

ポテンシャル接続法の選点解法による 3次元波動境界値問題解析法

吉田明徳*・村上啓介**・小野雅人***

1. ま え が き

構造物と波との相互干渉に関する、3次元境界値問題におけるポテンシャル接続法の適用は、流体域を仮想の境界面によって、上面と下面が水平で側面が鉛直な、複数の流体域に分割できる場合に限られるけれども、有限要素法や境界要素法（特異点分布法）に較べると、より解析的で精度の良い解が得られ、また、数値計算に要する計算機の記憶容量と計算時間が小さくて済む利点がある。しかし、従来の解法で固有関数に関する積分演算をおこなうため、一般に理論式の展開とその表示が煩雑である。そのためか、適用例の多くは簡単な形状の構造物でかつ線形問題の場合に限られていた。著者らは、2次元の波動境界値問題において、固有関数に関する積分演算を行うことなく解が得られる、きわめて簡単な解析法（選点解法）を提案し、ついで、それをストークス波に関する非線形波動境界値問題の解析に拡張して、選点解法の有用性を示した（吉田・小島・鶴本, 1990, 1991）。本研究は、この選点解法を3次元の波動境界値問題に拡張し、その妥当性を検討した結果について述べるものである。

2. 理論解析

2.1 基本仮定

図-1に示すように、一定水深 h の海域に、単一の没水水平版（没水深 qh , $0 < q < 1$ ）があり、これに対し角周波数 σ 、振幅 ζ_0 の微小振幅波が柱体に x 軸と θ の角度をなして入射する場合を取り扱う。したがって、分割流体域は、自由表面を有する領域 (1)、水平版上の領域 (2) および水平版下の領域 (3) の3領域になる。なお、没水水平版を対象に理論式の展開を行っているが、浮体（吃水 qh ）を取り扱う場合には、領域 (2) がないものとして取り扱えばよく、また潜堤（天端水深 qh ）の場合には、領域 (3) がないものとして取り扱えばよいから、以下の理論式はこれらの場合も含んでいる。各領

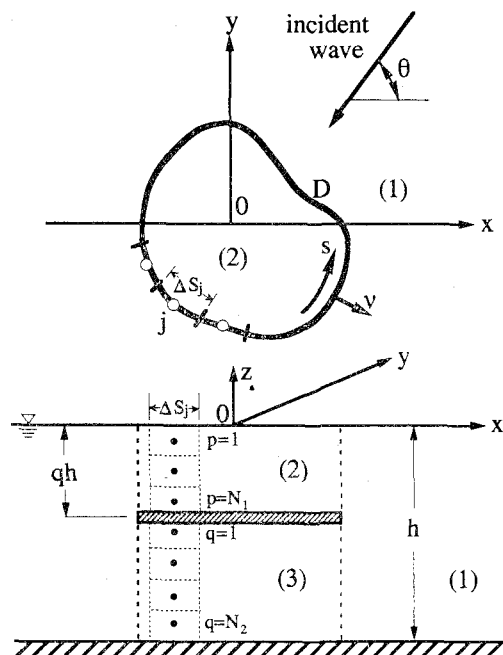


図-1 計算領域の分割と境界面上の選点

域において、速度ポテンシャルはそれぞれ次式で表さる（井島ら, 1974）。

$$\Phi_1(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left\{ \phi_I(x, y) Z_0(z) + \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(x, y) Z_n(z) \right\} e^{-i\sigma t} \dots (1)$$

$$\Phi_2(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \phi'_m(x, y) Z'_m(z) \right\} e^{-i\sigma t} \dots (2)$$

$$\Phi_3(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \varphi_s(x, y) Y_s(z) \right\} e^{-i\sigma t} \dots (3)$$

ただし、 g は重力加速度、 i は虚数 $\sqrt{-1}$ で、関数 $Z_n(z)$, $Z'_m(z)$, $Y_s(z)$ は、式 (4), (5), (6) で与えられる固有関数である。

$$Z_n(z) = \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots (4)$$

$$Z'_m(z) = \frac{\cos k'_m(z+qh)}{\cos k'_m qh} \quad (m=0, 1, 2, \dots) \dots (5)$$

* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学科

** 正会員 工修 九州大学助手 工学部水工土木学科

*** 正会員 工修 水資源開発公団

$$\left. \begin{aligned} Y_s(z) &= \cos \bar{s}(z+qh) \\ \bar{s} &= \frac{\pi p}{(1-q)h} \quad (s=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

式(4), (5)中の k_n 及び k_m' は $n=0, m=0$ の場合はそれぞれ、虚数 $ik, ik', n \neq 0, m \neq 0$ の場合は実数 k_n, k_m' と定義して式(7), (8)の根で与えられる。

$$\frac{\sigma^2 h}{g} = -k_n h \tan k_n h \quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\sigma^2 q h}{g} = -k'_m q h \tan k'_m q h \quad (m=0, 1, 2, \dots) \dots\dots\dots (8)$$

式(1), (2), (3)中の関数 $\phi_n(x, y)$, $\phi_m'(x, y)$, $\varphi_s(x, y)$ は、速度ポテンシャルがLaplaceの式を満足すべきことより、それぞれ $k_n^2, k_m'^2, \bar{s}^2$ を常数とするHelmholtzの方程式を満足すべき関数(以後ポテンシャル関数と呼ぶ)である。また、式(1)中の $\phi_I(x, y)$ は次式で表される入射波のポテンシャル関数である。

$$\phi_I(x, y) = i \exp \{-i(kx \cos \theta + ky \sin \theta)\} \dots\dots\dots (9)$$

x - y 平面における領域(1)と領域(2)および(3)の境界線を、図-1に示すように D で表し、領域(1)に対する内向き法線を ν とする。このとき、領域(1), (2), (3)のポテンシャル関数 $\phi_n(X)$, $\phi_m'(X)$, $\varphi_s(X)$ はグリーンの定理によりそれぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} \phi_n(X) &= \int_D \left\{ \phi_n(X_b) \frac{\partial}{\partial \nu} G_n(r) \right. \\ &\quad \left. - G_n(r) \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_n(X_b) \right\} ds \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_m'(X) &= \int_D \left\{ \phi_m'(X_b) \frac{\partial}{\partial \nu} G'_m(r) \right. \\ &\quad \left. - G'_m(r) \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_m'(X_b) \right\} ds \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_s(X) &= \int_D \left\{ \varphi_s(X_b) \frac{\partial}{\partial \nu} E_s(r) \right. \\ &\quad \left. - E_s(r) \frac{\partial}{\partial \nu} \varphi_s(X_b) \right\} ds \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

式(10), (11), (12)において、 X は領域内の任意点 (x, y) , X_b は境界線上の点 (x_b, y_b) を意味し、 r は X と X_b 間の距離で $G_n(r)$, $G'_m(r)$, $E_s(r)$ は、それぞれ $\phi_n, \phi_m', \varphi_s$ に関するHelmholtzの方程式の特解より成る関数である(吉田・村上, 1987a)。

2.2 境界面での連続条件

領域(1)と領域(2)および領域(1)と領域(3)の境界面での流体運動の連続条件より、速度ポテンシャルは次式を満足しなければならない。

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \nu} = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \nu} & (-qh < z < 0) \\ \frac{\partial \Phi_3}{\partial \nu} & (-h < z < -qh) \end{cases} \dots\dots\dots (13)$$

$$\Phi_1 = \begin{cases} \Phi_2 & (-qh < z < 0) \\ \Phi_3 & (-h < z < -qh) \end{cases} \dots\dots\dots (14)$$

式(13), (14)に式(1), (2), (3)を代入すると、 $\phi_n, \phi_m', \varphi_s$ に関する次式を得る。

$$\begin{aligned} \phi_I(X_b)Z_0(z) + \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(X_b)Z_n(z) \\ = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} \phi'_m(X_b)Z'_m(z) \\ \sum_{s=0}^{\infty} \varphi_s(X_b)Y_s(z) \end{cases} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_I(X_b)Z_0(z) + \sum_{n=0}^{\infty} \bar{\phi}_n(X_b)Z_n(z) \\ = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\phi}'_m(X_b)Z'_m(z) \\ \sum_{s=0}^{\infty} \bar{\varphi}_s(X_b)Y_s(z) \end{cases} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ただし、 $\bar{\phi}_n = \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_n$, $\bar{\phi}'_m = \frac{\partial}{\partial \nu} \phi'_m$, $\bar{\varphi}_s = \frac{\partial}{\partial \nu} \varphi_s$ を意味する。

式(10)で、領域内の任意点 (X) が境界線 D 上の点である場合を考えると、式(10)は、境界線上でのポテンシャル関数 ϕ_n とその法線微分 $\bar{\phi}_n$ との関係を規定する式を与える。これは式(11), (12)についても同様である。一方、式(15)と(16)は、境界線 D において、隣あう領域のポテンシャル関数の間で成り立つべき関係と、ポテンシャル関数の法線微分の間で成り立つべき関係を規定する。したがって、点 (X) が境界線 D にある場合の式(10), (11), (12)と、式(15), (16)を同時に満足する境界線 D 上のポテンシャル関数およびそれらの法線微分の値を求めることが出来れば、領域内の任意点 (X) でのポテンシャル関数が式(10), (11), (12)より決まり、式(1), (2), (3)式より、各領域の速度ポテンシャルが決まる。

2.3 数値計算法

式(10), (11), (12), (15), (16)を解析的に解くことができないため数値的に解くことになる。なお、これ以後、 $x, y, z, \nu, \dots$ 等の変数は基準量(水深 h)によって無次元化した無次元量、 $x=x/h$, $y=y/h$, $z=z/h$, $k=kh$, $\nu=\nu/h$, $\bar{\phi}=\partial\phi/\partial(\nu/h)$, $\dots$ を表すものとする。

図-1に示すように境界線 D を N 個の小要素 AS_j ($j=1, 2, \dots, N$)に分割し、点 (X) が、境界要素 AS_i の中点 $(i)=(x_i, y_i)$ である場合について、式(10), (11), (12)を離散化して表すと次式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N (\bar{G}_{nij} - \delta_{ij}) \phi_n(j) - \sum_{j=1}^N G_{nij} \bar{\phi}_n(j) &= 0 \dots\dots\dots (17) \\ (n=0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N (\bar{G}'_{mij} - \delta_{ij}) \phi'_m(j) - \sum_{j=1}^N G'_{mij} \bar{\phi}'_m(j) &= 0 \dots\dots\dots (18) \\ (m=0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^N (\bar{E}_{sij} - \delta_{ij}) \varphi_s(j) - \sum_{j=1}^N E_{sij} \bar{\varphi}_s(j) = 0 \quad \dots\dots (19)$$

$$(s=0, 1, 2, \dots)$$

上式は、各 i 点 ($i=1, 2, \dots, N$) で成り立つ。 $\phi(j)$, $\bar{\phi}(j), \dots$ 等は、要素 ΔS_j 上の中点 ($j=(x_j, y_j)$) における値を意味し、要素上では一定値を取るものと仮定している。 G_{nij} , $\bar{G}_{nij}, \dots$ は関数 $G_n(r)$, $\bar{G}_n(r), \dots$ の ΔS_j に関する積分値で、その数値算定式は参考文献 (吉田・村上, 1987 b) に述べている。

a) 従来の解法

関数 $Z_n(z)$, $Z_m'(z)$ はそれぞれ ($-h < z < 0$), ($-qh < z < 0$) で、また関数 $Y_s(z)$ は ($-h < z < -qh$) で直交性を有する。そこで、式 (15) の両辺に $\cos k_m'(z + qh)$ をかけて z について ($-qh < z < 0$) 間で、また $\cos \bar{s}(z + qh)$ をかけて ($-h < z < -qh$) 間の積分を行う。一方、式 (16) の両辺に $\cos k_n(z + h)$ をかけて z について ($-h < z < 0$) 間の積分を行うと、 D における境界条件式として次式を得る。

$$\phi_n'(j) = P_m^{(n)} \phi_I(j) + \sum_{n=0}^{\infty} P_m^{(n)} \phi_n(j) \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\varphi_s(j) = \varepsilon_s F_s^{(0)} \phi_I(j) + \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_s F_s^{(n)} \phi_n(j) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\bar{\phi}_n(j) = \alpha_n \bar{\phi}_I(j) + \sum_{m=0}^{\infty} Q_m^{(n)} \bar{\phi}_m'(j) + \sum_{s=0}^{\infty} F_s^{(n)} B_n \bar{\varphi}_s(j) \quad \dots\dots\dots (22)$$

上式中の係数 ε_s , α_n , $F_s^{(n)}$, B_n , $P_m^{(n)}$, $Q_m^{(n)}$ は、各積分演算から求まる n, s, k_n, k_n' に関する定数である (吉田ら, 1987 b)。

ポテンシャルの級数項をそれぞれ有限項 n^*, m^*, s^* で打ち切るものとする。式 (17), (18), (19) と、式 (20), (21), (22) は、それぞれ $\phi_n(j)$, $\bar{\phi}_n(i)$, $\phi_m'(j)$, $\bar{\phi}_m'(j)$, $\varphi_s(j)$, $\bar{\varphi}_s(j)$ に関する $N \cdot (n^* + m^* + s^* + 3)$ 個の一次関係式を与える。したがってこれらを連立して解けば、各境界要素に関してポテンシャル関数とその法線微分の値が決まることになる。ただし、すべての未知数を同時に解くと連立方程式の係数マトリクスが大きくなるため、普通は式 (20), (21), (22) を式 (17), (18), (10) に代入し、あらかじめ解析的に、 $\bar{\phi}_n(j)$, $\phi_m'(j)$, $\varphi_s(j)$ を消去して、 $\phi_n(j)$, $\bar{\phi}_m'(j)$, $\bar{\varphi}_s(j)$ に関する連立一次方程式を解くことになる。

b) 選点解法

選点解法では、2次元問題において示した様に (吉田ら, 1990)、境界面上の異なる z の値の計算点 (選点) を取り、その選点上のみで式 (15), (16) が直接成り立つことを規定することによって、ポテンシャル関数の一次関係式を得る。いま、図-1 に示すように境界線 D 上の境界要素 ΔS_j の幅の境界面を、鉛直方向に等間隔に

分割してできる矩形の面要素の中点を選点に取り、その z 座標を、領域 (1) と領域 (2) の境界面では z_p ($p=1, 2, \dots, N_1$)、領域 (1) と領域 (3) の境界面では z_q ($q=1, 2, \dots, N_2$) と表すものとする。ここで、境界条件式 (15), (16) が、面要素の選点においてのみ成り立つものとする次式を得る。

$$\sum_{n=0}^{\infty} Z_n(z_p) \phi_n(j) - \sum_{m=0}^{\infty} Z_m'(z_p) \phi_m'(j) = -Z_0(z_p) \phi_I(j) \quad (p=1, 2, \dots, N_1) \quad \dots\dots (23)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} Z_n(z_q) \phi_n(j) - \sum_{s=0}^{\infty} Y_s(z_q) \varphi_s(j) = -Z_0(z_q) \phi_I(j) \quad (q=1, 2, \dots, N_2) \quad \dots\dots (24)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} Z_n(z_p) \bar{\phi}_n(j) - \sum_{m=0}^{\infty} Z_m'(z_p) \bar{\phi}_m'(j) = -Z_0(z_p) \bar{\phi}_I(j) \quad (p=1, 2, \dots, N_1) \quad \dots\dots (25)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} Z_n(z_q) \bar{\phi}_n(j) - \sum_{s=0}^{\infty} Y_s(z_q) \bar{\varphi}_s(j) = -Z_0(z_q) \bar{\phi}_I(j) \quad (q=1, 2, \dots, N_2) \quad \dots\dots (26)$$

式 (23), (24), (25), (26) は、境界要素上のポテンシャル関数とその法線微分に関する $N \cdot (2N_1 + 2N_2)$ 個の一次関係式を与える。したがって、 $(2N_1 + 2N_2) = (n^* + m^* + s^* + 3)$ に取れば、式 (17), (18), (19) と式 (23), (24), (25), (26) は、境界要素上のポテンシャル関数とその法線微分に関する連立一次方程式を与えることになる。実際には、従来の解法の場合と同様、あらかじめ解析的に未知数を半分消去して得られる連立一次方程式を解くことになる。本文では、式 (17), (18), (19) より得られる $\bar{\phi}_n(j)$ と $\phi_n(j)$, $\bar{\phi}_m'(j)$ と $\phi_m'(j)$, $\bar{\varphi}_s(j)$ と $\varphi_s(j)$ の関係を式 (25), (26) に代入して $\bar{\phi}_n(j)$, $\bar{\phi}_m'(j)$, $\bar{\varphi}_s(j)$ を消去した後、 $\phi_n(j)$, $\phi_m'(j)$, $\varphi_s(j)$ に関する $N \cdot \{(n^* + 1) + (m^* + 1) + (s^* + 1)\}$ 個の連立一次方程式を解いた。

2.4 諸量の算定

領域内の任意点 X における水面変動を $\zeta(X) \exp(-i\omega t)$ とすると、領域 (1) および領域 (2) における $\zeta(X)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\zeta(X)/\zeta_0 = \left| \phi_I(X) + \sum_{n=0}^{n^*} \phi_n(X) \right| \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\zeta(X)/\zeta_0 = \left| \sum_{m=0}^{m^*} \phi_m'(X) \right| \quad \dots\dots\dots (28)$$

水平版の上面に作用する鉛直波力を $F_s^{(2)} \exp(-i\omega t)$, 水平版の下面に作用する鉛直波力を $F_s^{(3)} \exp(-i\omega t)$ で表すと、 $F_s^{(2)}$, $F_s^{(3)}$ は次式で表される。

$$\frac{F_s^{(2)}}{\rho g \zeta_0 h^2} = 2i \sum_{m=0}^{m^*} \iint_A \phi_m'(x, y) dx dy \quad \dots\dots (29)$$

$$\frac{F_s^{(3)}}{\rho g \zeta_0 h^2} = 2i \sum_{s=0}^{s^*} \iint_A \varphi_s(x, y) dx dy \quad \dots\dots (30)$$

ただし、 $\iint_A (\) dx dy$ は水平版上面および下面についての面積分を意味し、数値計算では M 個に分割した

面要素 $\Delta\alpha_p$ ($p=1\sim M$) とその中点の座標 $X_p(x_p, y_p)$ におけるポテンシャル関数の積で算定する. 領域(2)あるいは領域(3)が流体でなく不透過な柱体で占められている場合(浮体あるいは潜堤等), 柱体に作用する水平波力 F_y は次式で算定される.

$$\frac{F_y}{\rho g \zeta_0 h^2} = 2i \sum_{n=0}^{n^*} \int_{z_1}^{z_2} \int_D \phi_n(x, y) Z_n(z) ds dz \quad \dots\dots\dots (31)$$

変数 z の積分範囲 $z_1 < z < z_2$ は浮体の場合は $-qh < z < 0$, 潜堤の場合は $-h < z < -qh$ である. 境界面における連続条件の二乗誤差について, ポテンシャルの二乗誤差を ϵ_p^2 , ポテンシャルの法線微分の二乗誤差を ϵ_n^2 とすると, $\epsilon_p^2, \epsilon_n^2$ はそれぞれ次式で与えられる.

$$\epsilon_p^2 = \sum_{j=1}^N \left[\int_{-h}^{-qh} \{ \phi_1 - \phi_3 \}^2 dz + \int_{-qh}^0 \{ \phi_1 - \phi_2 \}^2 dz \right] \Delta S_j \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\epsilon_n^2 = \sum_{j=1}^N \left[\int_{-h}^{-qh} \{ \bar{\phi}_1 - \bar{\phi}_3 \}^2 dz + \int_{-qh}^0 \{ \bar{\phi}_1 - \bar{\phi}_2 \}^2 dz \right] \Delta S_j \quad \dots\dots\dots (33)$$

3. 数値計算結果と考察

選点解法における選点の配置, および選点の個数と対応する領域のポテンシャルの級数項の関係については, 2次元問題について得られた結果(吉田ら, 1990)がそのまま成り立つものと推測されるから, 本解析においても, 選点の配置は境界面によらず水面から水底まで, 鉛直線上に等間隔(面要素の中点)に取り, ポテンシャルの級数項の打ち切り項数と, 対応する領域の境界面上の選点の鉛直方向の分割個数は一致するように取っている(すなわち $n^*+1=N_1+N_2$, $m^*+1=N_1$, $s^*+1=N_2$). また, 境界要素の大きさは水深のほぼ2割 ($\Delta S_j/h=0.2$) になるように分割し, 選点の個数はほぼ10~15に取って計算を行った.

なお, 断面形状が円形の場合には, 式(10), (11), (12)のグリーンの式を用いることなく速度ポテンシャルの一般解(井島・田淵・湯村, 1972)が得られるからこの一般解表示に選点解法を用いると, 積分方程式(グリーンの式)を数値的に解く際に生じる離散化誤差のない, より解析的な解(以下, 厳密解と呼ぶ)を得ることができる. 本論文では, これについても解析を行い, 従来の解法および選点解法と厳密解との比較も行った.

図-2は水面に固定した円形浮体($B/h=2.0$, $q=0.25$)について, 浮体近傍の波高分布($kh=1.0$)を示している. 図中実線で示したのが厳密解, 破線が選点解法による解を表しており, 両解法による解は極めて良い一致を示している.

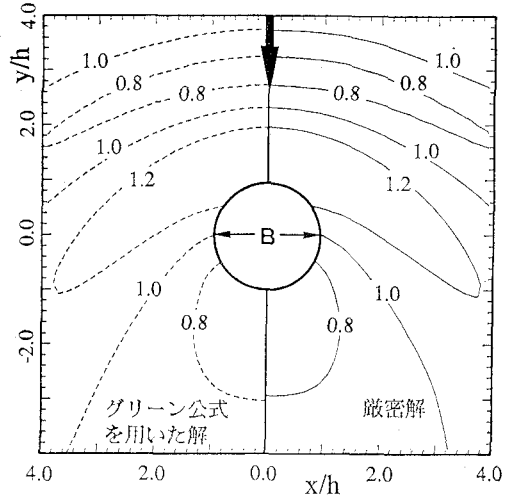


図-2 厳密解と選点解法(グリーン公式)による解の比較(半没水柱体, $B/h=2.0$, $q=0.25$, $kh=1.0$)

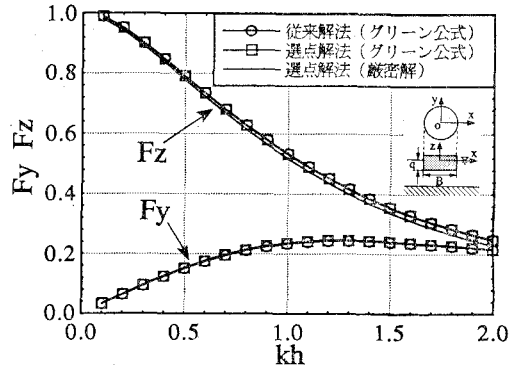


図-3 柱体に作用する波力(半没水柱体, $B/h=2.0$, $q=0.25$)

図-3は水面に固定した円形浮体($B/h=2.0$, $q=0.25$)について, 従来解法と選点解法より求めた鉛直波力と水平波力をそれぞれ比較したもので, 鉛直壁に作用する重複波の波力 $\rho g \zeta_0 B h [\tanh kh / kh]$ との比で示している. これより, 従来解法による解と選点解法による解は, 鉛直波力と水平波力ともきわめて良く一致していることがわかる. また, 厳密解と比較しても, 水平波力についてはほぼ一致しており, 鉛直波力については両者の解に若干の相違が見られるもののその差の程度は小さい. なお, 鉛直波力の算定において, 厳密解では底面の圧力積分を解析的におこなえるが, グリーン公式を用いる場合には数値的に積分せざるをえない. 図-3のグリーン公式を用いる解と厳密解との差はこのことにもよると考えられる. しかも, グリーン公式を用いる解法では, 境界に近い計算点ではポテンシャルの算定値が特異性を示すことから, 鉛直波力の算定精度をあげるために, 単に底面の分割要素を小さくすると逆に精度が悪く

なる場合が起こり得る。本解析では、面要素の中心 X_p が境界線近くにある場合には、底面中心と X_p とを結ぶ線上で、中心からの距離 r が $r/(B/2)=0.9$ の点でのポテンシャル値を算定し、その値と X_p と最も近い境界要素のポテンシャル値とで直線補間を行って、面要素の中心 X_p のポテンシャル値を与えて鉛直波力を算定している。

波力のような線形量の算定に対しては、ポテンシャルの級数項の大きな所の係数が寄与する割合は比較的小さい。しかし、ポテンシャルの微分量である流速の算定値や、その二乗等の非線形量の算定値には、級数項の大きな所の係数の差が大きく影響することになる。したがって、ここには示していないが、境界面上の流速分布に関しては選点解法と従来の解法とは波力の算定値ほどは一致しない。いずれの解法がより厳密な解を与えているかは、境界面における連続条件の満足の程度によって判断することができると考えられる。図-4 に円形浮体 ($B/h=2.0$, $q=0.25$) の場合の境界面における流速の二乗誤差を示している。これより、グリーン公式を用いる選点解法は厳密解よりは二乗誤差が大きいとその差は小さい。しかも従来の解法に比べると、入射波の波長

(kh) によらず選点解法の方が流速の二乗誤差は常に小さい。なお、本文に示してはいないが、ポテンシャルの二乗誤差は、解法にかかわらず、流速の二乗誤差に比べてはるかに小さくほぼ 0 と見なせる。

図-5 は、選点解法を用いて複列の矩形水平版 ($B/h=5$, $D/h=2$ の水平版を水深の 2 割の間隔において設置) の近傍の波の散乱の様子を示したものである。選点解法によればこのような複数の構造物がある場合の解析もきわめて簡潔である。

4. あとがき

2 次元問題において示したポテンシャル接続法の選点解法を 3 次元問題に対して適用し、その妥当性を検討した結果、固有関数についての積分演算を必要とする従来の解法に較べて精度の良い解が得られることがわかった。固定でかつ単一の浮体や潜堤などを対象とする限り、従来解法による解析でもそれほど煩雑ではない。しかし、浪波中の動揺構造物を対象とする場合、あるいは複数の構造物を対象とする場合には、理論式の展開と計算プログラムが従来解法では恐ろしく煩雑になるのに対し、選点解法では特に煩雑さが増えることもなく、理論式と計算プログラムはきわめて簡単明瞭である点が大きな利点である。さらに、波と構造物との非線形干渉の解析に拡張することを考えると、1 次解 (線形解) の精度が 2 次の解の精度に大きく影響するため、できるだけ精度のよい 1 次解を得る必要がある。しかも、理論式の展開も線形の場合に較べて非線形解析では著しく煩雑となるから、従来の解法では理論式の展開が煩雑すぎて、非線形問題への適用は実質的には困難であるが、選点解法によればこれらの煩雑さを除くことが可能で、これについてはさらに研究を進める予定である。

参考文献

- 井島武士・湯村やす・周 宋仁・吉田明徳 (1974): 水底および水面付近の任意断面の固定柱状体による波の散乱と波力, 土木学会論文報告集, 第 228 号, pp. 29-43.
- 井島武士・田淵幹修・湯村やす (1972): 有限水深の波による円柱状浮体の運動, 土木学会論文報告集, 第 206 号, pp. 71-84.
- 吉田明徳・村上啓介 (1987a): 没水および半没水柱体列による波の散乱の解析法, 第 34 回海岸工学講演会論文集, pp. 586-590.
- 吉田明徳・村上啓介 (1987b): 半没水柱体列による波の散乱と波力, 九大工学集報, 第 60 巻, 第 5 号, pp. 587-596.
- 吉田明徳・小島治幸・鶴本良博 (1990): 波動境界値問題におけるポテンシャル接続法の選点解法, 土木学会論文集, 第 417 号, pp. 265-274.
- 吉田明徳・小島治幸・鶴本良博 (1991): ポテンシャル接続法 (選点解法) によるストークス波と構造物の非線形波動境界値問題解析法, 土木学会論文集, 第 434 号, pp. 57-66.

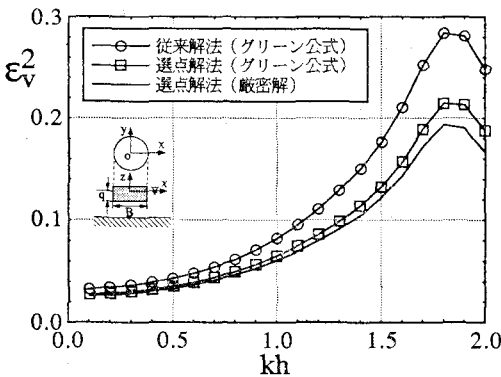


図-4 境界面での流速の二乗誤差 (半没水柱体, $B/h=2.0$, $q=0.25$)

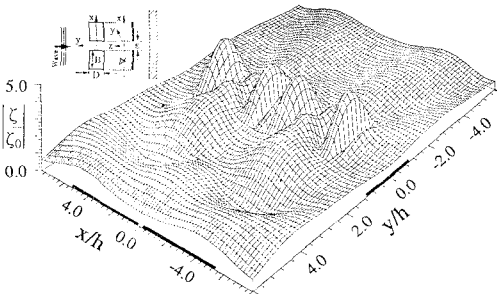


図-5 複列水平版近傍の波の散乱 ($B/h=5.0$, $D/h=2.0$, $\epsilon/h=0.2$)