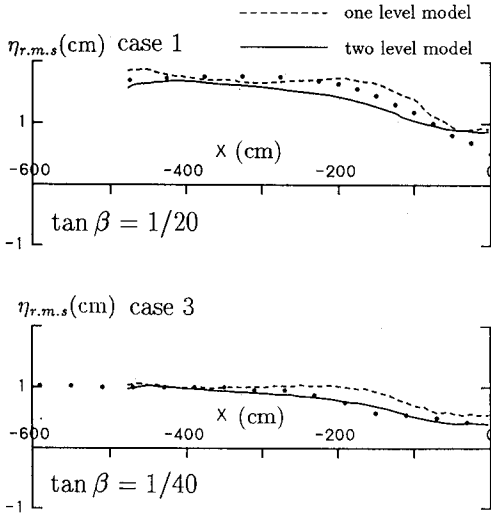


図-9 水位の自乗平均値の分布

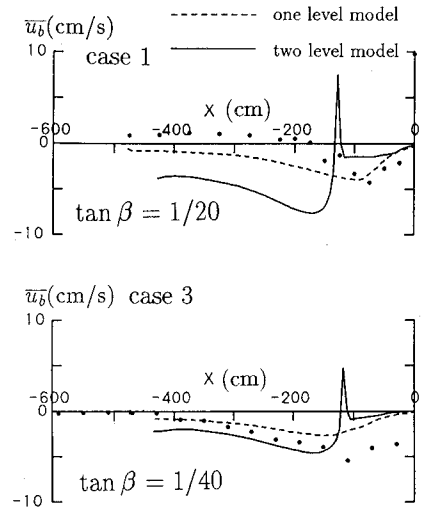


図-10 底面定常流速の分布

$$= \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D^3}{3} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(\frac{Q_1}{D} \right) \right] \dots \dots \dots (11)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_2^2}{d_2} \right) + uw|_{z=-d_1} - \frac{\tau_{ix}}{\rho} + g d_2 \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$- \frac{g d_2}{\sigma^2 f v} \frac{\partial^2 (Q_1 + Q_2)}{\partial x^2} = \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D^3}{3} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(\frac{Q_2}{D} \right) \right] \dots \dots \dots (12)$$

ここで、 ρ は水の密度であり、運動量交換項 $uw|_{z=-d_1}$ と剪断応力項 τ_{ix} は佐藤・植田 (1992) と同様に評価した。また α は、分散項を補正する係数であり、本来は厳密な方程式による計算との比較からその値を決定する必要がある。本研究では、計算の安定性と幾つかの条件に対する計算例から $\alpha=0.5$ とした。上層の厚さ d_1 については、水位変動により上層の厚さが薄くなると数値計算が不安定となる。本研究ではやや安全側にとって、すべての領域で $\eta+d_1>0.3$ (cm) となる様に d_1 を設定した。

図-9 に、これらの式を用いて水位の r. m. s 値を計算した結果を示す。実線が2層モデル、破線が1層モデルによる計算例である。波高に関しては両モデルともに実験値との一致度は全計算領域で良好である。図-10 に底面定常流速の計算結果を示す。図中、正の方向に突出した部分が見られるが、これは下層と上層の底面流速の評価を連続して示したためである。2層モデルで評価した部分では、1層のものより値が大きくなる傾向が見られる。本研究では境界面での剪断力や運動量交換項として潮流や高潮の計算で用いられている値をそのまま用いたが、 α 、 d_1 の最適値と合わせて碎波のもとでのこれらの合理的な決定法を再検討する必要がある。

5. 結 論

本研究で得られた結果を要約すると以下の様になる。

(1) Boussinesq 方程式に、碎波による運動量拡散項を導入して不規則波の変形計算を行った。その結果、波高、平均水位、底面定常流速ともに再現性が良く、その適用性が確認された。

(2) 不規則波の計算に、水面水粒子速度と波速の比を用いて碎波・非碎波を判定する方法を提案、導入した結果、その合理性が認められた。

参 考 文 献

- 合田良実 (1973): 防波堤の設計波圧に関する研究, 港湾技術研究所報告, 第12巻, 第3号, pp. 31-69.
- 佐藤慎司・福浜方哉・堀川清司 (1987): 斜面上における不規則波の碎波変形と底面流速に関する実験的研究, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 36-40.
- 佐藤慎司・諫山太郎・柴山知也 (1988): 緩勾配斜面上における不規則波の底面流速変動特性に関する研究, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 78-82.
- 佐藤慎司・鈴木秀典 (1990): 碎波帯における底面流速変動波形の評価法, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 51-55.
- 佐藤慎司・植田耕一郎 (1992): 風場の変動を考慮した湾水流動多層モデルの開発と東京湾への適用, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 251-255.
- Mohammad Dibajnia・渡辺 晃 (1987): 波浪場と海浜縦断地形変化の数値計算モデル, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 291-295.
- 渡辺 晃・原 哲・堀川清司 (1983): 重合した波浪場における碎波について, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 5-9.
- Karambas, T. V. and C. Koutitas (1992): A breaking wave propagation model based on the Boussinesq equations, Coastal Eng., Vol. 18, pp. 1-19.
- Schäffer, H. A., R. Deigaard and P. Madsen (1992): A two-dimensional surf zone model based on the Boussinesq equations, Proc. 23rd Conf. on Coastal Eng.