

# 固体粒子群の落下挙動と誘起流動に関する解析

玉井昌宏\*・村岡浩爾\*\*

## 1. 序 論

人工島建設、防波堤築造や産業廃棄物の埋立処分など、土砂や碎石、廃棄物などの海域への投下は様々な目的や方法で実施されている。吉川ら(1977)や著者ら(1988)により投下物の拡散や堆積形状、海底地盤への影響などを精度高く予測するためには、固体粒子群が水中落下時に誘起する流動場を把握することが重要であることが指摘されてきた。こうした施工面での要請のみならず、誘起流動による大規模な底泥の巻き上げや濁りの拡散等の水質汚濁も懸念されることから、工事の周囲環境に対するインパクトを評価する上でもその流動特性の把握が重要であると考えられる。

ところが、土砂や碎石の堆積予測手法に関する既往の研究成果を概観すると、拡散方程式を基礎としたものや個々の固体粒子の運動を基礎としたものが大半であり、誘起流動場の特性を踏まえた解析手法の提案はない。堀江(1983)や小田ら(1990)は、MAC法あるいは同法とDEMとを併用した数値計算により、底開バージを用いた土砂直投により生じる誘起流動場の再現を試みている。しかしながら、非定常且つ高濃度の混相流を対象とした数値予測手法を確立するためには、運動量や粒子の乱流輸送や相間相互作用の評価方法など解決すべき問題が山積しているのが現状であろう。著者らが前報(1988)で指摘したように、誘起される流体運動の規模や強度と粒子流体の相対運動のそれらとの大小関係によって粒子群の拡散特性は変化する。大雑把かつ定性的な議論ではあるが、粒子群の拡散は粒径が小さく且つ投下量の大きい場合には密度流的な群全体規模の流動が支配し、大粒径・小投下量の場合には個々の固体粒子に作用する不規則力が支配すると考えられる。こうした相間相互作用の様相の変遷を適切に再現することが、幅広い適用範囲を有する精度高い予測手法を確立するための前提条件である。

本研究では粒子落下により誘起される流動場を粒子・水の混相流体塊の落下挙動として捉える。乱流サーマル

理論を混相流的に拡大解釈し、粒子群の落下運動により誘起される流動場ならびに粒子拡散を適切に予測できる解析モデルに拡張した。筆者らの実施した実験結果と対応することにより、モデルの検証を行った。

## 2. 理論的解析

### (1) 基礎方程式

既述の堀江の数値計算にみられるように、固体粒子の混入が流体の局所的な密度変化をもたらすと考えれば、土砂の瞬間的な投下は浮力流体を放出した場合に形成される乱流サーマルの流動に相似になる。但し、流体と粒子には相対速度が存在し、必ずしも同位相では挙動しないことから、乱流サーマル理論をそのまま適用することはできない。ここでは、Bainesら(1984)の理論を混相流的に解釈し、粒子群の落下モデルに拡張することを試みる。理論展開において用いた仮定を列挙する。

- 1) 単一な粒径を有する粒子群の拡散形状(以下ではこの拡散領域を混相流体塊と呼ぶ)。は幅  $W$  と高さ  $H$  を軸とする相似な楕円形である。
  - 2) 混相流体塊内部の流体流速、固体粒子の個数密度、速度は一様である。
  - 3) 混相流体塊内部の流体の質量の変化は混相流体塊の運動に関する全体的な特性量によってのみ支配される。
  - 4) 衝突など粒子間の直接的な相互作用は無視する。
- 著者らが行った実験結果との対応を検討するために、ここでは平面2次元における粒子の落下挙動についてモデル化を行うが、3次元(軸対称)の落下挙動に対しても容易に拡張できる。

乱流サーマル理論に倣い、仮定3により混相流体塊内部の質量保存式を次式のように表示する。

$$\frac{dm}{dt} = f(M, M_0, m, \rho) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $m(\text{g/cm}^3)$  は単位奥行き当りの混相流体塊内部の流体の質量、 $M$  と  $M_0(\text{g/sec})$  はそれぞれ混相流体塊内の流体と粒子群の運動量の合計と流体塊外の付加質量分の運動量、 $\rho(\text{g/cm}^3)$  は混相流体塊の密度、 $t(\text{sec})$  は時間である。質量変化が付加質量分の運動量に依存しな

\* 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

いと仮定すれば、次元解析により次式の関係を得る。

$$\frac{dm}{dt} = 2\pi^{1/2}\alpha M \left(\frac{\rho}{m}\right)^{1/2} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\alpha$  は拡がり係数である。同係数は乱流サーマル理論では連行係数と称される。本解析においては流体運動と粒子運動が一致しないことから、連行係数と等価でないことを強調するために拡がり係数と呼ぶ。 $m$  と  $M$  は流体塊の幅  $W(\text{cm})$  と形状係数  $k(=W/H)$  を用いると次式のように定義される。

$$m = \rho_F \left( \frac{\pi}{4k} W^2 - q_0 \right) + \rho_P q_0 \dots\dots\dots (3)$$

$$M = \rho_F \left( \frac{\pi}{4k} W^2 - q_0 \right) U_F + \rho_P q_0 (U_F + U_R) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $U_F(\text{cm/sec})$  は流体塊内部の流体流速、 $\rho_F$  と  $\rho_P(\text{g/cm}^3)$  はそれぞれ流体と粒子の密度、 $U_R(\text{cm/sec})$  は粒子と流体の相対速度差である。 $q_0(\text{cm}^2)$  は単位奥行き当りの粒子投下量を示している。

式(3)、(4)を式(2)に代入すると共に、微分変数を時間から混相流体塊の落下距離  $x(\text{cm})$  に変換するために  $dx/dt = U_F + U_R$  を導入すると、次式を得る。

$$\frac{dW}{dx} = 2k^{1/2}\alpha \frac{\rho_F(1-\varepsilon)U_F + \rho_P\varepsilon(U_F + U_R)}{\rho_F(U_F + U_R)} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\varepsilon(=4kq_0/(\pi W^2))$  は粒子群と混相流体塊との面積率(=1-空隙率)である。

固体粒子群の拡散領域内の流体の運動量の収支を次式のように定義する。

$$\begin{aligned} & \frac{d(M_F + M_{Fv})}{dt} \\ &= nC_D \frac{\pi}{8} \rho_F U_R |U_R| d^2 - C_1 \rho_F U_F |U_R| W \end{aligned} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $n(=q_0/\text{粒子1個の体積})$  は流体塊内の単位奥行き当りの固体粒子個数 ( $\text{cm}^{-1}$ )、 $C_D$  は粒子抵抗係数、 $d$  は粒子直径 ( $\text{cm}$ ) である。

式(6)は固体粒子群の拡散領域の流体の運動量と拡散領域外の付加質量分の運動量の合計が、粒子と流体の相対速度により生じる抗力により増大し(右辺第1項)、それと同時にこの相対速度により、粒子拡散領域内の運動量を有する流体が抜け落ちることにより運動量の損失が生じる(右辺第2項)ことを意味する。流体と粒子間の相対速度が存在すると、粒子群の拡がり面積内に存在した流速  $U_F$  を有する流体の一部が  $\Delta t$  時間後には粒子群拡がり領域から逸脱する。その面積は粒子群の拡がり幅  $W$  と相対速度により生じるずれの大きさ  $|U_R|\Delta t$  の積として表示されるところと考えられる。そこで流体塊後端からの周囲水への運動量の損失を右辺第2項のように定

義した。 $C_1$  は比例定数であり、流体塊の形状が円形であり、相対速度によるずれが微小であれば概ね0.5となる。

混相流体塊が相似形状を保つことから、付加質量係数  $k_v$  により  $M_{Fv} = k_v M_F$  とし、(4)式を代入、さらに微分変数を変換すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} & (1+k_v)(U_F + U_R) \frac{d\left(\frac{\pi}{4k} W^2 - q_0\right) U_F}{dx} \\ &= \frac{3q_0}{4d} C_D U_R |U_R| - C_1 U_F |U_R| W \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

固体粒子に関する運動方程式は次式を用いる。

$$\begin{aligned} & \left(1+k_m \frac{\rho_F}{\rho_P}\right) \frac{dU_R}{dt} \\ &= \frac{\rho_P - \rho_F}{\rho_P} \left(g - \frac{dU_F}{dt}\right) - \frac{3\pi\rho_F C_D}{4d\rho_P} |U_R| U_R \\ &+ \text{Basset の履歴項} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここで、 $k_m(=0.5)$  は球形の固体粒子に対する付加質量係数である。ここで取り扱う粒子は比較的大きく、従って履歴項の影響は小さいものとして無視する。式(8)についても式(7)と同様に微分変数の変換を行った。

本研究で対象としている流動では粒子の個数密度が大きく、従って希薄粒子密度の仮定は適用できない。個数密度の増大により粒子間の相互作用が顕著になり、粒子抵抗係数が変化することが予想される。しかしながら、流動層に対する経験則を参照すると、空隙率が0.8以上では相排除の効果を除けば単一粒子としての抵抗係数が使用できることが示されている。混相流体塊内の空隙率は、投下時でも0.3~0.4程度であることから、上記の条件は落下直後に満足されることが予想される。ここでは Bouillard ら(1989)に倣い、抵抗係数については粒子間相互作用が影響しないものとして以下の関係を用いた。

$$\begin{aligned} C_D &= \frac{24}{Re} + \frac{3}{Re^{1/2}} + 0.34 \quad (Re < 1000) \\ &= 0.44 \quad (Re \geq 1000) \end{aligned} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $Re = |U_R|d/\nu$  である。

## (2) 基礎方程式の基準化

乱流サーマルに関する既往の研究成果に倣い、混相流体塊の長さスケールとして  $q_0^{1/2}$  を用いる。流体運動の速度スケールとしては、 $q_0$  と粒子混入により生じる負の浮力  $(\rho_* - 1)gq_0$  とを次元解析することにより得られる  $\sqrt{(\rho_* - 1)gq_0^{1/2}}$  を採用する。但し、 $\rho_* = \rho_P/\rho_F$  である。各物理量を以下のように無次元化する。

$$\begin{aligned} & W_* = W/q_0^{1/2}, \quad x_* = x/q_0^{1/2}, \\ & U_{F*} = U_F/\sqrt{(\rho_* - 1)gq_0^{1/2}}, \\ & U_{R*} = U_R/\sqrt{(\rho_* - 1)gq_0^{1/2}} \end{aligned} \dots\dots\dots (10)$$

粒子と流体の相対速度  $U_R$  は自由沈降速度  $U_d$  による規格化が適当である。流体運動に関する物理量との規格化の一致を考慮して、次式のような無次元物理量を導入する。

$$U'_{R*} = U_R/U_d = U_{R*}/F_d \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $F_d = U_d/\sqrt{(\rho_*-1)gq_0^{1/2}}$  は粒子の自由沈降速度と粒子群が密度近似された場合の流体運動の代表速度スケールの比率である。

上記の代表物理量を用いて基礎方程式を無次元化する。式(5)は次式のように変形できる。

$$\frac{dW_*}{dx_*} = \frac{2k^{1/2}\alpha \left\{ \left(1 - \frac{4k}{\pi W_*^2}\right) + \rho_* \frac{4k}{\pi W_*^2} \left(1 + \frac{U'_{R*}}{U_{F*}} F_d\right) \right\}}{\left(1 + \frac{U'_{R*}}{U_{F*}} F_d\right)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

単一粒子の自由沈降時の抵抗係数を  $C_{D0}$  として、

$$d = \frac{3C_{D0}U_d^2}{4(\rho_*-1)g}$$

を考慮すると式(7)、(8)式は次式のように変形される。

$$(1+k_v)\{U_{F*} + U'_{R*}F_d\} \frac{d\left(\frac{\pi}{4k}W_*^2 - 1\right)U_{F*}}{dx_*} = \frac{C_D}{C_{D0}} U'_{R*}|U'_{R*}| - C_1 U_{F*}|U'_{R*}|W_*F_d \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$(U_{F*} + U'_{R*}F_d) \left\{ (\rho_* + k_m)F_d \frac{dU'_{R*}}{dx_*} + (\rho_* - 1) \frac{dU_{F*}}{dx_*} \right\} = 1 - \frac{C_D}{C_{D0}} U_{R*}|U_{R*}| \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(12)より  $F_d \ll 1$ 、さらに  $\rho_* = 1$  または  $W_* \gg 1$  の場合には、ブーシネ近似された乱流サーマルの半径の増加率が  $\alpha$  となる従来の連行係数の定義に一致する。この時、式(12)は簡単に積分されて次式のようになる。

$$W_* = 2k^{1/2}\alpha(x_* + X_{0*}) \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 $X_{0*} (= (1/\pi\alpha^2)^{1/2})$  は投下点から仮想原点までの無次元距離である。同様に  $F_d \ll 1$  の場合には式(13)より流体の運動量の欠損が省略できることがわかる。さらに同式において  $U_{R*} = 1$  (同時に  $C_D = C_{D0}$  が満足される。) なる場合には、式(13)は乱流サーマル理論の運動量保存式に帰着する。つまり流体の速度の規模に比して固体粒子の相対速度差が小さく、流体運動に十分追従する場合には幅  $W_*$  は線形に増大することを示している。このことは、著者らの実験における、粒径が比較的小さく投下量の大きい場合に生じる乱流サーマル的挙動に相当すると考えられる。

一方、粒子の落下挙動が単一粒子の自由沈降に概ね等しい状態になると、流体塊内部の流動は各粒子の自由沈

降にともない生じる後流の集合体として表示されるであろう。自由沈降状態で後流群が相互に干渉しないと仮定すると混相流体塊内部の流体の運動量は後流の運動量の単純合計として表示されることが予想される。この時、流体塊内部の運動量は概ね一定となり、式(13)より次式が誘導される。

$$U_{F*} = \frac{1}{C_1 W_* F_d} \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(16)を式(12)に代入し、さらに自由沈降状態が投下点から十分離れた遠方の領域で生じることを勘案して、 $W_* \gg 1$  の場合に限定すれば、次式を得る。

$$\frac{dW_*}{dx_*} = \frac{2k^{1/2}\alpha}{1 + C_1 W_* F_d} \quad \dots\dots\dots (17)$$

上式を積分すると次式を得る。

$$C_1 F_d^2 W_*^2 + 2W_* 4k^{1/2}\alpha(x_* + C_2) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$C_2$  は積分定数である。 $W_* > 0$  を考慮して展開し、さらに  $x_* \gg 1$  を仮定すれば、次式に帰着する。

$$W_* = 2(k^{1/2}\alpha)^{1/2} C_1^{-1/2} F_d^{-1} x_*^{1/2} \quad \dots\dots\dots (19)$$

上式は、粒子群の散らばりが落下距離の1/2乗に比例すること、さらに既述の関係により  $d \propto F_d^{-2}$  であることを考慮すれば、その拡がり率が  $d^{1/2}$  に比例することを示している。これらは単一粒子の間欠的な投入による粒子群の散らばりに関する、吉川ら(1977)の研究結果の傾向と一致する。

計算方法であるが、未知変数  $W_*$ 、 $U_{F*}$ 、 $U_{R*}$  に対して、式(12)、(13)、(14)を差分化、連立することにより収束解を求めた。

### 3. 計算結果

#### (1) 実験結果との対応

実験は高さ130cm、幅90cm、奥行き90cmの前面ガラス張りの水槽の前面部15cmを仕切って行った。固体粒子の投下は幅5cm、高さ15cm、奥行き15cmのアクリル製の箱の底部を開口することにより行った。予備実験により粒子の投下に要する時間は高々0.1秒程度であり、また投下量や粒径により差異のないことを確認した。投下箱の上端部は水表面下5cmの位置にあり、投下粒子は完全に湿潤状態にある。土砂投下時には箱上端部より周囲水が自由に流入できるようになっている。これは、投下時に周囲水が箱底部を通して流入することによる生じる擾乱を抑制することを目的としている。

投下粒子としては、粒子間の粒径と形状特性のバラツキを抑えるために、表-1に諸元を示す3種類のガラスビーズを用いた。ここに、 $d_{50}$  は中央粒径、 $\rho_p$  は粒子密度、 $U_d$  は実測により求めた単一粒子の自由沈降速度、 $Re_d (= U_d d_{50}/\nu)$ 、ここに  $\nu$  は動粘性係数である。) は粒子レイノルズ数である。各粒径に対して単位奥行き

表-1 ガラスビーズの諸元

| $d_{50}$ (mm) | $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> ) | $U_d$ (cm/s) | $Re_d$ |
|---------------|-------------------------------|--------------|--------|
| 5.0           | 2.42                          | 46.3         | 2315   |
| 3.0           | 2.42                          | 34.7         | 1041   |
| 1.3           | 2.42                          | 17.9         | 179    |

当りの投下量  $q_0$  は 5, 10, 20 cm<sup>2</sup> の3段階に変化させ、合計12種類の実験条件を設定した。

本解析において唯一の未定定数は拡がり係数  $\alpha$  である。粒子群の拡がり率は混相流体塊規模の流動と相対速度による不規則揚力の両者に影響される。乱流サーマルやバフなど実験結果を参照すれば、連行係数の一般値が 0.4 であることがわかる。但し、この値は流体塊先端の位置と拡がり幅の関係から求められたものであり、流体塊の中心位置と拡がり幅の関係を示す場合には、連行係数はこの値より大きくなる。一方、粒子に作用する不規則力に基づく拡がりについては、箭内や吉川による研究成果があるが、それらの本モデルへの導入方法について現在検討中である。現状では拡がり率については適切な算定方法がなく、著者らの実験データとの一致を検討することにより、本論では  $\alpha=0.7$  に設定した。

図-1, 2 は、単位奥行き当りの投下量を  $q_0=10$  cm<sup>2</sup> で一定として、粒径を 1.3 mm, 3.0 mm, 5.0 mm の3段階に変化させた場合のそれぞれ粒子群の拡がり幅  $W_*$  と群先端の落下速度 ( $U_{F*}+U_{R*}$ ) の流下方向変化を示している。既述のとおり、同一の投下量であっても、粒径が大きいほど拡がり率  $dW_*/dx_*$  は急激に減少することがわかる。落下速度については、粒径が大きい  $d_{50}=5.0$  mm の場合には、粒子と流体間の相互作用が弱く各粒子の自由沈降が卓越するために、 $x_* > 5$  の領域では概ね一定速度となっている。粒径が小さい  $d_{50}=1.3$  mm の場合には、単相の乱流サーマルに類似した落下速度の低減傾向が現れている。図-3, 4 は拡がり幅と落下速度に対する投下量の変化の効果を示している。粒径を  $d_{50}=3.0$  mm として投下量を変化させた結果である。全てのケースについて粒子落下速度の計算値は実測値よりやや大きくなっている。しかしながら、定性的には粒子群の落下挙動の傾向を良好に再現していると判断できる。

図-5 に流体速度と粒子流体の相対速度、粒子の落下速度の関係を示す。粒径は  $d_{50}=1.3$  mm であり、単位奥行き当りの投下量  $q_0$  は 5 cm, 10 cm, 20 cm の3段階に変化させている。縦軸は各種の無次元速度である。前報で示したように、これらのケースでは粒子群はいわゆる乱流サーマル的落下挙動を呈する。誘起流動の変化特性は乱流サーマルのそれに概ね相似であると考えられるが、その絶対値の規模は単相乱流サーマルの 30% 程度である。また、相対速度が自由沈降速度に達してい

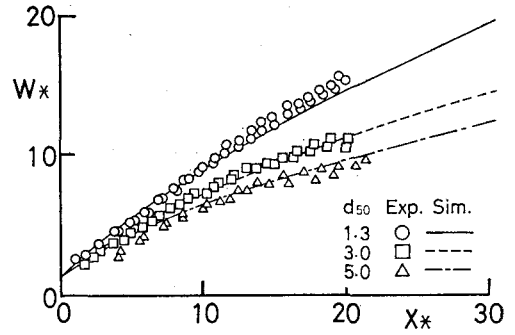


図-1 固体粒子群の拡がり幅の流下方向変化

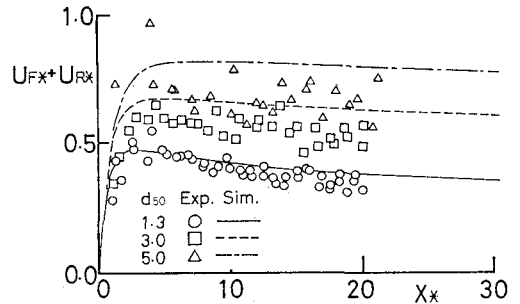


図-2 固体粒子群の落下速度の流下方向変化

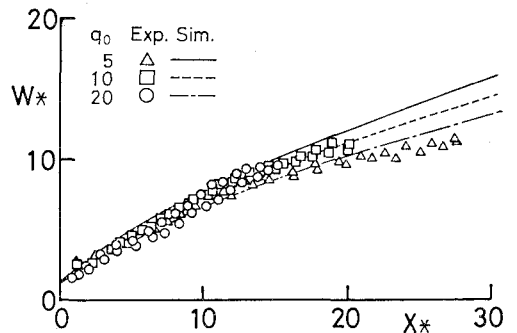


図-3 固体粒子群の拡がり幅の流下方向変化

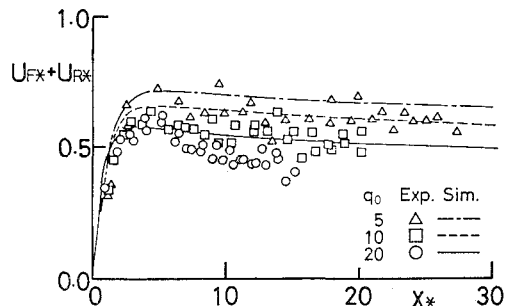


図-4 固体粒子群の落下速度の流下方向変化

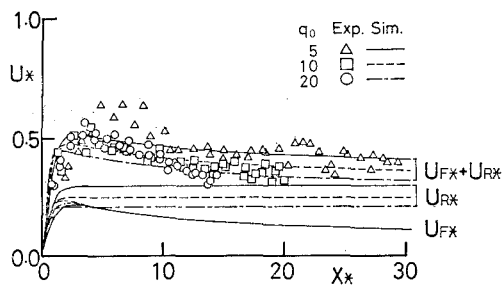


図-5 固体粒子群の種速度の流下各方向変化

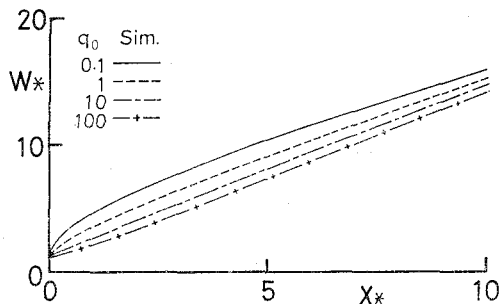


図-6 粒子群拡がり幅の流下方向変化

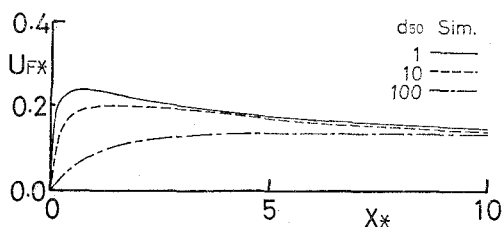


図-7 誘起流動速度の流下方向変化

うになるが、投下量が大きいほどその拡がり率  $dW_*/dx_*$  は大きくなっている。

図-7 は投下量を  $q_0=1\text{ m}^2$  として、粒径を  $1\sim 100\text{ mm}$  の3段階に変化させた場合の誘起流動速度の流下方向変化を示している。粒径の増大に伴い無次元誘起流動の最大流速は減少する。同図より粒径  $1\text{ mm}$  のケースでも実流速  $U_F$  は高々毎秒  $1\text{ m}$  程度である。また、同じ粒子を用いて、投下量を変化させて計算を行った結果、 $q_0=10\text{ m}^2$  で  $U_F=2\text{ m/sec}$ 、 $q_0=100\text{ m}^2$  でも  $U_F=6\text{ m/sec}$  程度であった。

#### 4. 結 語

本論では乱流サーマル理論を基礎として、瞬間的に投入された固体粒子群の落下挙動、誘起流動の予測を目的とした解析法を提案した。実験結果との対比により、同法が前報で指摘した粒子群の落下挙動特性の変遷を適切に再現することを確認した。本解析により、単位奥行き当たり  $1\sim 100\text{ m}^2$  程度の大規模な土砂投入においても、誘起される流動の規模は高々毎秒数  $\text{m}$  程度であることが試算された。

本解析は粒子の運動と誘起流動場を混相流体塊の落下挙動として捉えるものであり、流動の規模や粒子拡散に関する一応の目安は提供するものの、流動場全体を表示できない点がコンセプトとしての最大の問題点である。また、既述のとおり、拡がり係数  $\alpha$  や粒子抵投係数に適切な決定法がないことなど、解析上の問題点も多い。これらを改善することが今後の課題である。

#### 参 考 文 献

- 小田一紀・重松孝昌・氏本浩介 (1990): DEM 法と MAC 法の併用による粒子群の沈降分散挙動のシミュレーション, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 759-763.
- 堀江 毅 (1983): MAC 法による直投土砂の初期拡散に関する数値解析, 運輸省港湾技術研究所報告, 471 p.
- 室田 明・中辻啓二・玉井昌宏 (1988): 海域での土砂投下による密度流現象, 海岸工学講演会論文集, 第35巻, pp. 777-781.
- 吉川秀夫・福岡捷二・吉川勝秀 (1977): 流体と固体粒子の相互作用に関する研究, 土木学会論文集, 260, pp. 89-100.
- Baines, W. D. and E. J. Hopfinger (1984): Thermal with Large Density Difference, Atmospheric Environment, Vol. 18, No. 6, pp. 1051-1057.
- Bouillard, J. X., R. W. Lyczkowski and D. Gidaspow (1989): Porosity Distributions in a Fluidized Bed with an Immersed Obstacle, AIChE Journal, Vol. 35, No. 6, pp. 908-922.

ない  $x/q_0^{1/2} < 10$  の投下点近傍を除けば、誘起流動のレベルは投下量によって大きく変化しない。落下速度のうちで誘起流動場の占める割合は半分程度であり、残り半分は粒子流体の相対速度分となっている。この程度の投下量であれば誘起流動のレベルは  $U_{F*} \div 0.2$  である。

#### (2) 実現象スケールへの適用例

図-6 は  $q_0=10^{-1}\sim 10^2\text{ m}^2$  まで投下量を指数的に4段階に変化させた場合の粒子群の無次元拡がり幅  $W_*$  の落下距離に伴う変化を示している。投下粒子は  $d_{50}=1\text{ mm}$ 、 $\rho_*=1.42$  の球形粒子である。投下点近傍では投下量が大きいほど  $W_*$  の拡がり率が抑制される傾向が観られる。 $x_*$  が大きくなると  $W_*$  は線形に増大するよ