

透水層表面の境界摩擦の推定と透水層上の波変形に対する線形波動理論の適用限界

出口 一郎*・榎 木 亨**・水 野 立***

1. ま え が き

潜堤等の透水性を持つ構造物上の波の変形を解析する場合、透水層内の流体運動に対して、Forchheimer 型の抵抗則が適用される場合がある。このとき、Forchheimer 型抵抗則に含まれる、非線形の乱流抵抗項は、ローレンツの等価仕事則を適用した線形化を行うか、あるいは新たに定義された等価線形抵抗係数を用いた線形な抵抗項に置き換えて解析される。

しかしこのような方法で解析された波変形は、必ずしも実測された波変形と一致しない。その原因は、1) Forchheimer 型抵抗則に含まれる各種係数の非定常流場における評価方法、2) 透水層表面の境界せん断力の評価方法、3) 入射波の非線形挙動、等が考えられる。

非定常流場における透水層構成材の透水係数、付加質量係数、乱流抵抗係数については、いくつかの実験結果が報告されているが、いずれも限られた実験条件下におけるものである。また、従来の波変形の解析方法では、透水層表面での鉛直方向流量の連続性は満たされているが、水平方向流速の連続条件は満たされておらず、正確な境界せん断力は評価できない。

本研究の目的は、以下の3点について検討することである。1)より広範な条件下における非定常透水試験を行い、Forchheimer 型抵抗則に含まれる各種係数に及ぼす流体運動の非定常性の影響を明らかにすると同時に、等価線形抵抗係数の定式化を行う、2)透水層表面に境界層を考え、境界層方程式を解くことによって求められる鉛直方向に連続した水平方向水粒子速度に基づいて境界せん断力を算定し、その波高減衰に及ぼす影響について検討する、3)透水層上で測定された水位変動に含まれる基本周波数及び高周波数成分の減衰特性から、波高減衰に及ぼす非線形性の影響について考察する。

2. 非定常透水試験

Sollitt ら (1976) によって示された、非定常流場に

拡張された Forchheimer 型の抵抗則を用いると、断面平均浸透流速 q と圧力勾配 ∇p の関係は次式で表わされる。

$$S \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{\nu}{K_p} q - \frac{C_f \lambda}{K_p} q^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$S = \{1 + (1 - \lambda)C_m\} / \lambda$$

ここに、 q : 断面平均浸透流速、 ∇p : 圧力勾配、 K_p : 透水係数、 g : 重力加速度、 ν : 流体の動粘性係数、 C_m 、 C_f : 透水層構成材の付加質量係数、乱流抵抗係数、 λ : 透水層空隙率である。

透水層上の波動に式 (1) を適用する場合に、式の中に含まれる非線形項を線形化する方法は、2つある。1つは透水層内を数層に分割し、各層内にローレンツの等価仕事則を適用し、1周期内での波エネルギー逸散が等しくなるような等価線形透水係数 K_{pe} を繰り返し計算で求める方法であり、もう1つは、透水係数と乱流抵抗係数を用いる代わりに非定常透水試験の結果に基づき、1周期内に逸散するエネルギーと等価なエネルギー逸散が生ずるような等価線形抵抗係数 f を定式化し、用いる方法である。等価線形抵抗係数は、非定常透水試験から得られる断面平均流速 q (振幅を $\hat{q}$ とする) 及び圧力勾配 ∇p を用いて、次式で計算される。

$$f = \frac{\int_t \left(-S \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\nabla p}{\rho} \right) q q dt}{\rho \sigma \int_t q^2 dt} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 σ : 角周波数である。

また、等価線形抵抗係数と等価線形透水係数の関係は、

$$f = \nu / (K_{pe} \sigma) \quad \dots\dots\dots (3)$$

となり、式 (1) は f を用いると次のように表される。

$$S \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - f \sigma q \quad \dots\dots\dots (4)$$

著者ら (1988) はすでに、粒径 D が 3.18 cm 及び 1.35 cm の碎石を用いた非定常透水試験を行い、 $K-C$ 数 ($=\hat{q}/(\sigma D)$) が小さい範囲では、 f は $K-C$ 数の増加にともなって増大し、 $\hat{q}D/\nu$ で定義されるレイノルズ数の $-1/2$ 乗に比例することを示した。さらに、非定常透水試験の結果、透水係数 K_p については、定常流中の

* 正会員 工博 大阪大学工学部助教授 土木工学科

** 正会員 工博 大阪大学工学部教授 土木工学科

*** 工修 大成建設

値が準用できるが、乱流抵抗係数については、定常流中の値よりも小さくなること、付加質量係数については 0 ~ 1.8 程度の値となることを示した。

しかし、透水層上の波高変化は、これらの係数に大きく依存する。本研究では、 $D=4.50$ cm, 3.07 cm, 及び 1.80 cm の碎石を用いてより広範な条件に対する定常、非定常透水試験を行い、透水係数、付加質量係数、乱流抵抗係数、及び等価線形抵抗係数を測定し、その特性について検討した。実験は、長さ 3 m の直線部（断面は高さ 30 cm, 幅 20 cm）を持つ U 字管水槽の中に約 1.2 m にわたり碎石を充填して行った。発生させた振動流の周期 T , 断面平均流速振幅 $\hat{q}$ は、 $5 \text{ s} \leq T \leq 12 \text{ s}$ 及び $2 \text{ cm/s} \leq \hat{q} \leq 10 \text{ cm/s}$ の範囲で、レイノルズ数 R_d 及び $K-C$ 数の領域は $360 < R_d < 4500$, $0.4 < \hat{q}/(\sigma D) < 10$ である。

これらの実験結果から、以下のことが明らかになった。1) 定常及び非定常透水試験から得られた式 (1) 中の透水係数は、 $K-C$ 数の大きい領域では必ずしも一致せず、非定常流中における方が大きい値を示す。2) 乱流抵抗係数は、非定常流中では 0 ~ 0.2 の値を示し、これは、定常流中における値よりも小さい。3) 付加質量係数は、相対的な加速度 $\hat{q}\sigma/g$ が 0.01 付近で極大値 1.8 をとり、 $\hat{q}\sigma/g$ が 0 付近及び 0.04 より大きい領域では 0 と見なせる。4) 等価線形抵抗係数 f は、 $K-C$ 数の大きな領域 (< 2.0) ではレイノルズ数には依存せず、 $K-C$ 数のみの関数となる。その結果を図-1 に示す。図より f と $K-C$ 数は、次式で関係づけられる。

$$f = 0.1 + 1.8(\hat{q}/(\sigma D)) \quad (5)$$

しかしながら、非定常流中における、 K_p , 及び C_f の値を定式化することはできなかった。従って、式 (1) を用いてローレンツの等価仕事則を適用した線形化を行うよりも、式 (5) の実験式で推定される等価線形抵抗係数を用いる方が計算時間も短縮されることから、本研究に

おいては、式 (4) を透水層内の流体運動の基礎式とする。

3. 透水層表面の境界せん断力

(1) 透水層上及び層内の境界層方程式

先に述べたように、透水層上での波に変形に対する従来の解析方法はポテンシャル波動論に基づいているため、透水層表面で圧力及び鉛直方向流速の連続性は満たされているが、水平方向流速の連続性は満たされていない。しかし、透水層表面の透水層構成部材上では non-slip 条件を満たさなければならない。定常流場における透水層上の流れの解析においては、いわゆるヘルショウ近似が適用される。しかし、波動場においても同様の近似が可能かどうか不明である。

そこで本研究では、macroscopic な水平流速が連続する形の境界層を考え、それに基づいて境界せん断力の評価を試み、その結果に基づいて境界せん断力は透水層上の波高減衰に及ぼす影響について検討した。

図-2 に示す座標系において、透水層上及び層内の主流（ポテンシャル）流速を u_p 及び u_{ap} とし、層上、層内の境界層内における流速を u 及び u_a とすると、それぞれの境界層方程式は、次式で表される。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = K_z \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad (6)$$

$$S \frac{\partial U_a}{\partial t} = -f \sigma U_a + K_{az} \frac{\partial^2 U_a}{\partial z^2} \quad (7)$$

$$U = u - u_p, \quad U_a = u_a - u_{ap} \quad (8)$$

ここに、 K_z, K_{az} は、透水層上及び層内の渦粘性係数で、これらの式においては、鉛直方向流速及び移流項の影響はとりあえず無視している。これらの境界層方程式に対する境界条件は、次式で与えられる。

$$z = \delta_w \quad \text{で} \quad U = 0 \quad \text{あるいは} \quad u = u_p \quad (9)$$

$$z = \delta_{aw} \quad \text{で} \quad U_a = 0 \quad \text{あるいは} \quad u_a = u_{ap} \quad (10)$$

$$z = z_0 \quad \text{で} \quad \partial U / \partial z = \partial U_a / \partial z$$

$$\text{あるいは} \quad \partial u / \partial z = \partial u_a / \partial z \quad (11)$$

$$U - U_a = u_{ap} - u_p$$

$$\text{あるいは} \quad u = u_a \quad (12)$$

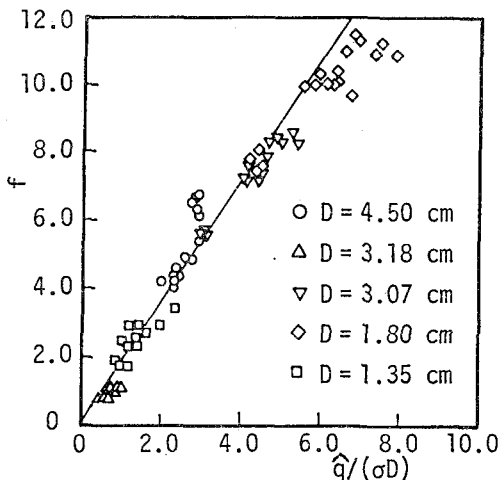


図-1 等価線形抵抗係数と $K-C$ 数の関係

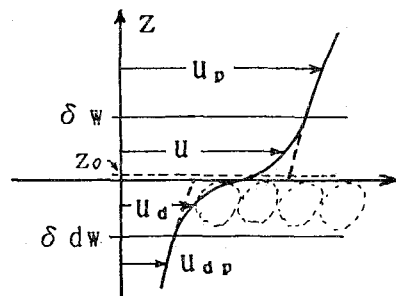


図-2 座標系

ここに, δ_w , δ_{aw} は, 透水層上, 層内の境界層厚さ, z_0 は流速分布の調整高である. 透水層上では, 流速分布を調整する必要はないが, ここでは, 不透水層上の粗面乱流境界層との対比を考え, それと同様の表現を用いる.

式(6)における透水層上境界層の渦動粘性係数については, 粗面乱流境界層上での解析モデルに習い, 摩擦速度振幅 u^* を用いて次式で与える.

$z_0 < z < \delta_w$ において

$$K_z = \kappa u^* z \quad \dots\dots\dots (13)$$

一方, 透水層内の境界層における渦動粘性係数については, 透水層内における混合長は空隙のスケールに規定される(山田ら, 1982)と考え, 定数 γ を用いて次式で表現する.

$-\delta_{aw} < z < z_0$ において

$$K_z = \gamma D u^* \quad \dots\dots\dots (14)$$

渦動粘性係数の連続性を考慮すると式(13), (14)から

$$\gamma = \kappa z_0 / D \sim 0.4/30 \div 0.01333 \quad \dots\dots\dots (15)$$

程度の値をとることが推定される.

また, 境界層厚についても不透過粗面乱流上の境界層厚を参考に, 次式で表されるものとする.

$$\delta_w = \delta_{aw} = \alpha \kappa u^* / \sigma \quad \dots\dots\dots (16)$$

比例定数 α については, 予備計算の結果, $\alpha > 3$ の範囲で境界せん断力がほぼ一定となることが明らかになったので, 以後 $\alpha = 4$ として計算を行った.

(2) 流速分布と境界せん断力

式(6), (7)の透水層上及び層内の境界層方程式の解として得られる水平方向水粒子速度は, 次のようになる.

$z > z_0$ に対して:

$$u = \left[-\beta_1 \left\{ \frac{\ker q w + i \operatorname{kei} q w}{\operatorname{ber} q w + i \operatorname{bei} q w} (\operatorname{ber} q + i \operatorname{bei} q) - (\ker q + i \operatorname{kei} q) \right\} + \beta_2 \right] \exp(-i \sigma t) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$z_0 > z$ に対して:

$$u_a = \left[\beta_3 \exp \left\{ \frac{(a^2 + \sigma^2)^{1/4}}{b^{1/2}} \exp \left(\frac{i}{2\theta} \right) z \right\} + \beta_4 \right] \times \exp(-i \sigma t) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに,

$$q w = 2 \{ \delta_w \sigma / (\kappa u^*) \}^{1/2}, \quad q = 2 \{ z \sigma / (\kappa u^*) \}^{1/2}$$

$$a = f \sigma / S, \quad b = \gamma D u^* / S, \quad \theta = \tan^{-1} (-\sigma / a)$$

で, ber , bei 及び $\ker$, kei は, 第1種及び第2種変形ベッセル関数の実部と虚部に対応し, $\beta_1 \sim \beta_4$ は, 式(9)~(12)の境界条件より決定される.

以上の結果を用いて, 透水層表面の境界せん断力 $\tau(t)$ は, 次式で表される.

$$\tau(t) = \rho \kappa u^* z_0 \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_0} \quad \dots\dots\dots (19)$$

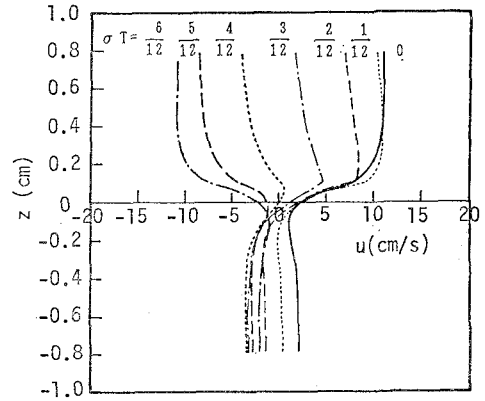


図-3 境界層内流速分布の計算例

また, 境界せん断力の最大値 $\tau_{\max}$ に対する摩擦速度振幅 u^* は,

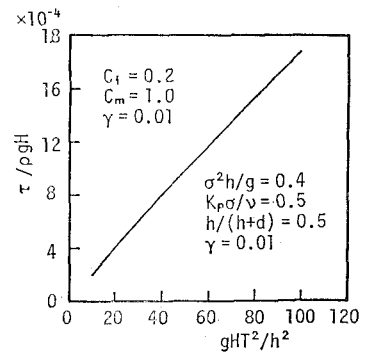
$$u^* = (\tau_{\max} / \rho)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

で与えられる.

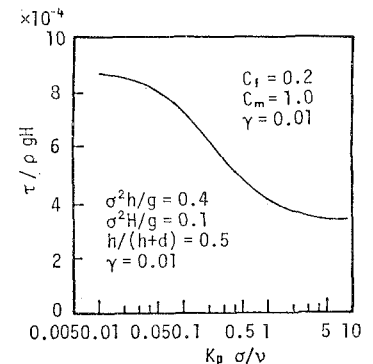
これらの関係式より, 不透過粗面乱流境界層と同様の収束計算を行うことにより, 境界せん断力が決定される. 図-3 は, 以上の方法で計算された透水層付近の水平方向水粒子速度鉛直分布の位相変化の一例(後述するケース J-6)である.

図-4 は無次元境界せん断力 $\tau / \rho g H$ (H : 波高)に及ぼす波の非線形性を示すパラメータ $g H T^2 / h^2$, 及び無次元透水係数 $K_p \sigma / \nu$ の影響を示したもので, 図中に計算条件を示してある.

C_f 及び C_m は, 式(1)中における係数である. 境界せん断力は, $g H T^2 / h^2$ の増加に比例して増加するが, $K_p \sigma / \nu$ が増加すると減少し, $K_p \sigma / \nu > 3$ の領域ではほぼ一定となる. この領域は, 波高減衰



(a) 境界せん断力と $g H T^2 / h^2$



(b) 境界せん断力と $K_p \sigma / \nu$

図-4 境界せん断力

に及ぼす透水性の影響が急激に減少する領域（樺木ら 1989）に対応する。

さらに、境界せん断力に及ぼす C_f 及び C_m の影響についても検討した。その結果、 C_f 及び C_m の増加に伴って $\tau/\rho g H$ は増加するが、増加率は、前者の方が大きく、境界せん断力は、 C_m より C_f に強く依存していることがわかった。

4. 透水層上の波高減衰に及ぼす境界せん断力と入射波の非線形性の影響

(1) 透水層上の波高減衰と流速分布に関する実験

透水層上を伝播する波浪の波高減衰に対して、透水層表面における境界せん断力がどの程度の割合を占め、波浪の非線形性がどのような影響を及ぼすかということについて実験的な検討を加えた。実験は、長さ 30 m、高さ 0.9 m、幅 0.7 m の 2 次元造波水槽の中に設置した水平床上に長さ 3.5 m、厚さ 15 cm の透水層上で行った。実験においては、透水層上で生ずる波高減衰のほか、透水層上の水粒子速度、層上・層内の水粒子速度の位相差、及び透水層上で測定された水位変動のフーリエ解析も行った。

波高減衰に関する実験に用いた透水層構成材料は、粒径 $D=3.07$ cm 及び 1.80 cm の 2 種類、実験波の周期は $T=1.0$ s、1.25 s 及び 1.5 s の 3 種類で、波高は表-1 に示す合計 24 ケースである。これらの実験ケースの内、15 ケースについては、透水層上の流速分布の測定を

行い、6 ケースについては、層上及び層内の水平方向水粒子速度の位相差の測定を行った。

波高減衰に関する実験においては、透水層沖側端から沖側 3.0 m から透水層岸側端から岸側 1.25 m の合計 7.75 m の間を容量式波高計で 25 cm 間隔に水位変動を測定し、水粒子速度の測定は、透水層のはほぼ中央において水素気泡法と電磁流速計を併用して行った。また、水粒子速度の位相差の測定は、水槽側壁に長さ 0.7 cm の絹糸の一端を接着し、その動きをビデオ解析することによって行った。

(2) 透水層上の波高変化

透水層上の波変形の計算は、以下の方法で行った。すなわち、透水層上 x 軸の正方向に伝播する波浪について考える。 $x=j\Delta x$ における波高を H_j 、 $x=(j+1)\Delta x$ における波高を H_{j+1} とすると、透水性によって Δx の間に生ずる波高減衰 K_p は、次式で表される（出口ら、1989）。

$$K_p = \exp(-A_p \Delta x) \quad (21)$$

ここに、 A_p は次の透水層上の線形波に関する分散関係式から求められる複素波数の虚部である。

$$\sigma^2 = gk \frac{(\xi S + i) \sinh kh \cosh kd + \xi \cosh kh \sinh kd}{(\xi S + i) \cosh kh \cosh kd + \xi \sinh kh \sinh kd} \quad (22)$$

$$\xi = K_{pe} \sigma / \nu = 1/f$$

一方、透水層表面のせん断によって生ずる波高減衰 K_t は、次式で計算される。

$$K_t = \left[\frac{E_t \Delta x}{H_j} \left\{ \frac{1}{16} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \frac{\rho g \sigma}{k} \right\} + 1 \right]^{1/2} \quad (23)$$

ここに、 E_t は先に述べた方法で計算される透水層表面の境界せん断力を用いて、次式から計算されるエネルギー逸散である。

$$E_t = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \tau u \Big|_{z=z_0} dt \quad (24)$$

透水層上における、透水性と境界せん断力による波高減衰は、 K_p 、及び K_t を用い、 $\Delta x=5$ cm として次式に基づいて計算した。

$$H_{j+1} = K_p \times K_t \times H_j \quad (25)$$

図-5 及び 6 は、2 次元水槽内の透水層上で測定された波高減衰と計算結果を比較したものであり、実線は等価線形抵抗係数を用いて透水層の影響のみを考慮した計算結果 ($K_t=1$)、破線はさらに上述の方法で境界摩擦の影響も考慮した計算結果である。図-5 は入射波の周期 T が短い場合（ケース J-6）で、図-6 は T が長い場合（ケース J-2）に対応し、実験諸元は図中に示してある。式 (22) 中の S に含まれる付加質量係数は、実験で用いた透水層構成材の非定常透水試験を行って決定した値を用いた。

表-1 実験条件

Case	D (cm)	h (cm)	T (s)	H (cm)	gHT^2/h^2
J-1	3.07	15	1.5	6.32	62
2				3.58	35
3				6.03	43
4			1.0	3.96	27
5				5.87	26
6				3.58	16
K-1		25	1.5	6.78	34
2				3.66	13
3				6.32	16
4			1.25	3.85	9
5				6.92	11
6				4.08	6
L-1	1.80	15	1.5	6.52	64
2				3.67	37
3				6.41	44
4			1.0	3.80	26
5				5.72	25
6				3.15	14
M-1		25	1.5	6.53	23
2				3.66	13
3				6.20	15
4			1.25	3.57	9
5				6.33	10
6				3.45	5

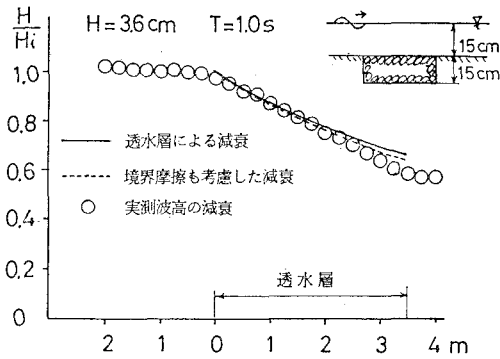


図-5 透水層上の波高減衰 (Case J-6)

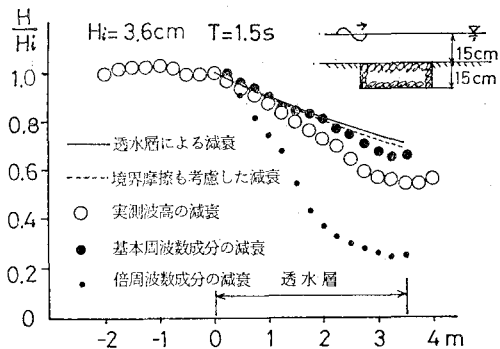


図-6 透水層上の波高減衰 (Case J-2)

これらの図より、入射波の周期 T が短い場合の計算結果(図-5)は実験結果とよい一致を示すのに対し、 T が長い場合(図-6)は、実測される波高減衰の方が大きい。また、図中の実線と破線の比較より、波高減衰に及ぼす境界せん断力の影響は非常に微弱で、透水性による波高減衰に比べて無視することができることがわかる。

この理由を考察するために、透水層上で測定された水位変動のフーリエ解析を行い、基本周波数成分及び倍周波数成分の挙動について検討した。その結果、図-5に示すケース J-6 の場合に透水層沖側における水位変動の倍周波数成分のエネルギーは、基本周波数成分のエネルギーの高々 5% 程度であるのに対し、図-6 に示すケース J-2 の場合は、30% 以上のエネルギーとなることがわかった。

図-6 には、フーリエ解析から求められる基本周波数成分の振幅と倍周波数成分の振幅の減衰のことも示してある。図より、透水層上での基本周波数成分の減衰は、線形波理論で予測される波高減衰とよい一致を示すが、倍周波数成分の減衰は、線形波理論で予測される波高減衰よりも大きい。したがって、図-6 に示されるケース J-2 の場合の実測波高と計算波高の差異は、入射波に大きな倍周波数成分が含まれていることに起因すると考え

られる。

ストークス波のような拘束波における倍周波数成分の減衰率は、基本周波数成分の減衰率の 2 倍となることが示されている(出口ら, 1988)。しかし、図-6 に示すケース J-2 の場合は、ストークス波で説明できる以上の倍周期成分を含んでいる。

透過潜堤上の非線形波浪の変形に対する解析方法も提案されている(磯部ら, 1991)。ここでは、線形波理論に基づく解析方法の適用性について透水層上の波浪減衰に関して行った表-1 に示す 24 ケースの実験において、長さ 3.5 m の透水層上で実測された波高減衰率 K_m と計算で得られた波高減衰率 K_c の間の誤差 $\delta(=|K_m - K_c|/K_c)$ と、入射波の非線形性を示すパラメータ gHT^2/h^2 (首藤, 1976) の関係に基づいて考察した。その結果、計算結果の波高減衰率と実測結果の間に 10% 以上の差異が生じるのは、入射波の非線形性が強い $gHT^2/h^2 > 30$ の場合であった。また、 $gHT^2/h^2 < 10$ の領域の入射波の減衰は、5% 以内の誤差で推定できることもわかった。

7. 結 論

本研究で得られた主要な結論は以下の通りである。① 透水層上の波高減衰は、ほとんどが透水層内の流体運動に起因し、境界せん断力の影響は小さい。② 透水層上での波浪減衰に線形波動論を適用して解析できるのは、入射波の非線形性が弱い $gHT^2/h^2 < 30$ の場合である。 $gHT^2/h^2 > 30$ の領域の波浪は、計算結果よりも大きな減衰を示すが、その原因は、入射波に含まれる高周波数成分の減衰が基本周波数成分の減衰よりも速いことによる。

最後に本研究に対して、文部省科学研究費の補助を受けたことを付記する。

参 考 文 献

- 磯部雅彦・芝 和彦・E. C. Cruz・渡辺 晃 (1991): 透過潜堤による非線形波浪変形について, 海岸工学論文集, Vol. 38, pp. 551-555.
- 榎木 亨・出口一郎・岡原義典 (1989): 幅広潜堤の波浪減衰効果とその縮尺効果, 海岸工学論文集, Vol. 36, pp. 633-637.
- 首藤伸夫 (1976): 非線形長波の変形, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 57-64.
- 出口一郎・榎木 亨・白谷宏司 (1988): 透水層上の波浪変形に対する非線形非定常ダルシー則の適用性について, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 487-491.
- 山田 正・川端規之 (1982): 浸透層上の流れの抵抗則に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, 第 325 号, pp. 69-80.
- Sollitt, C. K. and R. H. Cross (1972): Wave reflection and transmission at a permeable breakwater, Rept. Ralf Parson's Lab., MIT, No. 147.