

改良型 DEMAC 法による粒子群の沈降・分散挙動の解析

小田 一紀*・重松 孝昌**・大西 伸幸***・井上 雅夫****

1. はじめに

バージ船などから投入された粒子群の挙動に関する研究は、従来より理論的および実験的に数多く行われている。実験的な研究例としては、小川ら (1969)、武藤ら (1974) による研究があり、粒子径やバージ船の底扉の開扉速度および開扉幅などが土砂粒子群の沈降挙動や水底における堆積形状に及ぼす影響について定性的な関係を得ている。また、簡単なモデルを用いて堆積形状を定量的に予測しようとしているが、土砂粒子と周囲流体との相互作用などの効果が実験定数に含まれているため、汎用性に優れているとはいえないように思われる。

理論的な研究例としては、まず Hocking (1969) によるものを挙げることができる。この研究はそれぞれの粒子が周囲の流体に及ぼす影響を重ね合わせて近似解を得ようとするものであるが、近似手法に無理があるため実験値との整合性は良くない。

また、粒子群の沈降速度に及ぼす粒子間の相互作用の影響を懸濁液の平均密度を介して考慮しようとする研究例もあるが (たとえば石井, 1965)、沈降速度は実験によって求められる空間率関数に依存しており、汎用性に富んだものとはいえない。

水中を沈降する粒子群の分散挙動を拡散現象と捉えて沈降粒子群の挙動を拡散方程式を用いて解明しようとする研究 (例えば、河野ら, 1980 など) や、確率論的に求めようとする研究 (例えば、筋内, 1980; 松見ら, 1990) はあるが、これらは粒子群の運動に誘起される周囲流体の運動の影響を十分に考慮したものとは言えない。また、土砂粒子群の沈降分散現象を乱流サーマルと類似の現象として解析した研究例 (室田ら, 1988) もあるが、水底における粒子群の堆積形状を定量的に予測するには至っていない。このように、周囲を流体と粒子群との間の相互作用を考慮した沈降粒子群の挙動については、未だ十分に解明されたとはいえないように思われる。

著者らは既に、流体力や粒子間反力を考慮して個々の

粒子の運動を解析する個別要素法 (以下、DEM 法と略す。Cundall, 1974) と、粒子を含む流体の運動を密度流的に解析する MAC 法 (堀江, 1983) を併用することによって、粒子と流体の相互作用を考慮できる数値シミュレーション手法 (以下、DEMAC 法と称す) を開発している (小田ら, 1990)。しかし、そこでは流体の運動を表す鉛直方向の運動方程式に静水圧近似を仮定していたため、粒子群の沈降・分散挙動の実現象を忠実に再現するには至らなかった。本研究は、鉛直方向の運動方程式にも移流項と粘性項を考慮して解析することによって粒子周囲の流体運動をより正確に求めることのできる改良型 DEMAC 法を用いて、水中を沈降する粒子群の分散挙動を定量的に把握することを目的とするものである。

2. 計算手法

本手法では、個々の粒子の運動は DEM 法によって求める。すなわち、鉛直 2 次元平面内の粒子 i の運動方程式は、次式で表される。

$$(m_i + m'_i) \dot{u}_p = \sum_j [F_x]_{ij} + [f_x]_i \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$(m_i + m'_i) \dot{w}_p = \sum_j [F_z]_{ij} + [f_z]_i + V_i (\rho_p - \rho_w) g \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(I_i + I'_i) \dot{\omega}_p = \sum_j [M]_{ij} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 m_i は粒子 i の質量、 u_p , w_p は粒子の x および z 方向の速度成分、 ω は角速度、 V_i は粒子 i の体積、 g は重力加速度、 ρ_p , ρ_w は粒子および周囲流体の密度、 m'_i , I'_i はそれぞれ付加質量および付加慣性モーメントを表し、 $\dot{}$ は時間微分を意味する、また、 $\sum_j [F_x]_{ij}$, $\sum_j [F_z]_{ij}$, $\sum_j [M]_{ij}$ はそれぞれ、粒子 i が他の粒子や壁面、水底から受ける力の x 方向成分、 z 方向成分ならびに粒子の中心まわりの回転モーメント (反時計回りを正とする) の総和を表す。さらに、 $[f_x]_i$ および $[f_z]_i$ は次式で表される流体抗力である。

$$[f_x]_i = -\frac{1}{2} C_D A_i \rho_w u' \sqrt{u'^2 + w'^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$[f_z]_i = -\frac{1}{2} C_D A_i \rho_w w' \sqrt{u'^2 + w'^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 A_i は粒子の投影面積、 u' および w' はそれぞ

* 正会員 工博 大阪市立大学工学部教授

** 正会員 工修 大阪市立大学工学部助手

*** 学生員 大阪市立大学工学部研究科

**** 大阪市

れ x, z 方向の粒子の流体に対する相対速度を表し、さらに抵抗係数 C_D は次式で表されるものとする (林ら, 1980).

$$C_D = \frac{24}{Re} + C_{D0} \dots\dots\dots (6)$$

$$Re = \frac{r_i \sqrt{u'^2 + w'^2}}{\nu} \dots\dots\dots (7)$$

r_i は粒子 i の半径, ν は動粘性係数である. また, C_{D0} は定数で, $C_{D0}=2.0$ としたとき Rubey の沈降速度に対応する C_D が得られる.

式 (1)~(3) を陽的に解くことによって, ある時刻 t における各粒子の加速度および角加速度が求められ, 時間増分 Δt で積分することによって速度・角速度が, さらにこれを Δt で積分することによって変位が求められる. このようにして得られた変位より, 各粒子の新たな位置が決定される. 以上の操作を繰り返すことによって, 時々刻々の粒子の運動を求めることができる. DEM 法の計算フローの詳細は, 小田ら (1990) を参照されたい.

さて本手法では, 粒子群の運動によって誘起される周囲の流体運動は粒子を含む混相流の密度が空間的に変化することによって生じるものとして, MAC 法を用いて密度流的に解析する. 従来の DEMAC 法では流体の運動を表す基本式として次式を用いていた (堀江, 1983).

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots\dots\dots (9)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g \dots\dots\dots (10)$$

ここに, u, w は流体の x および z 方向の流速, $\varepsilon_x, \varepsilon_z$ は水平および鉛直渦動粘性係数, p は圧力である. また, ρ は土砂の濃度に応じて変化し, これが流れや土砂粒子移動の力として作用する. 式 (10) に示すように, 鉛直方向の運動方程式に静水圧を仮定していたので, 流体運動を正確に求められていなかった. ここでは, 粒子群の沈降にともなう誘起される周囲流体の運動をより正確に解析するため, Boussinesq 近似を仮定した次の基本式を用いる.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ &= -\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\rho}{\rho_w} g + \varepsilon_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに, ρ は粒子を含む混相流体としての密度であり, 計算領域に設定した各メッシュ内に存在する粒子数をカウントして混相流体としての質量を求め各メッシュの面積で除して求める. 本手法は, こうして求めた各メッシュ間の密度差を流体運動の起動力として周囲流体の運動

表-1 計算に用いた諸定数

剛性バネ定数	$K_n/\rho_p g = 4.23 \times 10^4 \text{ (cm)}$
	$K_s/\rho_p g = 1.05 \times 10^4 \text{ (cm)}$
粘性定数	$\eta_n/\rho_p g = 2.47 \text{ (cm} \cdot \text{s)}$
	$\eta_s/\rho_p g = 1.24 \text{ (cm} \cdot \text{s)}$
摩擦定数	$\mu = \tan \theta = \tan 30^\circ = 0.577 \text{ (粒子間)}$
	$\mu = \tan \theta = \tan 10^\circ = 0.176 \text{ (粒子と壁面)}$
	$\mu = \tan \theta = \tan 30^\circ = 0.577 \text{ (粒子と水底)}$

を解析するものである. また, 個々の粒子と流体の相互作用の影響は, 式 (4) および式 (5) に示されるように DEM 法によって求められる粒子の速度と MAC 法によって求められる流体の速度との相対速度を用いて計算する抗力によって評価されている.

3. 計算条件

DEM 法中で用いた諸定数は, 木山ら (1983) を参考にして表-1 のように決定し, $\Delta t_{DEM} = 10^{-5} \text{ sec}$ とした. 一方, MAC 法による流体運動の解析では, $\Delta t_{MAC} = 10^{-4} \text{ sec}$, 水平方向の計算範囲を 100 cm とし, 分割数を 80 すなわち $\Delta x = 1.25 \text{ cm}$ と一定にした. また, 水深は 10, 30, 50 cm の 3 通りに変化させるが, 分割数は 40 と一定にした. 計算はまず, その底が水面に接するように設けた容器の中に, 密度 $\rho_p = 2.65 \text{ g/cm}^3$ の円形断面粒子を粒子間にわずかな空隙ができるように配置した後, 容器の底扉を閉じた状態で重力落下の計算を行い, 容器内における静的安定状態を求める. その後, 容器の底扉を開き, 水中を沈降する粒子群および周囲流体の運動を解析する. 以上のような手順で粒径 (d) や水深 (h) および容器の底扉の開扉速度 (σ) を変えて計算を行った.

4. 計算結果

図-1 は, $d=0.3 \text{ cm}$ の粒子を 233 個配置し, 容器の底扉を瞬間的に開いて水深 30 cm の水中に粒子を投入したときの粒子群の沈降・分散挙動を上述の改良型 DEMAC 法を用いて計算した結果である. 図-2 に同条件のもとで従来の DEMAC 法を用いて得られた計算結果を, また, 図-3 には同様な投入条件の下で行われた室田ら (1988) による実験結果 (但し, 水深は 100 cm) を示す. 図-2 に示すように, 流体運動を表す鉛直方向の運動方程式に静水圧近似を仮定した従来の DEMAC 法では図-3 の実験結果にみられるような沈降過程における粒子群の水平方向への分散は再現することができなかったのに対して, 図-1 に示す改良型 DEMAC 法による計算では実験結果をよく再現できていることがわかる. さらに, 同図の流速ベクトルを見ると, 底扉の中心軸に関して対称で互いに逆方向に回転する循環流が発生

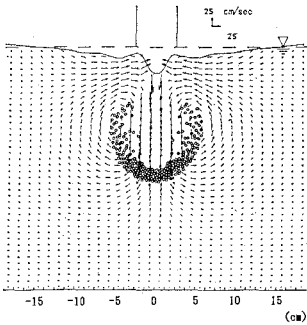


図-1 改良型 DEMAC 法による
計算結果 (瞬間投入, $h=30$ cm)

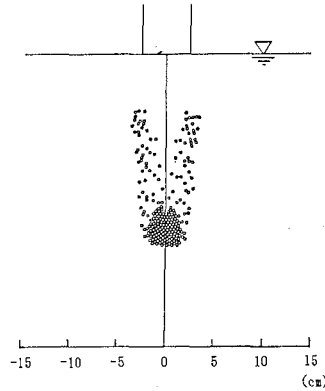


図-2 従来型 DEMAC 法による
計算結果 (瞬間投入, $h=30$ cm)

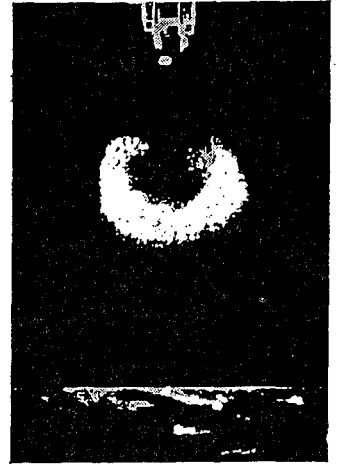


図-3 室田らによる実験結果 (瞬間投入, $h=100$ cm)

しており、この影響を受けて粒子群の中心部が速く沈降し、その側部は中心軸方向に巻き込まれるように沈降していく様子がわかる。このことは、図-4 に示す等流速線図を見るとよくわかる。すなわち、底層の中心軸上では周囲流体の速度は下向きに約 40 cm/s 以上に達している。また、中心軸から水平方向に離れるにつれて流体の速度は急激に小さくなり、中心軸から $7\sim 8$ cm 離れた粒子群の側方部では、流体の速度は上向きに約 15 cm/s となる。このような粒子群の沈降にともなって誘起される周囲の流体運動と個々の粒子の相互作用の結果として、粒子群の中心部の粒子の沈降速度は速く、側部の粒子の沈降速度は遅くなっていることがわかる。図-5 は、粒子群の沈降分散挙動と渦度分布の時間変化を示したものである。同図によれば、粒子群は沈降とともにその幅を拡げるが、渦度が大きい領域も粒子群とともに沈降しながら粒子群の側部で極値を持つことがわかる。このことは、沈降過程における粒子群の水平方向への分散

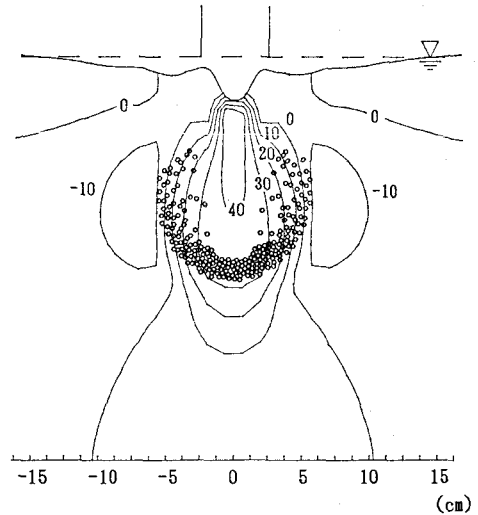
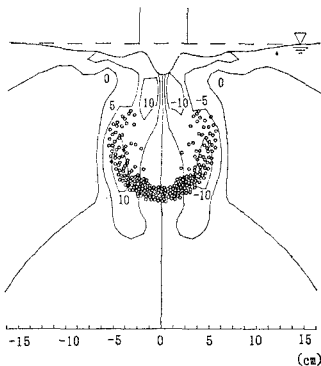
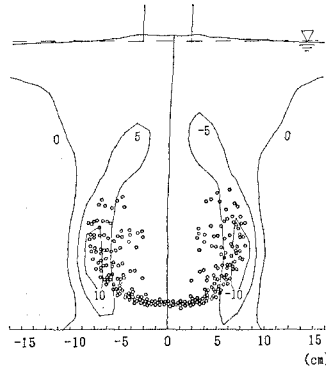


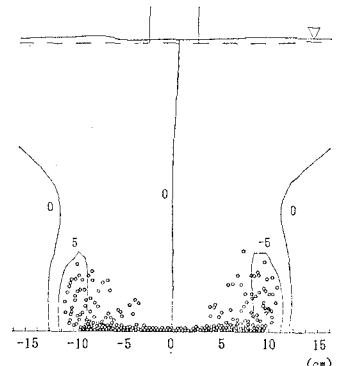
図-4 沈降過程における流体の鉛直流速の等値線図
(瞬間投入, $h=30$ cm)



(a) 0.4 秒後



(b) 0.7 秒後



(c) 0.9 秒後

図-5 粒子群の沈降挙動と渦度分布

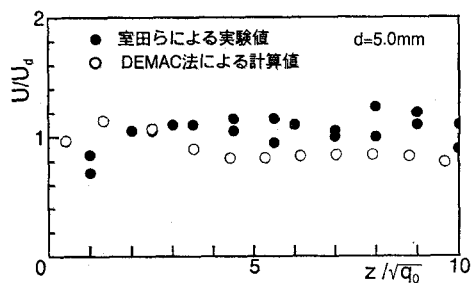


図-6 粒子群の平均沈降速度の鉛直方向変化 (瞬間投入, $h=30\text{ cm}$)

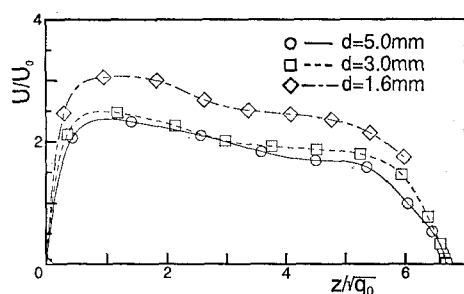


図-7 粒子群の平均沈降速度 ($h=30\text{ cm}$ の場合)

挙動と渦度の分布には密接な関係があることを示している。

図-6 に粒子群の平均沈降速度の鉛直方向変化の実験値と計算値との比較を示す。ただし、粒子群の沈降速度は単一粒子の自由沈降速度 U_d (室田ら (1988) 参照) で、また横軸の鉛直距離は単位奥行き当たりの見かけの投入容積 q_0 を用いて無次元表示している。図-6 によれば、本手法による粒子群の沈降速度の計算値は室田らによる実験値をやや下回っていることがわかる。これは、本手法では個々の粒子が受ける流体力は周囲流体の速度に対する粒子の相対速度に依存する抗力のみを考慮しており、近接する粒子の存在によって変化するであろう抗力の変化が考慮されていないことによるものと考え

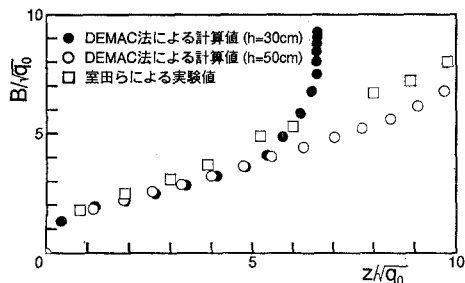


図-8 瞬間投入時の粒子群の鉛直方向の分散幅

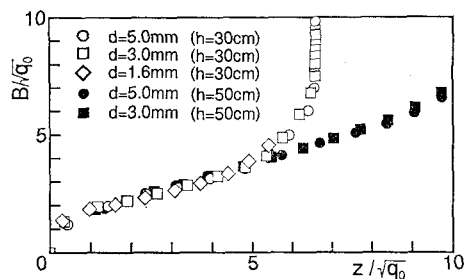


図-9 瞬間投入時の粒子群の鉛直方向の分散幅

られる。

図-7 は、 q_0 を一定として粒径を変えて計算を行ったときの粒子群の平均沈降速度を表したものである (ただし、粒子群の平均沈降速度は Rubey (1933) の単一粒子に対する沈降速度 U_0 で無次元化している)。同図によれば、 $d=0.16, 0.3, 0.5\text{ cm}$ の何れの粒径の場合にも $0.5 < z/\sqrt{q_0} < 1.0$ の範囲で粒子群の沈降速度は最大となり、その後緩やかに減少し、 $z/\sqrt{q_0} \approx 5.2$ から水底の影響を受けて急激に遅くなることがわかる。また、粒子群の無次元平均沈降速度 U/U_0 は粒径が小さいほど大きく、このことは、粒径の小さな粒子ほど粒子群としての沈降速度が単一粒子の終末沈降速度より大きくなる傾向が強く、周囲流体の運動の影響を受け易いことを示している。

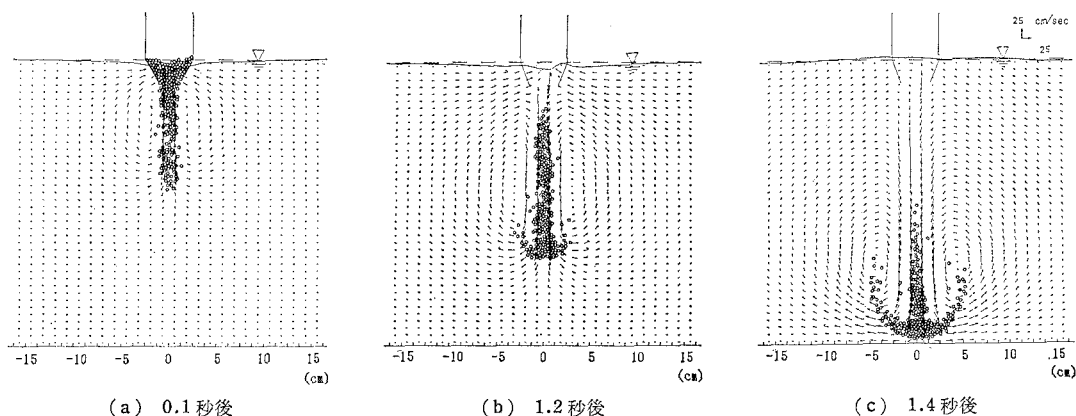


図-10 粒子群の沈降・分散挙動の計算結果 ($\sigma=60\text{ deg/sec}$, $h=30\text{ cm}$)

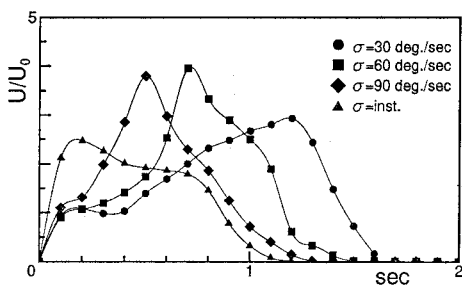


図-11 開扉速度による粒子群の平均沈降速度の変化

図-8 は、 $d=0.3\text{ cm}$ のときの粒子群の分散幅の鉛直方向変化を示したものである。これによれば、沈降過程における粒子群の分散幅の計算値は実験値と非常に良く一致していることがわかる。図-9 は、粒径および水深を変えて計算を行ったときの分散幅の鉛直方向変化を示したものであるが、本手法によればこれらの計算条件の範囲内では沈降過程における粒子群の分散幅は一様に増大し、粒径や水深に依存しないことがわかる。

以上は瞬間投入の場合の計算結果であるが、次に底扉を一定速度で開いて投入した場合の計算結果を示す。図-10 は、 $h=30\text{ cm}$ 、 $d=0.3\text{ cm}$ 、開扉速度 $\sigma=60\text{ deg./sec}$ のときの粒子群の沈降・分散挙動の計算結果を示したものである。図-1 と比較すると粒子は容器から比較的バラバラに流出するが、先に流出した粒子に後続の粒子が追いついて瞬間投入した時と同様な粒子群を形成し、その後水平方向への分散挙動を示すことがわかる。図-11 は、底扉の開扉速度を変化させたときの粒子群の平均沈降速度の経時変化を示したものである（ただし、横軸の時間は粒子が容器から流出し始めた瞬間を原点としている）。同図によれば、底扉を瞬時に開いて投入するときよりも、徐々に開扉して粒子を投入する方が粒子群の平均沈降速度の極大値は大きくなることがわかる。

さらに、 $h=50\text{ cm}$ の場合について計算を行った結果、粒子群の平均沈降速度は $h=30\text{ cm}$ の場合と同様に緩やかに減少しほぼ一定な終末速度に漸近しながら、水底に到達することがわかった。

5. 結 論

本研究では、これまで鉛直方向の流体の運動方程式で省略していた移流項や粘性項を考慮した改良型 DEMAC 法を提案し、これを用いて粒子群の沈降・分散挙動を計算した。その結果、改良型 DEMAC 法を用いて計算した粒子群の平均沈降速度や沈降過程における分散幅は実

験値と良く一致し、本手法によって実現象をほぼ正確に再現できることが確認された。また、沈降過程における粒子群の分散挙動には周囲の流体の運動が密接に関与しており、粒子群の沈降挙動の解明には周囲流体の運動を考慮することは不可欠であることがわかった。ただし、ここで述べた改良型 DEMAC 法は流体の運動方程式を解く際の反復計算に膨大な時間を要するため、粒子群の水底における堆積形状を計算するには至らなかった。今後、この点を改良してより短時間で計算が行えるようにするとともに、本シミュレーションモデルを用いて粒径や水深、底扉の開扉速度などが粒子群の堆積形状に及ぼす影響について研究を進める予定である。

参 考 文 献

- 石井 勉 (1965): 固液系流動層の挙動, 化学工学, Vol. 29, No. 11, pp. 915-921.
- 小田一紀・重松孝昌・氏本浩介 (1988): DEM 法と MAC 法の併用による粒子群の沈降分散挙動のシミュレーション, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 759-763.
- 小川 元・竹内益雄 (1969): 土捨て船による投棄土砂の分散, 土木学会論文報告集, 第 161 号, pp. 39-49.
- 河野二夫・藤田智康 (1980): 水中を落下する固体粒子の散らばりに関する研究, 第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 230-234.
- 木山英郎・藤村 尚 (1983): カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, 土木学会論文報告集, 第 333 号, pp. 137-146.
- 林 泰造・大橋正和 (1980): 流体中に沈降する粒子の乱流特性について, 第 24 回水理講演会論文集, pp. 7-12.
- 堀江 毅 (1983): MAC 法による直投土砂の初期拡散に関する数値解析, 港研資料 No. 471, pp. 1-34.
- 松見吉晴・岸口孝文 (1990): 捨石マウンド築造時のページ船の配船位置について, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 769-773.
- 武藤碩夫・吉井総介・石田 勉 (1974): 大規模埋立用底開ページによる土砂投下の研究, 三菱重工技報, Vol. 11, No. 1, pp. 92-104.
- 室田 明・中辻啓二・玉井昌宏・町田博紀 (1988): 海域での土砂投下における密度流現象, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 777-781.
- 箭内寛治 (1960): 砂および礫の水中落下の散らばりに関する研究, 土木学会論文集, 第 69 号, pp. 230-234.
- Cundall, P. A. (1974): Rational Design of Tunnel Supports—A Computer Model for Rock Mass Behavior Using Interactive Graphics for the Input and Output of Geometrical Data, Technical Report MRD-2-74, Missouri River Division, U.S. Army Corps of Engineers.
- Hocking, L. M. (1964): The behaviour of clusters of spheres falling in a viscous fluid, J. Fluid Mech., Vol. 20, Part 1, pp. 129-139.
- Rubey, W. W. (1933): Settling velocities of gravel, sand, and silt, American J. of Science, Vol. 25, No. 148, pp. 325-338.