

非線形分散波動場に対する数値モデルの適用性について

大山 巧*・喜岡 渉**・多田 彰秀***

1. はじめに

近年、非線形分散波動場を対象とした数値モデルが数多く開発・提案されており、海底地形変化などによる波の非線形変調や構造物と波との非線形干渉の問題に適用されている。ポテンシャル流れの枠組みの中で考えると、これらの数値モデルは、1)自由表面の非線形境界条件を直接モデルに組み込んだいわゆる強非線形モデル、2)波形勾配をせつ動パラメータとして2次オーダーまでの非線形性を考慮した弱非線形モデル、3)長波領域の波動場を対象とした弱非線形・弱分散の波動方程式（Boussinesq 方程式）を扱った長波近似モデルに大別できる。

予測精度の面から見れば、強非線形モデルによる解が最も高い精度を有することは明らかであるが、計算効率（計算時間、計算機容量）などの観点から考えて、その適用範囲は構造物周辺の波動場に限定せざるを得ない。一方、弱非線形モデルや長波近似モデルは、強非線形モデルに比べて高い計算効率を有するが、実際の適用に際しては弱非線形性および弱分散性の仮定が解の精度にどの程度の影響を及ぼすかを十分に把握しておく必要がある。

個々の数値モデルに関しては、理論解や模型実験結果との比較から計算精度の検証が行われてきた。しかし、その多くは各モデルの適用範囲内に限られており、同一のモデルケースに対する予測精度の比較検討はほとんどなされていないことから、実際の波動場への数値モデルの適用性は必ずしも明らかではない。数少ない検討例として、非線形性と分散性に対する長波近似モデルの適用性を論じた藤間ら（1986）の研究が挙げられるが、検討の対象が孤立波に限られている。

そこで本研究では、モデルケースとして潜堤による波の分裂現象を取り上げ、断面2次元非線形波動場を対象とした各種の数値モデルによる計算結果の比較から、波浪変形の過程で非常に重要な要素となる「波の非線形性」と「分散性」に対する適用性を検討する。

2. モデルケースの設定

本研究では、波の非線形性と分散性の影響が特徴的に現れると予想される、「潜堤による波浪変形問題」をモデルケースとして設定した。図-1に本研究で対象とした潜堤の形状を示す。

潜堤による波の分裂のメカニズムについては、大山・灘岡（1991b）により既に明らかにされている。まず、入射波が潜堤上の水深の浅い領域に進入すると、波の非線形性の効果で高調波が発生し、その振幅は自由波成分と拘束波成分の位相干渉効果により空間的に変動する。一方、潜堤背後の水深の深い領域では、非線形性が弱くなるため大部分の波エネルギーは自由波成分に移行される。この領域では、高調波成分の波速および群速度が基本周波数成分のものとは大きく異なるため、波動場を精度良く予測するためには広い周期帯域で波の分散関係を満足させる必要がある。

上記のメカニズムにおいて、波の非線形性と分散性の影響の程度は、堤体上での波高水深比および入射波の周期により変化させることができる。そこで、水深 h_0 および潜堤の形状は一定とし、表-1に示すような入射波の周期 T_0 および波高 H_0 を変化させた6ケースを入射波条件として設定した。表中には、水深の深い領域と浅い領域（ $h_s = 0.3h_0$ ）について、非線形性と分散性の目安となる波高水深比と無次元波数も示している。ただし、 H_s は線形理論から得られる浅水係数を考慮したときの堤体上の波高、 k_0 、 k_s は線形理論の分散関係式から得られる各領域での波数である。

本研究では、各数値モデルによる計算とともに模型実

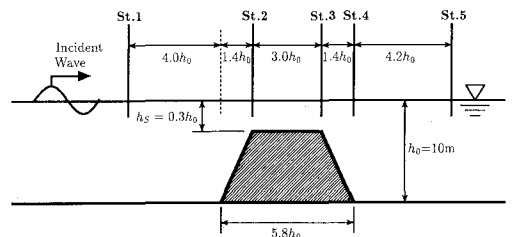


図-1 台形潜堤の形状と実験における水面波形の測定位置

* 正会員 工博 清水建設(株)技術研究所環境技術研究部

** 正会員 Ph.D 名古屋工業大学教授 社会開発工学部

*** 正会員 工修 西松建設(株)技術研究所 技術部海洋技術課

表一1 入射波縮元

CASE	無次元周期 $T_0\sqrt{g/h_0}$	波高水深比		無次元波数	
		H_0/h_0	H_s/h_s	k_0h_0	k_sh_s
1	5.94	0.05	0.184	1.299	0.614
2		0.1	0.369		
3	8.91	0.05	0.206	0.769	0.396
4		0.1	0.412		
5	11.88	0.05	0.214	0.555	0.294
6		0.1	0.429		

験を行った。実験には、西松建設(株)技術研究所の長さ65m、幅1m、高さ1.6mの水槽を用いた。実験における空間スケールは1/20とし、図一1に示す5地点において容量式波高計により水面波形を測定した。

3. 数値モデルの分類とテストモデル

本研究で比較検討する数値モデルについて、以下に説明を加える。

(1) 強非線形モデル

ポテンシャル流れの仮定を用いれば、流体運動は速度ポテンシャル $\Phi(x, z, t)$ を用いて表すことができる。この場合、以下に示す自由表面上の運動学的・力学的境界条件を直接考慮することにより、強非線形・強分散波動場を取り扱うことができる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (z = \eta) \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \Phi)^2 + g\eta = 0 \quad (z = \eta) \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $\eta(x, t)$ ：静水面からの水面変動量（鉛直上向きを正）である。数値計算では、通常、境界要素法または有限要素法が用いられている。このうち境界要素法については、Longuet-Higgins・Cokelet (1976) が水平床上の碎波のシミュレーションを行って以来、数多くの手法が提案されており、計算精度の向上、開境界処理法の開発、3次元波動場への拡張が精力的に行われている。これらのモデルは他のモデルに比べて予測精度が高く、模型実験結果との対応も極めて良好であることが既に多くの論文により示されているが、現状では計算効率の面から解析領域を構造物近傍に限定せざるを得ない。

本研究では、テストモデルとして、無反射造波を含めた開境界処理法が組み込まれた大山・灘岡 (1991 a) の数値波動水槽モデルを用いた。計算では、静水状態 ($\Phi = \eta = 0$) を初期条件とした非定常解析を行い、波を発生してから10周期後の定常波動状態を計算結果として参照した。

(2) 弱非線形モデル

まず、 Φ および η が以下のようにせつ動パラメータ ϵ ($=H/L$, H :波高, L :波長) を用いて展開できるものとする。

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \epsilon \Phi_1 + \epsilon^2 \Phi_2 + O(\epsilon^3) \\ \eta &= \epsilon \eta_1 + \epsilon^2 \eta_2 + O(\epsilon^3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

弱非線形モデルでは、 ϵ^2 までのオーダーを考慮し、各オーダーごとに境界値問題を解くことになる。式(3)を自由表面での境界条件式(1),(2)に代入し、さらに $z=0$ の回りでテイラー展開すると2次のオーダーの自由表面条件として次式を得る。

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} - \frac{\partial \eta_2}{\partial t} - \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + \eta_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} = 0 \quad (z=0) \dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + g\eta_2 + \frac{1}{2}(\nabla \Phi_1)^2 + \eta_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z \partial t} = 0 \quad (z=0) \dots\dots (5)$$

計算法としては、式(4),(5)を直接用いる非定常解析法 (Isaacson・Cheung, 1991) と規則波あるいは2成分入射波を前提とした周波数領域での解析法 (例えば Vada, 1987) がある。前者の方法では、不規則波を入射波として直接与えられる点に最大の利点があるが、2次ポテンシャルに関する開境界処理法が現在のところ確立されていない。ここでは、後者の方法のひとつであるグリーン関数法 (喜岡・石田, 1993) を用いた計算を行った。

(3) 長波近似モデル

長波領域の波動場を対象とする場合には、弱い分散性を仮定することができる。波の非線形性と分散性に対応したパラメータ、すなわち波高水深比 H/h と無次元波数 kh の自乗のオーダーが等しいと仮定し、最低次数までを考慮して連続式と運動量方程式を展開することにより、弱非線形・弱分散波動場に対する以下の波動方程式 (Boussinesq 方程式) が得られる (Peregrine, 1967)。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial [(h+\eta)\bar{u}]}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{h}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(h \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) - \frac{h^2}{6} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^2 \partial t} \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $\bar{u}$ ：鉛直平均の水平流速である。

このモデル化では、結果として Φ の鉛直分布を1次元関数で表すことになり、したがって計算上の次元を1次元低くすることができるため、計算効率上は他のモデルに比べて有利である。計算法としては、弱非線形モデルと同様に、時間領域で解く非定常解析法 (例えば Abbott et al., 1984) と周波数領域で解くスペクトル法 (例えば Liu et al., 1985) があるが、ここでは後者に属する喜岡・水谷 (1991) のモデルを用いた計算を行った。なお、計算における周波数成分の数は5で一定とした。

4. 非線形分散波動場に対する適用性

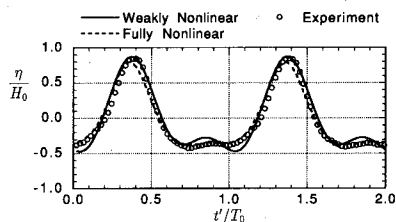
強非線形モデルによる計算結果が実験結果と良く一致することは、すでに大山・灘岡 (1991b) により示されており、本検討でも同様な結果が得られている。そこで本論文では、弱非線形モデルと長波近似モデルの特徴的な結果から、これらのモデルについて波の非線形効果と分散効果の予測精度およびエネルギーフラックスの評価に関する考察を行う。なお、CASE 1, 2 については、長波近似モデルによる収束解が得られなかった。

(1) 非線形効果の予測

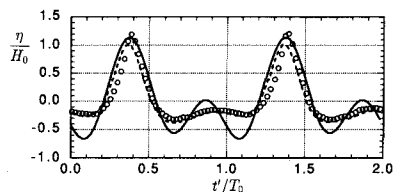
図-2 は、CASE 1, 2, 4, 6 の St. 3 における弱非線形モデルの計算波形を強非線形モデルの計算結果および実験結果と比較したものである。なお、St. 1 の波形においてゼロアップクロスの瞬間を $t'=0$ と設定することにより、実験波形と計算波形の位相を整合させている。まず、CASE 1 では堤体上の波高水深比が 0.2 程度であり、弱非線形モデルは十分な精度で波形を再現している。結果は省略するが、CASE 3, 5 についても波形の再現性は良好である。これに対して、相対的に非線形性が強い CASE 2 では 2 次波峰付近の一致が悪くなっている。さらに、CASE 4, 6 では堤体上の領域におけるアーセル数 ($\equiv gH_s T^2/h_s^2$) がそれぞれ 109, 247 であり、明らかにストークス波の適用限界を越えている。これらのケースの結果には、解を 2 倍周波数成分まで打ち切る影響が明確に現れており、波峰の先鋭化や波形の左右非対称性を十分に予測し得ないことがわかる。

図-3 には、CASE 4, 6 の St. 3 における長波近似モデルの計算波形を示している。実験波形における波高水深比はそれぞれ 0.61, 0.58 であり、非線形性の強さは同程度とみなすことができるが、計算の予測精度は両者でかなり異なっている。ここで、堤体上の波浪変形の過程においては、自由波と拘束波との位相干渉が重要になる。表-1 に示すように、CASE 4 は CASE 6 に比べて無次元波数が大きく自由波と拘束波の波数の差も大きくなるため、弱分散性を仮定した長波近似モデルでは波形の一致が悪くなる。ただし CASE 6 については、非線形性がかなり強いにもかかわらず、実験波形との一致は良好である。このように、長波近似モデルでは分散性の強さにより再現可能な非線形性の強さがかなり変化する。なお、ステップ地形上の孤立波の分裂を対象とした藤間ら (1986) の検討では、波高水深比と見かけの相対水深が同時に変化してしまうため、論文中に示されている個々の波浪変形要素（非線形性と分散性）に対する適用限界を一般的な波動場に用いることは問題がある。

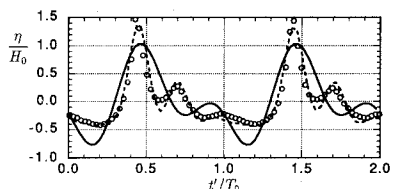
また、図-2 (c), 図-3 (a) からわかるように、CASE 4 ($H_s/h_s=0.412$, $k_s h_s=0.396$) における波形の再現性は、



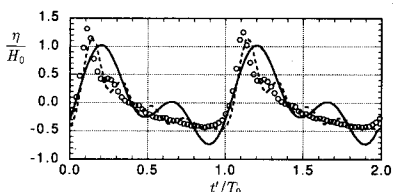
(a) CASE 1 ($T_0\sqrt{g/h_0}=5.94$, $H_0/h_0=0.05$)



(b) CASE 2 ($T_0\sqrt{g/h_0}=5.94$, $H_0/h_0=0.1$)

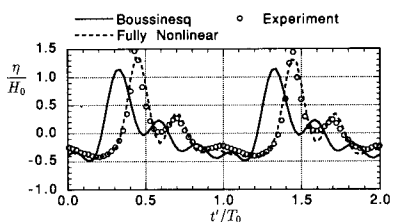


(c) CASE 4 ($T_0\sqrt{g/h_0}=8.91$, $H_0/h_0=0.1$)

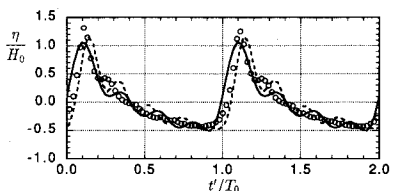


(d) CASE 6 ($T_0\sqrt{g/h_0}=11.88$, $H_0/h_0=0.1$)

図-2 St. 3 における弱非線形モデルの計算波形



(a) CASE 4 ($T_0\sqrt{g/h_0}=8.91$, $H_0/h_0=0.1$)



(b) CASE 6 ($T_0\sqrt{g/h_0}=11.88$, $H_0/h_0=0.1$)

図-3 St. 3 における長波近似モデルの計算波形

弱非線形モデル、長波近似モデルとも非常に悪い。このように、波高と周期の組み合わせによっては、弱非線形性や弱分散性の仮定が計算波形の予測精度を極めて低下

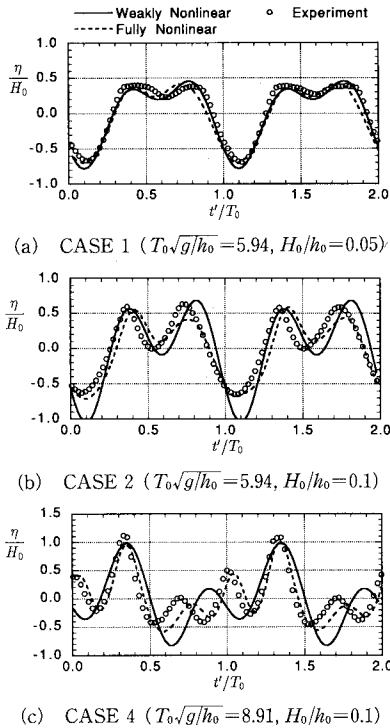


図-4 St. 5における弱非線形モデルの計算波形

させる場合がある。

(2) 分裂波形の再現性

前述のように、堤体背後の領域では非線形性が弱く、堤体上で発生した高調波成分のエネルギーの大部分は各周波数に対応した自由波として伝播される。したがって、この領域での分裂波形を比較することにより、波の分散性に対する予測精度が検証できる。

まず、CASE 1, 2, 4の St. 5の波形について弱非線形モデルの結果を図-4に示す。CASE 1では実験波形、強非線形モデルから得られる計算波形に良く一致しているのに対して、入射波高の大きいCASE 2では振幅を過大評価していることがわかる。なお、この理由については後に述べる。また、CASE 4の実験波形では1周期間に3個の波峰が含まれているが、弱非線形モデルでは2倍周波数成分までしか考慮できないため、このような波形を再現できなくなる。

図-5には、CASE 4, 6の St. 5に対する長波近似モデルの結果を示している。弱分散性の仮定に伴う各周波数成分波の位相速度の誤差の影響が明確に現れており、特に無次元波数($k_0 h_0$)の大きいCASE 4では振幅、位相ともに実験波形との一致が悪い。近年、このような観点から、Boussinesq方程式における分散特性の改良がMadsen et al. (1991)により試みられている。

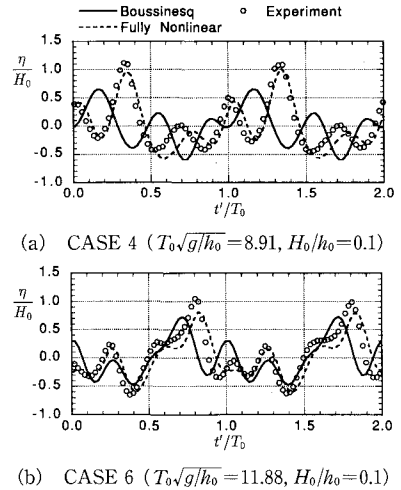


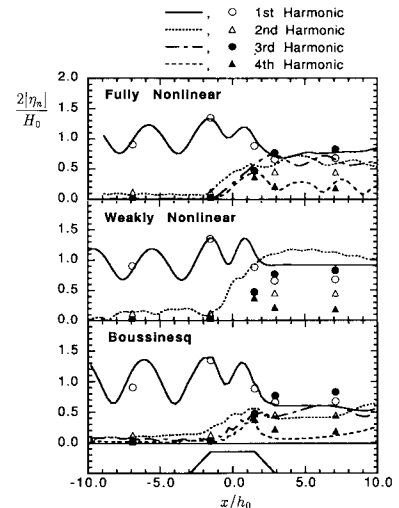
図-5 St. 5における長波近似モデルの計算波形

(3) エネルギーフラックスの評価

数値モデルをより現実的な不規則波列のスペクトル変形の問題に応用する場合には、エネルギーフラックスの評価精度が非常に重要になる。

図-6, 7は、CASE 4, 6における1~4次までの成分波振幅 $|\eta_n|$ の分布について、各数値モデルによる計算結果を実験結果と比較したものである。

弱非線形モデルでは、堤体上と透過側での $|\eta_1|$, $|\eta_2|$ がいずれのケースも実験結果を上回っており、両者の一致は非常に悪い。弱非線形モデルの場合、エネルギー保存式には1次成分(ϕ_1 , η_1)のみが寄与し、2次成分へのエネルギー移行に伴う1次成分のエネルギーの減少を表し得ないため、2次成分のエネルギーは見かけ上過大

図-6 成分波振幅に関する各数値モデルの結果の比較 (CASE 4; $T_0\sqrt{g/h_0}=8.91, H_0/h_0=0.1$)

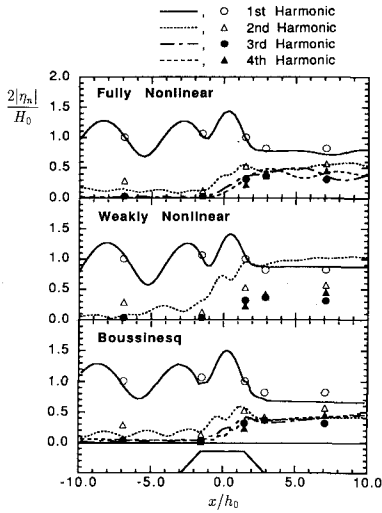


図-7 成分波振幅に関する各数値モデルの結果の比較 (CASE 6; $T_0\sqrt{g/h_0}=11.88$, $H_0/h_0=0.1$)

エネルギー分として評価されることになる。このことは、弱非線形モデルの適用限界を明確に示唆しており、波の非線形性に基づく不規則波列のスペクトル変形の問題をこのモデルで解析することは、本質的に不可能であると言える。

一方、長波近似モデルでは、2次成分までの振幅については強非線形モデルの計算結果および実験結果と良く一致しており、 k_0h_0 の小さいCASE 6では4次までのいずれの成分波振幅についても比較的良く一致している。ただし、エネルギーフラックスの評価においても弱分散の仮定に伴う各成分波のエネルギー輸送速度の誤差の影響が現れ、 k_0h_0 の大きいCASE 4においては透過側の潜堤遠方で高次の成分波振幅が急増し、エネルギー保存式を厳密に満足しないものになっている。

5. おわりに

非線形波動場を対象とした数値モデルを強非線形、弱非線形、長波近似モデルに分類し、「潜堤による波浪変形問題」に対する計算結果および実験結果との比較から波の非線形性と分散性に対する適用性を論じた。以下に主要な結論を要約する。

1) 弱非線形モデルでは、堤体上での波高水深比が0.2程度であれば、堤体背後の領域も含めて計算波形と実験波形の一致は良好であるが、波動場の非線形性がさらに強くなると波形の再現性は悪い。また、このモデルでは2次成分のエネルギー分を見かけ上過大エネルギーとして評価するため、不規則波のスペクトル変形を取り扱

うことは本質的に不可能である。

2) 長波近似モデルでは、波動場の分散性の強さ(kh)により再現できる非線形性の強さ(H/h)がかなり変化する。具体的には kh が0.3程度では H/h が0.6程度でも十分な予測精度を有するが、 kh が0.4以上になると高周波数の自由波を再現できなくなり、分散特性の改良を加えない限り実際の適用には問題がある。

3) 強非線形モデルについては、堤体上および堤体背後の全領域で実験結果と良い一致を示す。

4) 波高と周期の組み合わせによっては、弱非線形性や弱分散性の仮定が計算波形の予測精度を極めて低下させる場合 (CASE 4) がある。

なお本研究では、土木学会研究現況レビュー小委員会WG2で対象としたモデルケースを用いて比較検討を行った。研究を遂行するにあたり、WG2の委員の方々から貴重な意見を頂いたことを記し、ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 大山 巧・灘岡和夫 (1991 a): 非線形不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発, 土木学会論文集, 第429号, pp. 77-86.
- 大山 巧・灘岡和夫 (1991 b): 数値波動水槽を用いた潜堤による波の分裂現象の解析, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 16-20.
- 喜岡 渉・水谷幸平 (1991): 傾斜海浜に設置した二列潜堤による波浪制御, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 556-570.
- 喜岡 渉・石田 啓 (1993): グリーン関数法による断面2次元構造物と波の弱非線形干渉問題の解析, 土木学会論文集, 第461号, pp. 59-65.
- 藤間功司・後藤智明・首藤信夫 (1986): 非線形分散波式の精度の検討, 土木学会論文集, 第369号, pp. 223-232.
- Abbott, M. B., A. D. McCowan and I. R. Warren (1984): Accuracy of short-wave numerical models, J. Hydraulic Eng., Vol. 110, No. 10, pp. 1287-1301.
- Isaacson, M. and K.-F. Cheung (1991): Second-order wave diffraction around two-dimensional bodies by time-domain method, Appl. Ocean Res., Vol. 13, No. 4, pp. 175-186.
- Longuet-Higgins, M. S. and E. D. Cokelet (1976): The deformation of steep waves on water. I. A numerical method of computation, Proc. R. Soc. London. A. 350, pp. 1-26.
- Liu, P. L.-F., S. B. Yoon and J. T. Kirby (1985): Nonlinear refraction-diffraction of waves in shallow water, J. Fluid Mech., Vol. 153, pp. 185-201.
- Madsen, P. A., R. Murray and O. R. Sørensen (1991): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Coastal Eng., Vol. 15, pp. 371-388.
- Peregrine, D. H. (1967): Long waves on a beach, J. Fluid Mech., Vol. 27, pp. 815-827.
- Vada, T. (1987): A numerical solution of the second-order wave-diffraction problem for a submerged cylinder of arbitrary shape, J. Fluid Mech., Vol. 174, pp. 23-37.