

非線形波動場における係留浮体の有限振幅運動

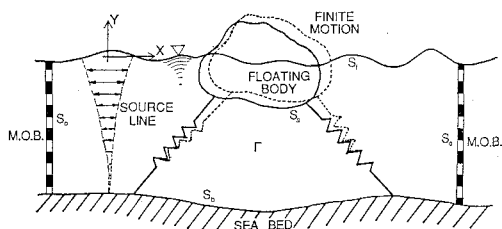
中 村 孝 明*・田 中 良 弘**

1. 緒 言

石油生産施設をはじめ、洋上プラント、海上ホテル、作業台船等、係留式海洋構造物の用途は広い。これらの係留方式は、一般に緩係留方式が多く用いられ、強い非線形性をもつ。多くの場合、1次の波周期成分による共振は避けられるが、2次の変動波漂流力と同調し、大振幅の長周期水平運動を起こし易い。係留ラインの設計や、居住性の評価の際、この長周期動揺を予測することが重要な課題となる。

定常波漂流力の計算手段として、運動量理論に基づいた Maruo (1960)、野尻・村山 (1975) らの理論、不規則波による変動漂流力では、摂動法による Pinkster (1979)、経塚 (1982)、新井 (1984) らの方法がある。又、運動を含めた実用的な計算としては、メモリー影響関数を含む微分積分方程式を数値積分する C. I. 法、周波数領域での流体力係数を一定とする C. C. 法等が提案されている。最近では、波動場と浮体との相互作用を時間領域において解く方法が、Vinje & Brevig (1980)、谷澤・沢田 (1990)、Brorsen & Bundgaard (1990) らにより提案されている、しかしながら、Vinje、谷澤らは、開境界処理がなされておらず、長時間の計算はできない。又、Brorsen は浮体運動を微小と仮定している。これまでの研究では、自由表面の厳密な非線形性と浮体の有限振幅運動を完全に取り入れて、浮体の長周期動揺を調べた例はない。

著者らの研究は、長周期動揺を予測するには、運動を有限として扱い、且つ、長時間安定した計算が必要との観点から、これまで非線形波動場の時刻歴計算法について種々の提案を行ってきた。本論文では、非線形波動場における浮体の運動振幅を有限として扱い、且つ、流場と浮体との相互作用を考えた時間領域における計算手法の提案を行ない、その妥当性および必要性について論じている。



図一 流体領域の定義

2. 解析理論

著者 (1991) らは、自由表面の非線形性を厳密に考慮した、境界要素法による時刻歴計算及び開境界処理法を提案した。ここで提案する手法は、著者らの数値水槽に浮体運動を組み入れた拡張理論である。本論文では、その第1報として、浮体運動は Sway のみに限定している。解析理論では、浮体運動の時刻歴計算アルゴリズム及び有限運動を考えた場合の自由表面と浮体との交点の扱いについて詳述する。

2.1 支配方程式と境界条件

図一に示す様に、左右に Orlanski Condition を満足する開境界 (M. O. B.) と特異点分布による造波面 (Source Line) を設けた数値水槽中に、Sway 運動する係留浮体を考える。計算領域では内部に Source が存在するので、支配方程式は Poisson 方程式となる。

$$\nabla^2 \phi = q \quad \text{in } \Gamma \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 q は単位面積当たりの Volume Flux を表わす。流速場を $[u, v] = \nabla \phi$ と定義する。Source 強度は2次の Stokes 波により与え、(2) 式に従い徐々にその強度を上げる。

$$q = \{1 - \exp(-0.5t/T)\} \cdot 2U \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 T は波周期、 U は2次 Stokes 波の水平流速を示す。 U の分布の与え方は、大山・灘岡 (1991) らと同様の方法を用いた。流体場 Γ での圧力 P は、ベルヌーイの圧力方程式によって得られる。

$$P = -\rho \left(\phi_t + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + gy \right) \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 ρ は流体密度、 g は重力加速度、 ϕ_t は速度ポ

* 正会員 (株) 藤塚研究所 研究員

** 正会員 Ph. D 大成建設(株) 土木設計部解析技術室 室長

テンシャルの時間偏微分を表わす。

自由表面 S_f では (3) 式において、大気圧を一定 ($P=0$) とする力学的境界条件が与えられる。開境界 S_0 (M. O. B.) 及び海底面 S_b では、次の境界条件が与えられる。

$$\phi_t + C \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad \text{on } S_0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S_b \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 C は波速を表わし、著者 (1991) らにより提案された方法により求める。又、 n は流体場より外向き法線方向を表わす。

次に、係留浮体の Sway 運動変位を ζ とすると、運動方程式は、次の様になる。

$$M \frac{d^2 \zeta}{dt^2} + K \zeta = -f \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 M, K は、質量、係留バネ定数を示す。 f は流体力を表わし、浮体浸水面 S_s で圧力積分することで得られる。

$$f = \int_{S_s} P n_x ds \quad \dots\dots\dots (7)$$

n_x は、法線方向と x 軸方向との方向余弦を表わす。浮体表面の境界条件は、浮体の運動速度より、次の様に表わされる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{d\zeta}{dt} \cdot n_x \quad \text{on } S_s \quad \dots\dots\dots (8)$$

2.2 浮体運動の計算アルゴリズム

Sway 運動変位 ζ は、時間のみの関数である。これを時間で Taylor 展開し、加速度が線形に変化すると仮定を用いることで、以下の式を得る。

$$\zeta' = \zeta + \Delta t \frac{d\zeta}{dt} + \frac{\Delta t^2}{3} \frac{d^2 \zeta}{dt^2} + \frac{\Delta t^2}{6} \frac{d^2 \zeta'}{dt^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{d\zeta'}{dt} = \frac{d\zeta}{dt} + \frac{\Delta t}{2} \frac{d^2 \zeta}{dt^2} + \frac{\Delta t}{2} \frac{d^2 \zeta'}{dt^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 Δt は微小時間を表わし、 ζ' は現在の時刻より Δt 時間後の Sway 運動変位を表わす。運動方程式 (6) 式が Δt 時間後で成立する式と考え、(9)、(10) 式を代入する。

$$M \frac{d^2 \zeta'}{dt^2} + \frac{\Delta t^2}{6} K \frac{d^2 \zeta'}{dt^2} + K a = -f' \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{ここに、} a = \zeta + \Delta t \frac{d\zeta}{dt} + \frac{\Delta t^2}{3} \frac{d^2 \zeta}{dt^2}$$

f' は Δt 時間後の流体力を表わす。(11) 式では、 f' が求まれば、運動が決定できる。しかしながら、 f' は浮体の運動によって決まるもので、現段階では未知量となる。そこで、現時刻での運動を既知とすると、 Δt 時間後の変位 ζ' を次式にて予測する。

$$\zeta' = \zeta + \Delta t \frac{d\zeta}{dt} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{d^2 \zeta}{dt^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

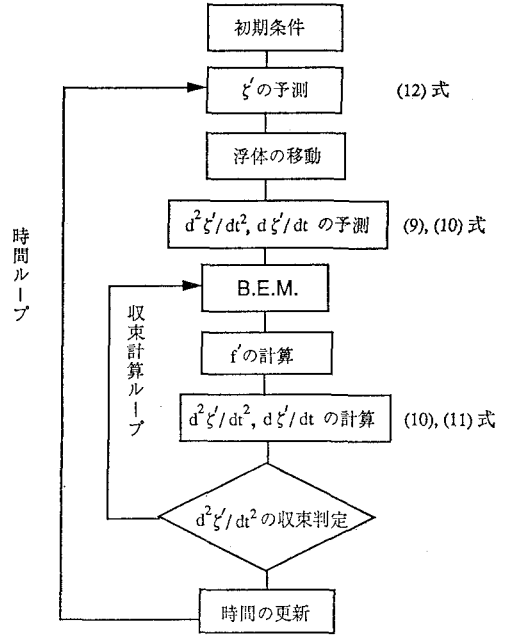


図-2 計算フローチャート

(12) 式の結果を (9)、(10) 式に代入することで、 Δt 時間後の運動が予測できたことになる。これより、(8) 式の境界条件が与えられ、流場が決定でき、流体力 f' が求められる。これを (11) 式に代入し、新たな $\frac{d^2 \zeta'}{dt^2}$ を求める。この過程を、 $\frac{d^2 \zeta'}{dt^2}$ が収束するまで行い、次の時刻へ進む。この過程をフローチャートで示したのが図-2 である。

2.3 浮体と自由表面の交点の扱い

浮体と自由表面の交点 Q については、次の条件を課す。

- ・浮体法線方向には、浮体運動と一致した運動をする。
- ・接線方向には、浮体表面に沿って運動する。
- ・自由表面の力学的境界条件を満足する。

運動は Sway のみなので、 Q 点の移動座標を次の様に置くことができる。

$$\zeta(t) = x \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\eta(x, t) = y \quad \dots\dots\dots (14)$$

現存の時刻より、 Δt 時間後の座標を ζ' 、 η' とし、その位置の速度ポテンシャルを ϕ' とすると、これらの値は、Lagrange 式記述での時間微分 D/Dt による Taylor 展開により次の様に求められる。Taylor 展開は 2 次オーダーまで考える。

$$\zeta' = \zeta + \Delta t \frac{D\zeta}{Dt} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{D^2 \zeta}{Dt^2} + \dots \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\eta' = \eta + \Delta t \frac{D\eta}{Dt} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{D^2 \eta}{Dt^2} + \dots \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\phi' = \phi + \Delta t \frac{D\phi}{Dt} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{D^2 \phi}{Dt^2} + \dots \quad \dots\dots\dots (17)$$

(15) 式は (12) 式と一致し、浮体の運動により決まる。

(14) 式を Lagrange 微分すると、

$$\frac{D\eta}{Dt} = v \quad (18)$$

ϕ についての Lagrange 微分は、次の様に表わされる。

その際、自由表面上の力学的境界条件を考慮する。

$$\frac{D\phi}{Dt} = -\frac{1}{2}(u^2 + v^2) - g\eta + \frac{d\zeta}{dt}u + \frac{D\eta}{Dt}v \quad (19)$$

Sway 運動のみを考える場合、Q 点の x 方向の水粒子速度は、浮体の Sway 運動と一致する。従って、

$$\frac{d\zeta}{dt} = u \quad (20)$$

(18), (20) 式を (19) 式に適用すると、

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 + v^2 \right\} - g\eta \quad (21)$$

(18), (21) 式にて、Taylor 展開の 1 次のオーダーまで求めたことになる。これらの式を更に微分する。

$$\frac{D^2\eta}{Dt^2} = v_t + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \quad (22)$$

v_t は時間偏微分を表わす。ここでは、Sway 運動のみを考えているので、 $\partial v / \partial x = \partial v / \partial y = 0$ となる。

従って、

$$\frac{D^2\eta}{Dt^2} = v_t \quad (23)$$

速度ポテンシャルの 2 次オーダーは、次の様になる。

$$\frac{D^2\phi}{Dt^2} = \frac{d\zeta}{dt} \frac{d^2\zeta}{dt^2} + vv_t - gv \quad (24)$$

以上で 2 次オーダーまでの微分値が求まり、(16), (17) 式に代入することで、Q 点の移動と移動後の速度ポテンシャルの値が求められる。

3. 数値計算

3.1 固定構造物に加わる漂流力

図-3 に示すモデルを用い、規則波での波漂流力の検証を行なう。図中 β 値は、著者 (1991) らにより提案された Nodal points の水平移動量を制御するパラメータである。本計算では、浮体近傍で 0 から 1 に線形に変化させた。これより、浮体の有限振幅運動により生ずる局所的な Nodal points の接近や離散は回避でき、長時間安定した計算が可能となる。検証では、運動量理論に基づいた野尻・村山 (1975) らの提案式と比較する。波周期を $T=8.0$ s として、波高を変えて比較したものを図-4 に示す。●が本理論による結果で、定常状態に至った段階から 3 周期間の流体力の平均値である。漂流力は 1 次流体力に比べ数パーセントと非常に小さい値であるが、良い一致を示し、本手法の高い精度を示している。

次に、周期 $T_1=8.0$ s, $T_2=7.1$ s, 波高 $H_1=H_2=0.8$

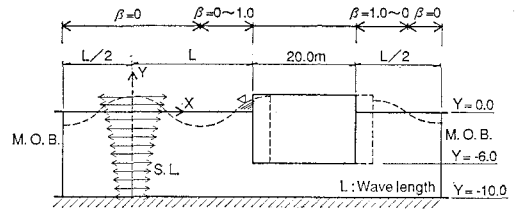


図-3 計算モデルと β 値

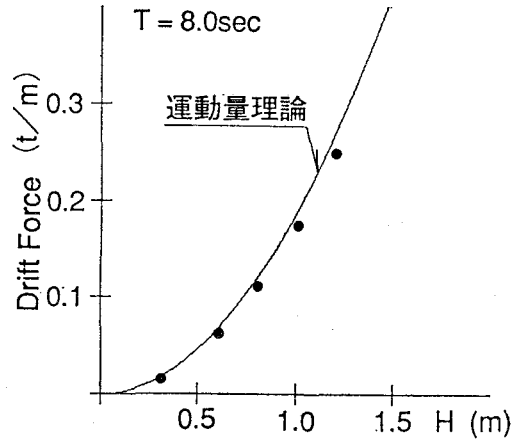


図-4 固定浮体に加わる漂流力

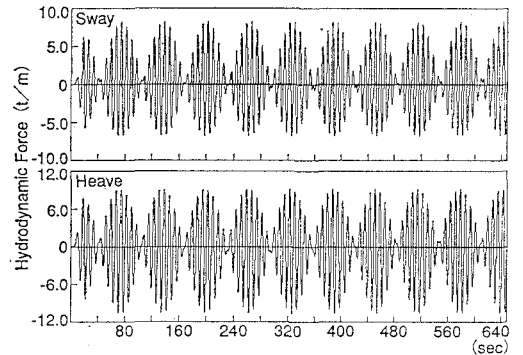


図-5 固定浮体に加わる流体力 (2 成分波)

m の 2 成分波による計算を行なう。Sway, Heave 流体力の時刻歴波形を図-5 に示す。それぞれ 2 成分波による包絡波形が現われている。又、長時間の計算であるが、極めて安定している。Heave 流体力の時刻歴波形から、水位の上下は見られず、開境界で質量輸送成分が正しく逸散していることが分かる。図-6 に Sway 流体力のフーリエスペクトルを示す。2 成分波の 1 次流体力以外に、2 次流体力、2 成分波の和、差成分がはっきり現われている。長周期動揺は長周期側に現われている差成分、即ち、変動漂流力により励起される。

3.2 係留浮体に加わる漂流力と長周期動揺

浮体形状、計算領域は固定時と同様とし、質量 $M=$

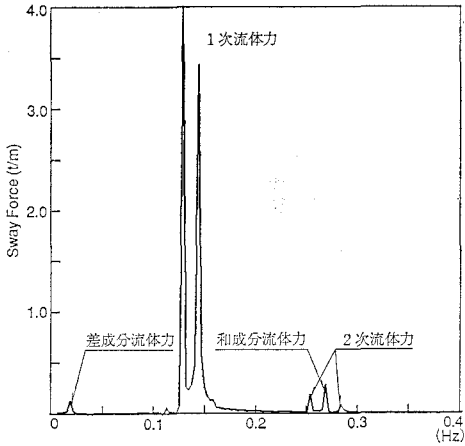


図-6 Sway 流体力のフーリエスペクトル

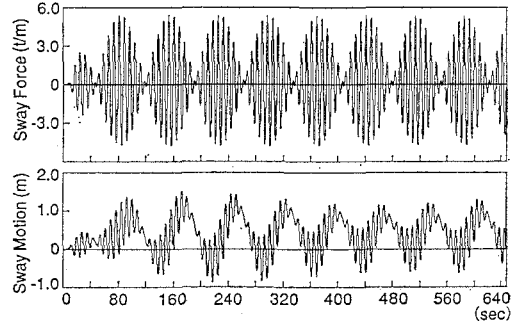


図-8 係留浮体に加わる Sway 流体力と動揺 (2成分波)

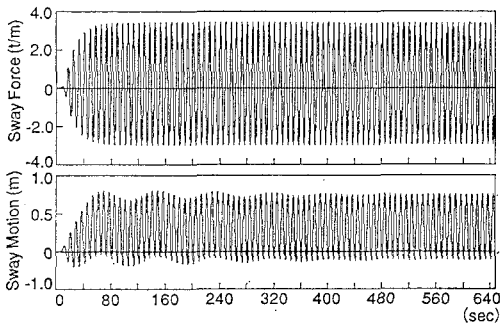


図-7 係留浮体に加わる Sway 流体力と動揺 (規則波)

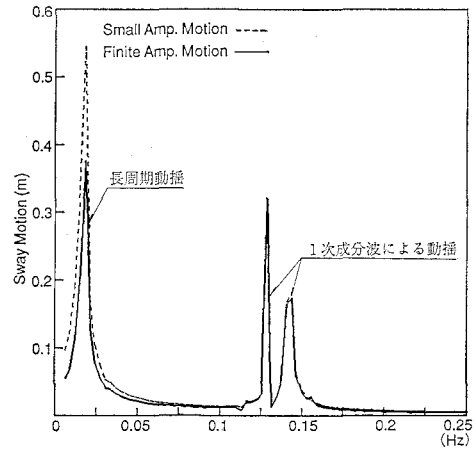


図-9 Sway 動揺のフーリエスペクトル

12.24 tf sec²/m (1.2×10^5 kg) 係留バネは $K=0.2$ tf/m (1.96 kN/m) で線形とする。波浪条件は、 $T=8.0$ s, $H=1.0$ m で、規則波による Sway 応答計算を行なう。Sway 流体力と応答変位の時刻歴波形を図-7 に示す。一般に造波初期に現われる長周期成分は固有周期動揺を励起させる。そこで(2)式に従って、Source 強度を除々に上げる工夫を行なった。しかし、固有周期動揺を完全に防ぐことはできなかった。又、1次成分波の流体力及び Sway 応答振幅値は、線形理論の結果と一致していた。応答変位図から、固有周期動揺が徐々に減衰しているのが分かる。数値計算上では、粘性減衰、索の構造減衰は一切考慮していないことから、この現象は、造波減衰及び波浪中での造波減衰の増分 (Wave Drift Damping) による効果と考えられる。

次に、周期 $T_1=8.0$ s, $T_2=7.2$ s, 波高 $H_1=H_2=0.8$ m の2成分波による計算を行なう。Sway 流体力と応答変位の時刻歴波形を図-8に示す。応答変位図より、造波初期の過渡期から差成分による周期的な応答へと変遷してゆく様子が分かる。図-9に応答変位のフーリエスペクトルを示す。スペクトル変換は、320 秒以降を対

象とした。図より、長周期動揺が1次成分波による応答を上回っている。これは、差成分流体力が共振点に近いこと、減衰が小さいことなどが原因であるが、実際の動揺量は、粘性減衰などの影響により、これより小さくなるものと考えられる。

3.3 有限振幅運動と微小振幅運動

運動を微小と仮定する方法は、従来より用いられているが、これは、周期運動の際の平均位置は変化しないとの考えに基づいている。長周期動揺は、1次の波周期動揺から見ると時間スケールが極めて長く、平均位置の移動を無視することはできない。即ち、長周期動揺を伴う浮体では、運動を微小とする考え方は実情に適合せず、流体力は時々刻々変化する浮体位置で計算される必要がある。ここでは、有限振幅運動と運動を微小と仮定した場合の比較を行ない、相違点を明かにする。微小振幅運動の計算は、波浪は Full nonlinear で、浮体位置を変化させず、浮体からの Source の強弱により運動を模擬する方法である。即ち、図-2 のフローチャード図の“浮体の移動”を除いたものと一致する。

図-10 に、規則波による漂流力を比較したものを示

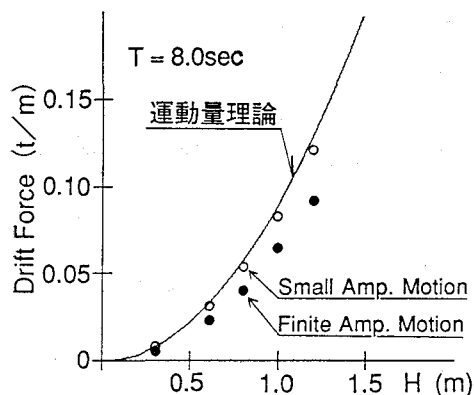


図-10 係留浮体に加わる漂流力

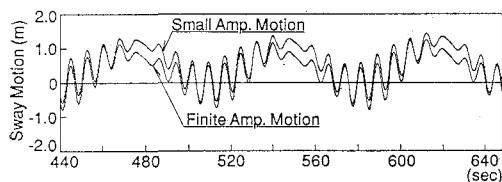


図-11 係留浮体の Sway 動揺 (2成分波)

す。漂流力は、初期の固有周期動揺が鎮静化した状態での流体力の平均値である。図より、運動を微小とした場合は、有限振幅運動と比べ漂流力が大きくなり又、その値は運動量理論と一致する。この時の1次の波周期流体力及び Sway 応答振幅は、有限振幅運動と微小振幅運動の相方で一致している。

次に、前述の2成分波による Sway 応答変位を比較したものを図-11に示す。図-9に、フーリエスペクトルによる比較を示す。これより、Sway 応答変位は、有限振幅運動の方が微小振幅運動より小さく現われ、その違いは長周期動揺の振幅のみに現われる。これらの比較より、有限振幅運動と微小振幅運動では、漂流力と長周期動揺のみに大きな相違として現われ、その値は、有限振幅運動の方が2～3割程小さい。本結果は、長周期動揺を算出する際、運動を微小とすることの問題点、及び有限振幅運動の必要性を示唆している。

4. 結 論

浮体の有限運動を含めた、Full nonlinear 波動場の時刻歴計算法を提案し、次の結論を得た。

- 1) 固定浮体に加わる定常波漂流力は、本手法により高い精度で計算できる。
- 2) 本手法は、長時間の計算でも極めて安定している。
- 3) 係留浮体に加わる定常波漂流力の計算で、運動量理論は、運動を微小とした場合と一致する。
- 4) 長周期動揺や波漂流力は、有限振幅運動の方が、微小振幅運動より2～3割程小さい。
- 5) 長周期動揺の計算では、有限振幅運動を考慮する必要がある。

今後、Heave, Roll を含めた3自由度への拡張、検証、及び、有限振幅運動の必要性について更に研究を進めたい。

参 考 文 献

- 新井新一 (1984): 不規則波での変動漂流力と留係浮体の左右揺に関する一計算, 関西造船協会誌, 第194号, pp. 75-84.
- 大山 巧・灘岡和夫 (1991): 非線形不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発, 土木学会論文集, No. 429/II-15, pp. 77-86.
- 経塚雄策 (1982): 2次元物体に働く非線形流体力について (第4報), 日本造船学会論文集, 第152号, pp. 148-158.
- 谷澤克治・沢田博史 (1990): 境界要素法による波浪中2次元浮体の非線形シミュレーション法について, 日本造船学会論文集, 第168号, pp. 221-226.
- 中村孝明・田中良弘 (1991): 吹き出し分布法による非線形波動場の発生と開境界処理, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 11-15.
- 野尻信弘・村山敬一 (1975): 規則波中の2次元浮体に働く漂流力に関する研究, 西部造船会会報, 第51号, pp. 131-152.
- Brorsen, M., H. I. Bundgaard (1990): Numerical model of the nonlinear interaction of waves and floating bodies, Coastal Eng., No. 238, pp. 3140-3151.
- Maruo, H. (1960): The drift of a body floating on waves, J. Ship Res., Vol. 4, No. 3, pp. 1-10.
- Pinkster, J. A. (1979): Mean and low frequency wave drifting forces on floating structures, Ocean Eng., Vol. 6, pp. 593-615.
- Vinje, T. and P. Brevig (1980): Nonlinear two-dimensional shipmotion, SIS Report, Norwegian Ins. of Technology.