

洋上石油備蓄基地の域内振動に関する解析

堀 口 孝 男*

1. 緒 言

周囲を混成堤によって遮蔽された洋上石油備蓄基地の域内振動は、昭和62年2月白島基地の災害以来、懸案事項の一つとなっている。本論では図-1に示すような海岸線から突出した基地形状を対象として、域内振動の解析を試みた。 x 軸は海岸線で y 軸を沖合側にとり、 z 軸は静水面より上方に正としている。入射波は y 軸と平行に負の方向に進行する。現象は y 軸に対して対称となるので、解析は領域(I)、(III)の影響を主体として取扱い、第一近似の解法を目的としている。

越波は極力防ぐ構造となっているので、域内振動は波による混成堤捨石部の透過流に起因されるものと考えられる。このため、海底面を $z=-h$ 、捨石部頂面を $z=-h_1$ とすると、この間で値が1となり、 $z=-h_1$ から $z=0$ までは堤体部により値が0となる関数形は図-2のようになる。これを z に関するフーリエ級数で表わすと次式のようにになる。

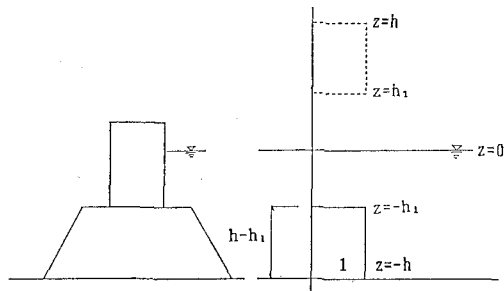


図-2 混成堤透過部の表示

$$g(z) = \frac{h-h_1}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{n\pi}{h} h_1}{n\pi \cos n\pi} \cos \left\{ \frac{n\pi}{h} (h+z) \right\} \quad (1)$$

捨石部の透過流は、石材の形状、粒度分布、空隙率、堤内外の水面勾配などに依存しており、これだけで一つの研究対象となり得るが、ここでは Darcy の法則に基づき、 v を単位断面積あたりの流速、 β を透水係数、 Δh を水位差、 L を捨石部の底面より各高さでの水平長さとするとき、 $v/\beta = \Delta h/L$ と無次元化されてくるので、主たる相似性は空隙率に依存してくるものとみられる。そこで現実の値に近い湿潤空隙率 40.5%、青梅産 6 号碎石 (4.75~19 mm) を内部に、同 5 号 (13.2~26.5 mm)

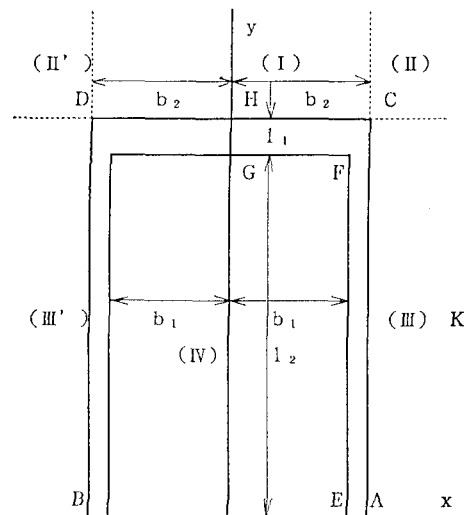


図-1 備蓄基地の平面形状

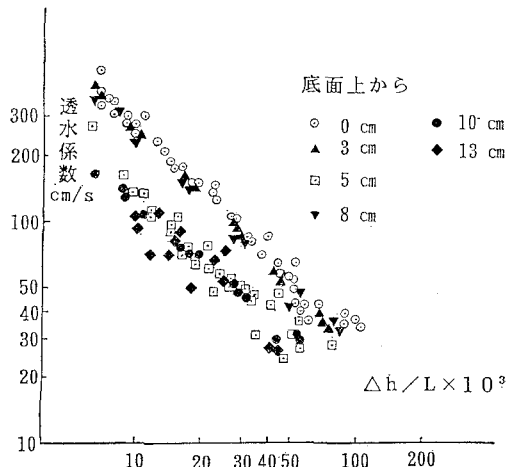


図-3 捨石部透水係数の実験結果

* 正会員 工博 東京都立大学教授 工学部土木工学科

を被覆部に用いた混成堤で実験を行った。これらの結果を示したのが 図-3 で、透水係数は底面に近い程大きくなる傾向を示している。 $\Delta h/L=(50\sim 100)\times 10^{-3}$ で $\beta=40\sim 50$ cm/s, $\Delta h/L=(10\sim 50)\times 10^{-3}$ で $\beta=70\sim 100$ cm/s 程度で、 $\Delta h/L$ が小さくなると β は増大する。

2. 捨石部の反射透過現象に関する解析方法

理論上の取扱いは微小振幅波の速度ポテンシャル論に立脚しており、捨石部透過流は (I), (III), (III') に発生する。水深を一定として領域 (I) と (IV) で発生する現象を例にして説明すれば、次のようになる。

速度ポテンシャルを複素数値関数として

$$\phi = \frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} \cdot f(x, y)Z(z) \quad \dots\dots\dots (2)$$

とおくと、図-1 で $|x| < b_2$ の範囲に透過流が存在し、 $y=l_1+l_2$ で単位長あたりの透過流量は

$$\frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} \left\{ -\frac{\partial f}{\partial y} \right\}_{y=l_1+l_2} \cdot \int_{-h}^0 Z(z)dz = \int_{-h}^0 v \cdot g(z)dz \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで $v \cdot g(z)$ は透過流を表わす。 ϕ はラプラスの式を満たすので、 x に関するフーリエ変換をとると

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\} e^{ixw} dx = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

いま $\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)e^{ixw} dx = F(w, y)$ とおくならば、部分積分法を適用して

$$\begin{aligned} F(w, y) \cdot Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)Z(z)e^{ixw} dx \\ &= -\frac{1}{w^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} Z(z)e^{ixw} dx \end{aligned}$$

ここで $x \rightarrow \pm\infty$ で $f(x, y)=0$, $\partial f/\partial x=0$ の条件が必要である。これは (II), (II') で満たすことになる。また

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F(w, y)}{\partial y^2} Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot Z(z)e^{ixw} dx \\ F(w, y) \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} e^{ixw} dx \end{aligned}$$

これらは式 (4) を満足するので整理してまとめると、

$$\frac{1}{F} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - w^2 F \right\} = -\frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = \pm q^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

入射波の波数を考慮して $q=k$ とおき負の符号をとるとき、底面の条件をとりこめば

$$\left\{ -\frac{\partial \phi}{\partial z} \right\}_{z=-h} = 0 \text{ より } Z(z) = C \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad \dots\dots\dots (6)$$

これに対応して式 (5) より $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = (w^2 - k^2)F$ となる。ここで $y \rightarrow \infty$ のとき消失し、また波数 k 以外の入射波が存在しない条件を適用すれば

$$F = Be^{-\sqrt{w^2 - k^2}y} \quad \dots\dots\dots (7)$$

が有効な解となる。式 (6), (7) をまとめると

$|w| > k$ の場合

$$Ae^{-\sqrt{w^2 - k^2}y} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$|w| < k$ の場合

$$A^*e^{-i\sqrt{k^2 - w^2}y} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式 (8), (9) が $F(w, y) \cdot Z(z)$ に対応する関数である。なお、式 (5) で右辺を $+k^2$ とするときは式 (9) に相当する波動は存在しなくなるので、除外される。式 (3) にも同様にフーリエ変換を適用すると、 $v = Ve^{i\sigma t}$ とおくと、 $y=l_1+l_2$ で $|w| > k$ の場合

$$\begin{aligned} \frac{A}{i\sigma} \sqrt{w^2 - k^2} e^{-\sqrt{w^2 - k^2}(l_1+l_2)} \int_{-h}^0 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dz \\ = \int_{-\infty}^{\infty} V \cdot e^{ixw} dx \int_{-h}^0 g(z) dz = \int_{-b_2}^{b_2} e^{ixw} dx \\ \times \int_{-h}^0 V \left[\frac{h-h_1}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{n\pi}{h} h_1}{n\pi \cos n\pi} \right. \\ \left. \times \cos \left\{ \frac{n\pi}{h} (h+z) \right\} \right] dz \end{aligned}$$

となり、結果として最終的に

$$A = \left\{ i\sigma V(h-h_1) \frac{k}{\tanh kh} \right\} \frac{2 \sin wb_2}{w} \frac{e^{\sqrt{w^2 - k^2}(l_1+l_2)}}{\sqrt{w^2 - k^2}}$$

同様な操作で $|w| < k$ の場合は

$$A^* = \left\{ i\sigma V(h-h_1) \frac{k}{\tanh kh} \right\} \frac{2 \sin wb_2}{w} \frac{e^{i\sqrt{k^2 - w^2}(l_1+l_2)}}{i\sqrt{k^2 - w^2}}$$

これらを用いて式 (2) の形にもどすには、逆フーリエ変換を適用する。最終の結果を表示すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi = \frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} \left\{ 2i\sigma k \frac{V(h-h_1)}{\tanh kh} \right\} \frac{1}{\pi} \left[\int_0^k \frac{\sin wb_2}{w} \right. \\ \times \cos wx \frac{e^{-i\sqrt{k^2 - w^2}[y-(l_1+l_2)]}}{i\sqrt{k^2 - w^2}} dw \\ \left. + \int_k^{\infty} \frac{\sin wb_2}{w} \cos wx \frac{e^{-\sqrt{w^2 - k^2}[y-(l_1+l_2)]}}{\sqrt{w^2 - k^2}} dw \right] \\ \times \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

式 (10) が $y=l_1+l_2$ で反射・透過を考慮した混成堤法線に起因する擾乱速度ポテンシャルの表現である。かかる操作は領域 (III) でも用いられ、 $x=b_2$ の法線上で x 方向を主体とする取扱いとなる。

3. 領域 (III) における速度ポテンシャル

説明の順序として判明し易いのは (III) からである。

(III) の速度ポテンシャルを次のように表わす。

$$\phi_{(3)} = \phi_{(3)}^1 + \phi_{(3)}^2 + \phi_{(3)}^3$$

$\phi_{(3)}^1$ は x 軸で完全反射する重複波として

$$\phi_{(3)}^1 = \frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} g \cdot 2a \cos ky \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad \dots\dots\dots (11)$$

次に式 (10) を求めた操作と同様にして $y=0$ で y 方

向の速度が0となり、領域(Ⅲ)、(Ⅳ)との間で混成堤ACの透過流を $u \cdot g(z)$ と表わし $u=Ue^{i\omega t}$ とおくとき、速度ポテンシャルは次式で示される。

$$\begin{aligned} \phi_{(3)}^* = & \frac{e^{i\omega t}}{i\sigma} \left\{ i\sigma k \frac{U(h-h_1)}{\tanh kh} \right\} \frac{1}{\pi} \left[\int_0^k \frac{\sin w(l_1+l_2)}{w} \right. \\ & \times \cos wy \frac{e^{-i\sqrt{k^2-w^2}(x-b_2)}}{i\sqrt{k^2-w^2}} dw + \int_k^\infty \frac{\sin w(l_1+l_2)}{w} \\ & \times \cos wy \frac{e^{-\sqrt{w^2-k^2}(x-b_2)}}{\sqrt{w^2-k^2}} dw \left. \right] \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ & \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

一方、式(10)の速度ポテンシャルは領域(Ⅱ)と(Ⅲ)へ接続して y の正、負の方向へ伝播する波を形成し、 $x \rightarrow \infty$, $y \rightarrow \pm \infty$ で消失する。領域(Ⅲ)での速度ポテンシャルの原形を示すと、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_{(3)}^* = & \frac{e^{i\omega t}}{i\sigma} X_3 \left\{ 2i\sigma k \frac{V(h-h_1)}{\tanh kh} \right\} \frac{1}{\pi} \left[\int_0^k \frac{\sin wb_2}{w} \right. \\ & \times e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} \frac{w(x-b_2)}{\sqrt{2}}} e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{k^2-w^2}[(l_1+l_2)-y]} \\ & \times \frac{\cosh \sqrt{-i}k(h+z)}{\cos \sqrt{-i}kh} dw \\ & + \int_k^\infty \frac{\sin wb_2}{w} e^{-\frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{w(x-b_2)}{\sqrt{2}}} \\ & \times \frac{e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{w^2-k^2}[(l_1+l_2)-y]}}{i\sqrt{\frac{w^2-k^2}{2}}} \frac{\cosh \sqrt{i}k(h+z)}{\cosh \sqrt{i}kh} dw \left. \right] \\ & \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

この波は $\left\{ -\frac{\partial \phi_{(3)}^*}{\partial y} \right\}_{y=0} = 0$ となるもので、また反射波を形成する、 y に関して上記の条件を検討すると

$$\begin{aligned} \text{実数部: } & \cos \sqrt{\frac{k^2-w^2}{2}}(l_1+l_2) = \sin \sqrt{\frac{k^2-w^2}{2}}(l_1+l_2) \\ \text{虚数部: } & \cos \sqrt{\frac{k^2-w^2}{2}}(l_1+l_2) = -\sin \sqrt{\frac{k^2-w^2}{2}}(l_1+l_2) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{実数部: } \\ \text{虚数部: } \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{aligned} \text{実数部: } & \cos \sqrt{\frac{w^2-k^2}{2}}(l_1+l_2) = \sin \sqrt{\frac{w^2-k^2}{2}}(l_1+l_2) \\ \text{虚数部: } & \cos \sqrt{\frac{w^2-k^2}{2}}(l_1+l_2) = -\sin \sqrt{\frac{w^2-k^2}{2}}(l_1+l_2) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{実数部: } \\ \text{虚数部: } \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} \text{式(14)の上式から } & \sqrt{\frac{k^2-w^2}{2}}(l_1+l_2) = n\pi + \frac{\pi}{4} \\ & n=0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{式(14)の下式から } & \sqrt{\frac{k^2-w^2}{2}}(l_1+l_2) = n\pi - \frac{\pi}{4} \\ & n=1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

これより

$$w_n^{(1)} = \sqrt{k^2 - 2\left(\frac{n\pi + \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2}\right)^2} \quad n=0, 1, 2, 3, \dots$$

$$w_n^{(2)} = \sqrt{k^2 - 2\left(\frac{n\pi - \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2}\right)^2} \quad n=1, 2, 3, \dots$$

同様に式(15)より

$$w_n^{(3)} = \sqrt{k^2 + 2\left(\frac{n\pi + \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2}\right)^2} \quad n=0, 1, 2, 3, \dots$$

$$w_n^{(4)} = \sqrt{k^2 + 2\left(\frac{n\pi - \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2}\right)^2} \quad n=1, 2, 3, \dots$$

という結果が得られる。このため式(13)の積分にはDirac関数 $\delta(w-w_n^{(1)})$, $\delta(w-w_n^{(2)})$, $\delta(w-w_n^{(3)})$, $\delta(w-w_n^{(4)})$ の和を乗じた形のものとなる。入射と反射を含め、実数部と虚数部とを区別して $\phi_{(3)}^*$ を次のように表わす。

$$\begin{aligned} \phi_{(3)}^* = & \frac{e^{i\omega t}}{i\sigma} \left\{ 2i\sigma k \frac{V(h-h_1)}{\tanh kh} \right\} X_3 \frac{1}{\pi} \\ & \times \left\{ Re \left[\sum_{n=0}^{w_n^{(1)} < k} \frac{\sin w_n^{(1)} b_2}{w_n^{(1)}} \left\{ e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} \frac{w_n^{(1)}(x-b_2)}{\sqrt{2}}} \right. \right. \right. \\ & \times \frac{e^{-(1+i)\frac{n\pi + \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2}[(l_1+l_2)-y]}}{i\frac{n\pi + \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2}} \frac{\cosh \sqrt{-i}k(h+z)}{\cosh \sqrt{-i}kh} \right. \\ & + e^{-\frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{w_n^{(1)}(x-b_2)}{\sqrt{2}}} e^{-\frac{1-i}{\sqrt{2}} \frac{n\pi + \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2}[(l_1+l_2)-y]} \\ & \times \frac{\cosh \sqrt{i}k(h+z)}{\cosh \sqrt{i}kh} + \sum_{n=0}^{w_n^{(3)}} \{w_n^{(3)} \text{ に関する項} \} \\ & + i \cdot Im \left[\sum_{n=1}^{w_n^{(2)} < k} \{w_n^{(2)} \text{ に関する項} \} \right. \\ & \left. \left. \left. + \sum_{n=1}^{w_n^{(4)}} \{w_n^{(4)} \text{ に関する項} \} \right] \right\} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

式(16)は繁雑となるのぞ $w_n^{(1)}$ に関する項のみを表示しているが、式(13)と同様にラプラスの式を満足し、入射、反射の項を含めている。また $(1+i)/\sqrt{2} = \sqrt{i}$, $(1-i)/\sqrt{2} = \sqrt{-i}$ であり、 X_3 は補正的な役割を果たす係数である。

4. 領域(Ⅰ)における速度ポテンシャル

領域(Ⅰ)の速度ポテンシャルは次のようになる。

$$\phi_{(1)} = \phi_{(1)}^1 + \phi_{(1)}^2 + \phi_{(1)}^3 + \phi_{(1)}^4 + \phi_{(1)}^5 + \phi_{(1)}^6 + \phi_{(1)}^7 + \phi_{(1)}^8,$$

ここで $\phi_{(1)}^1$ は入射波を示し

$$\phi_{(1)}^1 = \frac{e^{i\omega t}}{i\sigma} g a e^{ik_y y} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \dots\dots\dots (17)$$

$\phi_{(1)}^2$ は式(10)の表現と一致する。 $\phi_{(1)}^3$ は(Ⅲ)で $y=0$ から生ずる入射波の反射が(Ⅱ)を経由して(Ⅰ)へ侵入する波を表わす速度ポテンシャルで、

$$\begin{aligned} \phi_{(3)}^3 = & \frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} X_1 \int_{l_1+l_2}^{-y} \left[\frac{1}{\pi} \int_0^k \frac{\sin w b_2}{w} e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} w(b_2-x)} \right. \\ & \times \frac{e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{k^2-w^2} [y-y_0]}}{i\sqrt{\frac{k^2-w^2}{2}}} \frac{\cosh \sqrt{-ik}(h+z)}{\cosh \sqrt{-ikh}} dw \\ & + \left. \frac{1}{\pi} \int_k^\infty \frac{\sin w b_2}{w} e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} w(b_2-x)} \frac{e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{w^2-k^2} [y-y_0]}}{i\sqrt{\frac{w^2-k^2}{2}}} \right. \\ & \times \left. \frac{\cosh \sqrt{-ik}(h+z)}{\cosh \sqrt{-ikh}} dw \right] dy_0 \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

$\phi_{(1)}^1$ は領域 (Ⅲ') から式 (18) と類似の現象を示すもので、 (b_2-x) を (b_2+x) に変換したものである。 $\phi_{(1)}^1$ は $\phi_{(3)}^3$ の波が (Ⅱ) を経由して (Ⅰ) へ侵入するもので、

$$\begin{aligned} \phi_{(1)}^1 = & \frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} \left\{ i\sigma k \frac{U(h-h_1)}{\tanh kh} \right\} X_3^* \frac{1}{\pi} \int_0^k \frac{\sin w(l_1+l_2)}{w} \\ & \times e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} w[y-(l_1+l_2)]} \frac{e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{k^2-w^2}(b_2-x)}}{i\sqrt{\frac{k^2-w^2}{2}}} \\ & \times \frac{\cosh \sqrt{-ik}(h+z)}{\cosh \sqrt{-ikh}} dw \\ & + \int_k^\infty \frac{\sin w b_2}{w} e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} w[y-(l_1+l_2)]} \\ & \times \frac{e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{w^2-k^2}(b_2-x)}}{i\sqrt{\frac{w^2-k^2}{2}}} \frac{\cosh \sqrt{-ik}(h+z)}{\cosh \sqrt{-ikh}} dw \Big] \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

$\phi_{(3)}^3$ は同じく (Ⅲ') からのもので、式 (19) の x の符号を変えればよい。 $\phi_{(1)}^1$ は式 (16) の反射波成分が (Ⅰ) へ侵入するもので、 $(x-b_2)$ を (b_2-x) へ、 $(l_1+l_2)-y$ を $y-(l_1+l_2)$ へ変換して i の符号を考慮すればよい。 $\phi_{(1)}^3$ は同種のもので領域 (Ⅲ') からの波を示し、 (b_2-x) を (b_2+x) に変換する。以上の各速度ポテンシャルのうち、領域 (Ⅳ) への影響を考えると、 $y=l_1+l_2$ において $-b_2 < x < b_2$ の平均値で関係式を形成させる。この場合には、

$$\frac{1}{2b_2} \int_{-b_2}^{b_2} \left\{ e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} w(b_2-x)} + e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} w(b_2+x)} \right\} dx = 0$$

となり、その他でも (b_2-x) と (b_2+x) が対となっているので全て 0 となる。したがって、 $\phi_{(1)}^1$ 、 $\phi_{(1)}^3$ 、 $\phi_{(3)}^3$ は考慮しなくてよい結果となる。

5. 領域 (Ⅳ) における速度ポテンシャル

領域 (Ⅳ) の速度ポテンシャルは域内振動を決定するもので、領域 (Ⅰ)、(Ⅲ)、(Ⅲ') との対応に配慮して次のように表わす。

$$\phi_{(4)} = \phi_{(4)}^1 + \phi_{(4)}^3 + \phi_{(4)}^3 + \phi_{(4)}^4$$

ここで $\phi_{(4)}^1$ は $\phi_{(2)}^2$ と関連して求められ、入射波の性格

を強調するものである。当然ではあるが、全ての速度ポテンシャルは $y=0$ で y 方向の速度は 0 となる形式をもつ。

$$\phi_{(4)}^1 = \frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} C_1 \cos ky \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \dots \dots \dots (20)$$

$$\begin{aligned} \phi_{(4)}^3 = & \frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} \left[C_2 \frac{1}{\pi} \int_0^k \frac{\sin w b_2}{w} \cos wx \frac{\cos \sqrt{k^2-w^2} y}{\sqrt{k^2-w^2}} \right. \\ & \times \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kz} dw + C_3^* \frac{1}{\pi} \int_k^\infty \frac{\sin w b_2}{w} \cos wx \\ & \times \left. \frac{e^{-\sqrt{w^2-k^2} y + y \sqrt{w^2-k^2}} \cosh k(h+z)}{\sqrt{w^2-k^2} \cosh kh} dw \right] \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

この $\phi_{(4)}^3$ は $\phi_{(1)}^3$ に対応する。 $\phi_{(3)}^3$ に対応して

$$\begin{aligned} \phi_{(4)}^3 = & \frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} \left[C_3 \frac{1}{\pi} \int_0^k \frac{\sin w(l_1+l_2)}{w} \cos wy \frac{\cos \sqrt{k^2-w^2} x}{\sqrt{k^2-w^2}} \right. \\ & \times \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} dw + C_3^* \frac{1}{\pi} \int_k^\infty \frac{\sin w(l_1+l_2)}{w} \cos wy \\ & \times \left. \frac{e^{-\sqrt{w^2-k^2} |x|} \cosh k(h+z)}{\sqrt{w^2-k^2} \cosh kh} dw \right] \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

また式 (16) の現象に対応して $\phi_{(4)}^4$ を次式のように与える。

$$\begin{aligned} \phi_{(4)}^4 = & \frac{e^{i\sigma t}}{i\sigma} C_4 \cdot \frac{1}{\pi} \left\{ Re \left[\sum_{n=0}^{w_n^{(1)} < k} \frac{\sin w_n^{(1)} b_2}{w_n^{(1)}} \left\{ e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} w_n^{(1)} (b_1-l_1)} \right. \right. \right. \\ & \times \frac{e^{-(1+i) \frac{n\pi + \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2} [(l_1+l_2)-y]}}{i \frac{n\pi + \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2}} \frac{\cosh \sqrt{-ik}(h+z)}{\cosh \sqrt{-ikh}} \\ & + e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}} w_n^{(1)} (b_1-l_1)} \frac{e^{-(1+i) \frac{n\pi + \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2} [(l_1+l_2)-y]}}{i \frac{n\pi + \frac{\pi}{4}}{l_1+l_2}} \\ & \times \left. \left. \frac{\cosh \sqrt{-ik}(h+z)}{\cosh \sqrt{-ikh}} \right\} + \sum_{n=1}^{w_n^{(3)}} \{ w_n^{(3)} \text{ に関する項} \} \right] \right. \\ & + i Im \left[\sum_{n=1}^{w_n^{(2)} < k} \{ w_n^{(2)} \text{ に関する項} \} \right. \\ & + \left. \left. \sum_{n=1}^{w_n^{(4)}} \{ w_n^{(4)} \text{ に関する項} \} \right] \right\} \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

以上の各式を確定するためには、まず V と C_2 、 C_2^* を求めなければならない。 V を求めるには次式の透過流方程式を利用する。

$$\frac{1}{\lambda g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{\beta} = -\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y} \dots \dots \dots (24)$$

ここで λ は空隙率、 β は透水係数、 $v = V e^{i\sigma t}$ 、 $V = V_0 e^{i\theta_0}$ とおかれる。式 (24) の右辺は

$$\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{l_1} \left\{ \left(\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{(1)}}{\partial t} \right)_{y=l_1+l_2} - \left(\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{(4)}}{\partial t} \right)_{y=l_2} \right\}_{z=0}$$

で近似する。 $\phi_{(1)} = \phi_{(1)}^1 + \phi_{(1)}^3$ とおき、この段階では C_1 は不定であるので $\phi_{(4)} = \phi_{(4)}^3$ を用いる。すなわち第一近

似として取扱う。\$C_2, C_2^*\$ を決定するには対応する \$y\$ 方向の透過流量が保存されるものとして、

$$\int_{-h}^0 \left\{ -\frac{\partial \phi_{(3)}^2}{\partial y} \right\}_{y=l_1+l_2} dz = \int_{-h}^0 \left\{ -\frac{\partial \phi_{(4)}^2}{\partial y} \right\}_{y=l_2} dz \quad \dots\dots\dots (25)$$

式 (25) の両辺に含まれる \$\cos wx\$ については \$-b_1 < x < b_1\$ の平均値をとり、

$$\frac{1}{2b_1} \int_{-b_1}^{b_1} \cos wx dx = \frac{\sin wb_1}{wb_1} \text{ を用いる。}$$

以上の計算のうち、一つの事例として \$C_2\$ をとれば、

$$C_2 = \left\{ 2i\sigma k \frac{V(h-h_1)}{\tanh kh} \right\} \times \frac{I_{21}}{I_{22}}$$

$$I_{21} = \frac{1}{\pi} \int_0^k \frac{\sin wb_2}{w} \frac{\sin wb_1}{wb_1} dw$$

$$I_{22} = \frac{1}{\pi} \int_0^k \frac{\sin wb_2}{w} \frac{\sin wb_1}{wb_1} \sin \sqrt{k^2 - w^2} l_2 dw$$

で示される。式 (21) の右辺第1項で \$w=0\$ とおき、逆フーリエ変換が消失すると式 (20) に接続する。このとき式 (21) の分母 \$\sqrt{k^2 - w^2}\$ は \$k\$ となるので、\$C_1 = C_2/k\$ と確定され、適正な次元量をもつ値となる。同様に \$\phi_{(3)} = \phi_{(3)}^0 + \phi_{(3)}^2\$, \$\phi_{(4)} = \phi_{(4)}^0 + \phi_{(4)}^2\$ として第一近似的に \$x\$ 方向の \$u = U_0 e^{i(\omega t + \theta^*)}\$ を求める透過流方程式を適用し、また対応する透過流量の保存性から \$C_3, C_3^*\$ の係数を確定してゆく。

係数 \$C_4\$ を確定するには \$X_3\$ を求める必要がある。これには \$x=b_2, y=l_1+l_2\$ で (II), (III) において基地の存在により発生する擾乱波の水位が、式 (10) の同位置における水位と一致する条件から求められ、\$X_3\$ は複素数値となる。さらに対応する \$\phi_{(3)}^0\$ と \$\phi_{(4)}^0\$ を用い、\$x\$ 方向の透過流量の保存性から \$C_4\$ の値が求められる。

いずれにせよ、大量の数式と数値積分を伴うものであり、紙数に制限があるため詳細は省くことにする。

6. 実験による検証

域内振動は \$\phi_{(4)}\$ の各項が明らかにされると、水位を \$\eta\$ で表わすとき \$\eta_{(4)} = \left\{ \frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{(4)}}{\partial t} \right\}_{x=0}\$ となり、これの実数部で示される。理論の妥当性を検証するため、\$b_1 = 210\$ cm, \$b_2 = 260\$ cm, \$l_1 = 50\$ cm, \$l_2 = 580\$ cm, \$h = 30\$ cm, \$h_1 = 10\$ cm とし、縮尺 1/100 の基地模型を作成して検討を行った。周期は \$T=1 \sim 2.4\$ s まで約 0.2 s ごとに变化させて挙動を観測している。振動がもっとも大きくなる E 点 (図-1 参照) の状況を示すと 図-4 のようになる。周期は現地換算の値で示しており、波高比は入射波高に対する域内の E 地点での最大波高である。図から判断されるように、波高比にはいくつかのピークが出

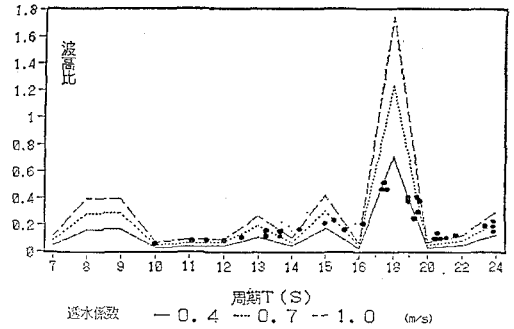


図-4 E点における域内振動の比較

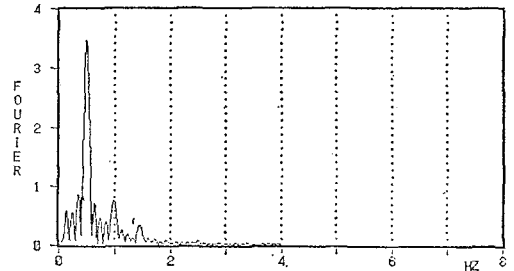


図-5 K点におけるフーリエスペクトル

現しており、この基地形状では最大のピークは \$T=18\$ s の周辺にあるとみられる。図中の黒点は観測値で、水面勾配が大きくなる 18s 周辺では \$\beta=40\$ cm/s 程度、それ以外の周期では \$\beta=70 \sim 100\$ cm/s 程度とすることが適当とみられる。

Leaky mode は \$y=l_1+l_2, y=0\$ から領域 (II) へ擾乱波、反射波が伝わる現象を指すものであり、この基地形状はそれに該当する。式 (16) は領域 (III) でこの現象の一部を表わす。図-1 の K 点で、離散型となる波数を周波数に変換してフーリエスペクトルで図示すると、\$T=2\$ s を例にとれば 図-5 のようになる。

式 (14) は基本周波数より低周波域を示す。計算値は実数部 \$n=1\$ で \$f=0.45\$ Hz, \$n=2\$ で \$f=0.29\$ Hz, 虚数部 \$n=2\$ で \$f=0.39\$ Hz となり、観測値のピークとはほぼ一致する。左端のピークは水槽の横振動に相当する。式 (15) からの高周波域では実数部 \$n=2\$ で \$f=0.63\$ Hz, \$n=3\$ で \$f=0.78\$ Hz, 虚数部 \$n=5\$ で \$f=0.88\$ Hz となり、観測値のピークと一致する。分解能をさらに高めればスペクトルは線状となり、\$n\$ の値に対応したピークがそれぞれ得られるものと想定される。

以上の検討結果からみて、ここで取扱った理論方式は第一近似として妥当性を有するものとみられる。