

スリットにおけるエネルギー損失効果を考慮した 柱体列作用波力の算定

角野昇八*・重松孝昌**・仲田義弘***

1. 緒 言

柱体の列を構成要素にもつ海岸構造物の例は縦スリット消波工など数多くみられ、海岸や港湾、海洋構造物として、あるいはその主要構成要素として重要な役割を担っている。したがってその作用波力の正確な算定手法の確立が設計上の観点から重要となる。柱体列への作用波力に関する解析的研究の例は既にいくつかみられる(Spring・Monkmeyer, 1975; Massel, 1976; 吉田・飯田, 1986; 中村, 1990)。しかるにそれらのほとんどはポテンシャル論的な解析にとどまり、スリットでの渦の剝離にともなう粘性減衰の効果は考慮されていない。しかし一般に、柱体列への作用波力にはポテンシャル論的成分にくわえてスリットでの粘性減衰成分が無視できなくなる大きさを占めるものと予想され、この効果の正確な評価なくしては柱体列作用波力の実態を掴めたとはいえないであろう。ところで、この効果の導入を試みた研究はわずかに中村(1990)にみられるに過ぎず、しかも確実な手法が確立されたとはまだいえない状況にあるようにみえる。以上の点以外にも、対象の断面が円柱列に限られていたり、あるいは煩雑な計算を必要とするなどの弱点もあった。

本研究は、波長に比べて小さな断面である必要はあるものの、任意の断面の柱体列に作用する波力をスリットにおけるエネルギー損失効果も考慮しつつ理論解析して、その正確で簡便な評価法の確立を目的とするものである。また本研究では、柱体列による波の透過・反射現象の理論解析の過程で求められる速度ポテンシャルおよび理論へのエネルギー損失効果の導入手法を適用することによって波力の算定式を誘導するとともに算定式中の係数値として透過・反射現象に対するのと同じ値を用いる。したがって理論値と実験値との比較から本理論の妥当性の確認とともに、波力と透過、反射などの柱体列周辺の波動現象に関わる諸現象が本理論によって統一的に記述できることを確認することも目的とする。

2. 理 論

(1) 柱体列周辺の速度ポテンシャル

柱体列による波の透過と反射現象に関する解析理論を既に提案した(角野・小田, 1986)。理論の概要は、全領域を柱体列より離れた外部領域と柱体列近傍の内部領域に分けて漸近展開接合法を適用して解析するものである。その際、全領域の支配方程式である2次元のヘルムホルツの方程式は外部領域のみに考え、内部領域ではヘルムホルツの方程式中的一项を省略した2次元のラプラスの方程式を課していた。内部領域における支配方程式中のこの省略操作によってはわずかの理論的誤差が生ずることになるが、従来の手法では得られた解析結果の式に補正項を付加し、それを既往の別の理論や実験値と比較することによって評価して、最終的に実用上問題のない結果を得るようにしていた。しかるに最近、摂動法の手法を導入することによってこの不確定さをかなり払拭することができ、従来の理論に理論的裏付けのある摂動項をくわえて理論をより厳密なものにするとともに現象の理解をより明確にすることができた(Kakuno・Liu, 1991)。この結果による速度ポテンシャル

$$\phi = [gH/2\omega] \phi(x, y) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \exp(-i\omega t)$$

の平面座標の項 ϕ は、岸、沖側に対して、微小パラメター kB の2次までの項として、

$$\begin{aligned} \phi_+ &= T \exp(ikx) \\ &= \left[\frac{1}{1-ikC} + (kB)iM - (kB)^2 M^2 \right] \exp(ikx) \quad (x > 0) \quad \dots\dots\dots (1a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_- &= \exp(ikx) + R \exp(-ikx) \\ &= \exp(ikx) + \left[\frac{ikC}{ikC-1} + (kB)iM - (kB)^2 M^2 \right] \\ &\quad \cdot \exp(-ikx) \quad (x < 0) \quad \dots\dots\dots (1b) \end{aligned}$$

と表される。ただし、 x 軸、 y 軸、 z 軸をそれぞれ波向き、柱体列、鉛直上向きにとり、 g : 重力加速度、 H : 波高、 k : 波数、 h : 水深、 ω : 角振動数である。また、 T 、 R はそれぞれ複素透過率、複素反射率であり、 i : 虚数単位、 B : 隣接柱体間隔の $1/2$ である。 M は柱体

* 正会員 工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科

*** 学生員 大阪市立大学大学院 工学研究科

の断面から決定される定数で、

$$M = -S/B^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

である。ここに S は柱体断面面積の1/2、さらに C は

$$C = C_R + iC_I \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。ここに C_R は閉塞係数 (blockage coefficient) とよばれ、列の慣性抵抗を表す係数であり、断面形状のみによって純理論的に決定することができる。また、 C_I は柱体間流速の1乗に比例する形の抵抗の係数であり、同流速の2乗に比例する形のエネルギー損失の係数 f とは以下の式で結びつけられている。

$$\frac{C_I}{B} = \frac{4}{9\pi} \frac{\sinh^2 kh + 3}{(a/B)^2 (\sinh 2kh + 2kh)} |T| \frac{L}{B} \frac{H}{L} f \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 L は波長、 a は開口幅の1/2 (a/B は開口率) である。

以上より、列断面形状が与えられれば C_R が理論的に算定され、この値と実験的に決定される f を知ることでによりエネルギー損失を考慮した速度ポテンシャルが確定されることになる。その際、 $f=0$ ($C_I=0$) とおくことによりポテンシャル理論による値を求めることができる。閉塞係数 C_R については、角柱列および円柱列、平板列の解の形が既に求められている (角野・小田, 1986)。ひし形柱体列に対しても境界積分法を適用して最近その値を求めた (角野・仲田・藤原, 1992; 角野・仲田, 1992)。図-1 は、各種の断面柱体列の閉塞係数の値を E で無次元化したものを開口率 a/B の関数として示したものである。正方形断面角柱列のものが最大であり、円柱列のものがそれに次ぎ、正方形断面ひし形角柱列と平板列のものはかなり小さいことがわかる。慣性抵抗の順序もこれと同じものとなる。

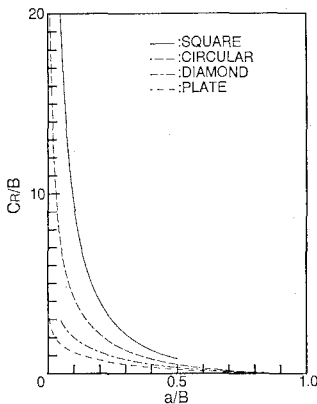


図-1 各種断面の閉塞係数

損失係数 f についても、角柱列および円柱列の値が既に求められている (Kakuno・Liu, 1991)。ひし形柱体列についても最近その値を求めた (角野・仲田, 1992)。各断面に対する f の値は後の表-1 に示すと

おりである。

(2) 柱体列作用波力

柱体列の沖、岸側を挟む速度ポテンシャルの平面座標項は、式 (1) と式 (2) において $x \rightarrow 0$ の極限操作をおこなえば得られる。すなわち、

$$\phi_+ \rightarrow [1/(1-ikC) + (kB)iM - (kB)^2 M^2] \quad (x > 0) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\phi_- \rightarrow 1 + [-ikC/(1-ikC) + (kB)iM - (kB)^2 M^2] \quad (x < 0) \quad \dots\dots\dots (6)$$

この両者に基づく速度ポテンシャル Φ を圧力方程式 (静水圧項を除く)

$$p = \rho(\partial\Phi/\partial t) \quad \dots\dots\dots (7)$$

に代入すれば柱体列を挟む近傍での圧力が求められ、さらにそれより柱体列を挟む圧力の差が求められる。すなわち、

$$\Delta p = \rho g H \frac{kC}{1-ikC} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \exp(-i\omega t) \quad \dots\dots\dots (8)$$

この圧力差は柱体に波力として作用することになる。その大きさは水深全体と列方向の単位幅あたり

$$F = \int_{-h}^0 \Delta p \, dz = \rho g H \frac{C}{1-ikC} \tanh kh \exp(-i\omega t) \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。上式にみられるように、作用波力の評価式は振動補正項を含まない単純な形となっている。なお柱体1本あたりでは、上式による値の2B倍分を一本の柱体が負担すると考えればよい。

3. 理論の検証

(1) Spring・Monkneyer による計算値との比較

式 (9) より誘導されるポテンシャル論的な全波力 ($f = C_I = 0$) とモリソン公式で表された単独柱体に対する全波力の慣性力項

$$F = (\rho g H/2) C_M A \tanh kh \exp(-i\omega t) \quad \dots\dots\dots (10)$$

との比は

$$R_1 = 4B[C/(1-ikC)]/C_M A \quad \dots\dots\dots (11)$$

で表される。ここに C_M は質量係数 (円柱の場合、 $=2$)、 A は柱体断面面積である。これを Spring・Monkneyer (1975) による手法に基づき、Chakrabarti (1978) が算定したポテンシャル論的な円柱列作用波力の計算結果と比較する。図-2 は、波力比 R_1 の本手法による値と Chakrabarti による値の比較を開口率の関数として示したものである。開口率が小さくなるにしたがって本手法による値は彼らによる値より大きくなり、開口率が0のときにほぼ $R_1=6.4$ の極限値をとっているのが認められる。開口率が0のときの本手法による値の最大値は、式 (9) において $C \rightarrow \infty$ の極限操作をすることにより

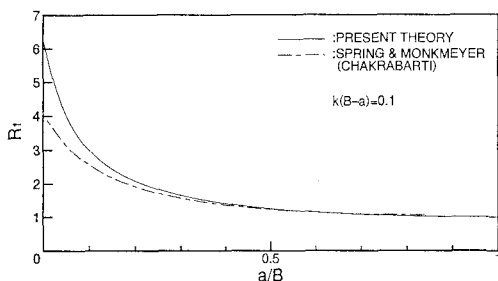


図-2 円柱列作用波力の慣性力項成分

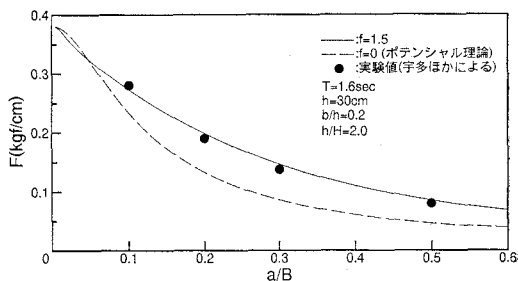


図-3 正方形断面角柱列作用波力

$$|F_{\text{inax}}|_{a/B=0} = (\rho g H / k) \tanh kh \quad \dots\dots\dots (12)$$

となるが、この値は水深 h の海域での重複波波圧の単位幅あたり合力に一致することにより、本理論の方が妥当性が高いように思われる。

(2) 角柱列、円柱列の実験値との比較

宇多ほか (1990) は、正方形断面角柱列と円柱列への作用波力の実験値を得ている。そこでその実験値と本手法による理論値を比較して理論の妥当性の検証を試みる。図-3 には、角柱列の実験値 (原論文の 図-13 より読み取った) と本理論値の比較の一例をポテンシャル理論値 ($f=0$) とともに示した。横座標は開口率である。ただし、実験は、水槽長さのほぼ中央部から岸側を水深 80 cm から底上げて水深 30 cm の一様水深部を製作し、模型をその上に設置しているが、理論中の水深としてはこの 30 cm を用いた。また、理論式中の損失係数 f の値は、現象にかかわらない本理論の一般性を確認するために、透過・反射現象に対して既に適当とされている値 ($f=1.5$) をここでも用いている。図-4 は円柱列についての同様の比較図を示し、用いた f の値は同様の理由から $f=0.75$ である。最後に 図-5 はこれらを含む全実験値と理論値との対応を示したものである。これらの図よりまず、本理論による値は開口率が小さく、波高が大きくて波力が大きくなるケースを除くほとんどの実験値とよく一致しており、エネルギー損失の評価法を含む本理論の妥当性ととも、透過・反射現象から求められた理論中の係数値が波力についても妥当であることが確認できる。開口率が小さいときに実験値の方が理論値よりも大きくなるのは、宇多ほかも述べているように狭いスリット部の岸側背後で水位が高く、柱体部で低くなるような水面形の非一様性が実験において高波高のときに著しくなるためと思われる。なお、図-3 に示される角柱列の結果からは、比較的開口率が大きいても相対水深が小さい場合には抗力項が慣性力項よりも大きく卓越するので、抗力項の正確な算定なくしては柱体列作用波力の全体像を捉えることは困難であることがわかる。この抗力項 (エネルギー損失項) の効果の現れ方は、透過・反射現象ではそれほど著しくなかったので

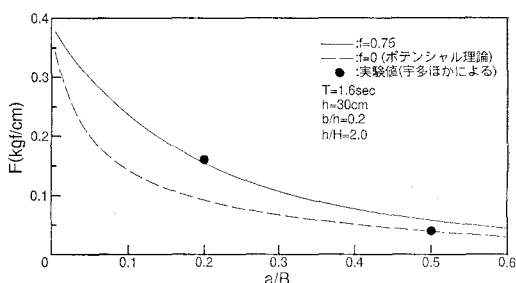


図-4 円柱列作用波力

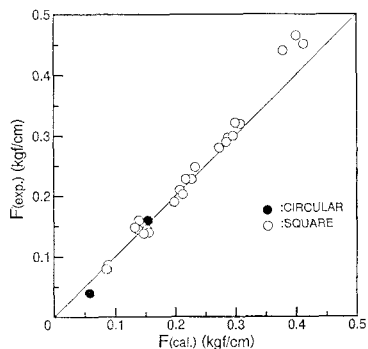


図-5 作用波力の理論値と実験値 (角柱列と円柱列)

(Kakuno・Liu, 1991)、透過・反射と波力という現象の違いによってその影響の現れ具合がかなり異なることになり、興味深い。

(3) ひし形角柱列の実験値との比較

中村 (1990) は、ひし形断面角柱列への作用波力の実験値を得ているので比較する。図-6 には、柱体一本あたりの作用波力を中村と同様に $\rho h D^2 / 8$ (D は断面対角線長) で割って無次元化した値 R_F を実験値とともに示した。ただし、ここに示す実験値は中村による正負側の極大値の平均値をとった値である。また、本研究によるポテンシャル理論値とともに、中村によるポテンシャル理論値も示した。この図によれば、相対水深が大きな領域では理論値は実験値に一致するかやや大きめの値を与えるのに対し、相対水深が小さくなれば小さめの値を

与えている。ポテンシャル理論値の本手法によるものと中村によるものはほぼ一致しており、同時に相対水深が大きい場合にはそれはほぼ全波力に等しくなっていることが分かる。すなわち、相対水深が大きい場合には、全波力に占める抗力項の割合はほぼ無視できる程度であることになる。この傾向はほかのケースについても同様であった。これらを含む全実験値と理論値との対応を図-7に示すが、両者の整合性は角柱列や円柱列の場合に比べてやや悪くなっているものの、大きくはずれていない。ところで、本手法によっても、互いに位相の異なる波力のポテンシャル理論項と抗力項を分離した形で求めることができるが、図-8(a)は両者の本手法による計算値を中村のそれと比較するものであり、同(b)は中村による測定波力波形と本手法による計算値を比較したものである。本手法による値は波力の実測波形および中村のポテンシャル理論値との比較で、位相関係も含めてよく一致しているのが認められる。

(4) 長波極限における損失係数と抗力係数の関係

$kh \rightarrow 0$ の極限では、 $\tanh kh, \sinh kh \rightarrow kh$, $C \rightarrow C_I$ ($C_R \rightarrow 0$) となることを考慮し、また $|T| \rightarrow 1$ を仮定すれば、式(4)と式(9)より柱体列の1本が受ける全波力の最大値の長波極限近似として次式を得る。

$$F \cdot 2B \rightarrow [2\rho g H^2 B / 3\pi (a/B)^2] f \quad \text{.....(13)}$$

これを長波の水平水粒子速度の振幅 $[=H/2(g/h)^{1/2}]$ を用いて表わした全抗力で抗力係数を除いた形

$$(1/8)\rho g H^2 D \quad \text{.....(14)}$$

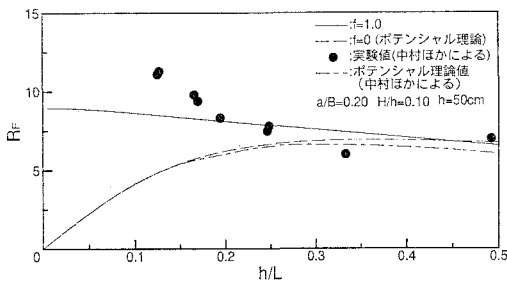


図-6 菱形断面角柱列作用波力

で割れば、柱体列作用波力の抗力係数の長波極限近似として

$$C_{DR} = 8f / [3\pi (a/B)^2 (1 - a/B)] \quad \text{.....(15)}$$

が得られる。このうち、 $(a/B)^2$ は、エネルギー損失による列を挟む圧力差を縮流されたスリット間流速の2乗に比例する形で表したために現れてきたものであり(Kakuno・Liu, 1991)、通常の抗力の表現式におけるように縮流前の流速の2乗に比例する形でそれを表す場合には現れてこない。それゆえ、結局、 C_{DR} 表記式として

$$C_{DR} = 8f / [3\pi (1 - a/B)] \quad \text{.....(16)}$$

を得る。すなわち、断面によって一定値をもつ f の値から算定される C_{DR} 値は開口率によって変動することが示されている。ここでさらに、列を挟む圧力差は列方向に一様であるとする本理論での前提は、開口率が大きくなればくずれるであろうことを考慮して、開口率を $a/B = 0 \sim 0.5$ として上式の C_{DR} を算定すれば表-1の値を得る。表中には1本の柱体に対する C_D 値(水理公

表-1 各種断面の f 値と C_{DR} 値, C_D 値(水理公式集)

断面形	f	$C_{DR}^{1)}$	C_D
角柱	1.50	1.27~2.55	2.05
円柱	0.75	0.64~1.27	1.17
正方形断面菱形	1.00	0.85~1.70	1.55

1): $a/B = 0 \sim 0.5$ の開口率に対して算定

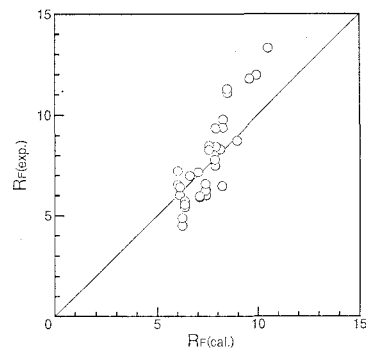
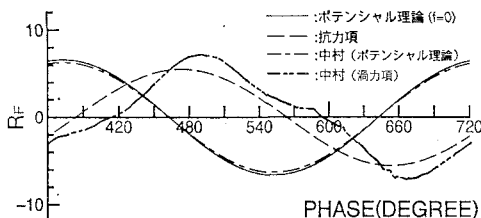
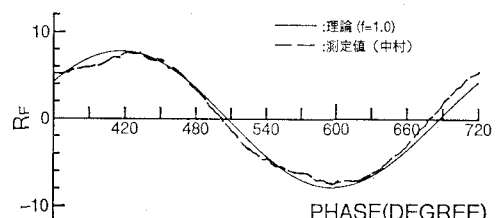


図-7 作用波力の理論値と実験値(菱形角柱列)



(a)



(b)

図-8 菱形断面角柱列作用波力の時間波形

式集, 1971) も示したが, 手本法による C_{DR} は C_D とほぼ同じ値となっていることが注目される。

4. 結 言

本手法によれば, 波長に比べて小さな断面の柱体列に作用する波力を正確で簡便な方法によって算定できることが明かとなった。また, 波力と透過, 反射などの柱体列周辺の波動現象に関わる諸現象は, そのエネルギー損失の効果も含めて本手法によって統一的に記述できることも確認できた。本手法から予測されたように, 抗力係数は開口率によっても変動するので, 柱体列の抗力係数のデータの整理にはこの点への留意が必要となろう。

愛媛大学・中村孝幸助教授にはひし形柱体列作用波力等の貴重な実験データを提供していただいた。ここに記して深甚の謝意を表する。

参 考 文 献

- 宇多高明・小俣 篤・川村哲也 (1990): スリット型消波構造物の消波および波力特性に関する実験的研究, 土研資料, 第2891号, 54 p.
- 角野昇八・小田一紀・阿部 功 (1984): 境界要素法による任意断面柱体列の Blockage Coef. の算定, 昭和59年度土木学会関西支部年講演概要, pp. II-97-1~II-97-2.
- 角野昇八・小田一紀 (1986): 任意断面柱体列による波の反射率および透過率の境界値問題解析, 土木学会論文集, 第369号/II-5, pp. 213-222.
- 角野昇八・仲田義弘 (1992): 菱形断面角柱列の波の透過率と反射率, 平成4年度土木学会関西支部年講演概要.
- 角野昇八・仲田義弘・藤原隆一 (1992): ひし形断面柱体の列を前面板にもつ消波工の消波特性, 海洋開発論文集, 第8巻, pp. 265-270.
- 土木学会編 (1971): 水理公式集 (昭和46年改訂版), p. 523.
- 中村孝幸 (1990): 柱体列まわりの渦流れと作用波力に関する研究, 海岸工学論文集, 第37号, pp. 664-668.
- 吉田明徳・飯田典生 (1986): 任意断面の鉛直柱体列による波の散乱と波力の解析法, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 521-525.
- Chakrabarti, S. K. (1978): Wave forces on multiple vertical cylinders, Proc. of ASCE, Vol. 104, WW2., pp. 147-161.
- Kakuno, S. and P. L.-F. Liu (1991): Scattering of water waves by vertical cylinders, submitted to the Proc. of ASCE.
- Massel, S. R. (1976): Interactions of water waves with cylinder barrier, Proc. of ASCE, Vol. 102, WW2., pp. 165-187.
- Spring, B. H. and P. L. Monkmeyer (1975): Interaction of plane waves with a row of cylinders, Abstracts of Third Speciality Conf. on Civil Engrg. in the Oceans., pp. 979-998.