

PIT による波の回折に関する研究

古 川 圭 三*

1. はじめに

沿岸域における波浪制御構造物としては、従来より、直立ケーソンや捨石、消波ブロック等の傾斜堤を初め、潜堤、浮消波堤等、様々な形式があるが、波を完全に遮断する着底式のものを除けば、概して長周期波に対して消波効果が良くない。一方、海底面に設けた PIT は長周期波に対して良好な回折効果を有し、水面および水中のどの部分をも占有しないことから、海水交換、景観等の環境保全対策としても、有効な波浪制御技術と考えられる。また、浮消波堤と組合せることにより、広範囲の波周期に対して、良好な消波効果を得ることも考えられる。無限長 TRENCH に関する波の屈折、回折等を取り扱ったものとしては、これまで Kirby and Dalrymple^e (1983), Lee and Ayer (1981) 等多くの研究があるが、有限長 PIT による回折問題を取り扱った研究はまだあまりない。

本研究は単一および複数の有限長 PIT の大きさ、配置が背後の波高分布にどのように影響するかを境界要素法を用いた数値解析により検討したものである。

また、PIT の掘削中あるいは掘削後の埋戻り等により、PIT 内に碎石等が残ることを想定し、碎石を含む無限長 TRENCH による波の透過率を計算することにより、PIT 内の碎石が PIT 背後の波高低減に及ぼす影響を推定した。

2. 解析理論

(1) 有限長 PIT による波の回折

a) 支配方程式と境界条件

座標系および解析領域を 1 PIT の場合を例に図-1 のように定義する。解析領域を 2 分割し、PIT 周囲の仮想境界 S_0 で囲まれた内部を領域 1、そして PIT から十分遠く離れた境界 S_∞ と S_0 で囲まれた PIT 外の領域を 2 とする。PIT の水深を d 、周囲の水深を h とし、それぞれの領域内で一定とする。波は x 軸正の方向へ θ 方向から入射するものとする。

流体運動を、非圧縮性完全流体の非回転とし、波浪場

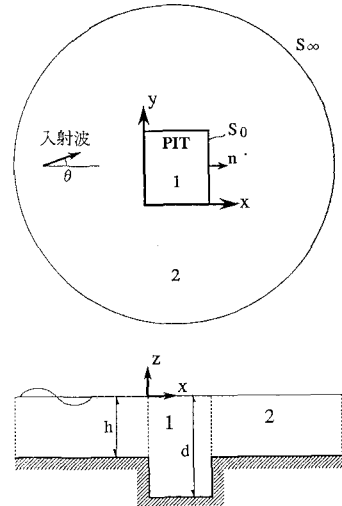


図-1 Definition Sketch (PIT)

で運動は定常的な調和運動するものとすれば、式 (1) の形の速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z, t)$ が存在する。

$$\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) \cdot \exp(-i\omega t) \quad \dots\dots (1)$$

ここに、 $i = \sqrt{-1}$ であり、 ϕ は次の Laplace 方程式を満足する。

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots (2)$$

浅海波で自由表面および水底条件 (不透過水底) を満足する式 (2) の解は、各々の領域で以下のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(x, y, z) &= \phi_1(x, y) \cdot \cosh k_1(z+d) \\ \phi_2(x, y, z) &= \phi_2(x, y) \cdot \cosh k_2(z+h) \end{aligned} \right\} \quad \dots (3)$$

ここで、解析対象波浪を微小振幅の長波に限れば、 k_1 , k_2 は次式で与えられる。

$$k_1 = \frac{\omega}{\sqrt{gd}}, \quad k_2 = \frac{\omega}{\sqrt{gh}} \quad \dots\dots (4)$$

従って、式 (3) の ϕ_1 , ϕ_2 は水深方向に平均化された速度ポテンシャルとなり、式 (2) に代入すれば支配方程式として、次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial y^2} + k_j^2 \phi_j = 0 \quad (j=1, 2) \quad \dots\dots (5)$$

次に、領域 1 と 2 の間の接続条件は、PIT 周囲の仮

* 正会員 工修 大成建設(株) 技術開発部

想境界における mass flux および圧力の連続で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} d\frac{\partial\phi_1}{\partial n} &= h \frac{\partial\phi_2}{\partial n} && \text{on } S_0 \\ \phi_1 &= \phi_2 && \text{on } S_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 n は 図—1 に示すように、領域 1 の外向き法線方向を示す。また、PIT から遠く離れた境界 (S_∞) では、散乱波が次の放射条件を満足する。

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik_2 \right) (\phi_2 - \phi_2^I) = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 r は PIT からの平面的な距離を表し、 ϕ_2^I は波高を H として式 (8) で表される入射波の速度ポテンシャルである。

$$\phi_2^I(x, y) = -\frac{igH}{2\omega} \exp \{ ik_2(x \cos \theta + y \sin \theta) \} \dots\dots\dots (8)$$

b) 境界積分方程式

$P(x, y)$, $Q(\xi, \eta)$ を境界上 (S_0, S_∞) の点とし、領域 1, 2 の速度ポテンシャル ϕ_1, ϕ_2 にそれぞれグリーンの第 2 公式を適用する。まず、領域 1 においては

$$\int_{S_0} \left(\phi_1 \frac{\partial G_1}{\partial n} - G_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} \right) dS = 0 \dots\dots\dots (9)$$

領域 2 では

$$\int_{S_0 + S_\infty} \left(\phi_2 \frac{\partial G_2}{\partial n} - G_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \right) dS = 0 \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

$$G_1 = \frac{i\pi}{2} H_0^{(1)}(k_1 r), \quad G_2 = \frac{i\pi}{2} H_0^{(1)}(k_2 r) \dots\dots\dots (11)$$

$$r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 \dots\dots\dots (12)$$

$H_0^{(1)}$ は、第 1 種 0 次の Hankel 関数である。 G_1, G_2 は $P=Q$ の場合を除いて、支配方程式 (5) を満足する。そこで $P=Q$ の場合の積分を実行すると、式 (9) は

$$\begin{aligned} \pi \phi_1(P) + \int_{S_0} \left[\phi_1(Q) \frac{\partial G_1}{\partial n}(P, Q) \right. \\ \left. - G_1(P, Q) \frac{\partial \phi_1}{\partial n}(Q) \right] dS = 0 \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

また、無限遠境界 S_∞ における放射条件式 (7) を適用すれば、式 (10) は

$$\begin{aligned} \pi \phi_2(P) = \int_{S_0} \left[\phi_2(Q) \frac{\partial G_2}{\partial n}(P, Q) \right. \\ \left. - G_2(P, Q) \frac{\partial \phi_2}{\partial n}(Q) \right] dS \\ + 2\pi \phi_2^I(P) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

すなわち、PIT を囲む境界 S_0 上の積分だけが残る。

上記積分方程式を数値的に解くためには、まず式 (6) の接続条件を用い、 ϕ_1 あるいは ϕ_2 を消去する。そして PIT 周囲の仮想境界 S_0 を離散化し、それぞれの離散要素での ϕ および $\partial\phi/\partial n$ を未知数とする連立方程式に

置き換え解く。 S_0 上の ϕ , $\partial\phi/\partial n$ が求まると、領域内の任意の点において速度ポテンシャルが求められ、波高分布を計算できる。

(2) 砕石 TRNECH による波の透過

次に、PIT 内に透過性の砕石等がある場合、その空隙率、粒径等の特性が PIT の回折特性にどう影響するかを推定する手段として、砕石を含む無限長 TRENCH による波の透過率を調べた。厳密には 3 次元解析により PIT 内の砕石によるエネルギー損失を計算すべきであるが、ここでは、あくまで、PIT 内の砕石による影響を推定する資料とするため、2 次元解析にとどめた。

無限長砕石 TRENCH の座標系と解析領域を 図—2 のように定義する。TRENCH は $(d-h) \times b$ の大きさで、 y 方向には無限長とする。流体運動を PIT の場合と同様に、完全流体の非回転、調和運動とすれば速度ポテンシャルは 3 次元 Laplace 方程式を満足する。

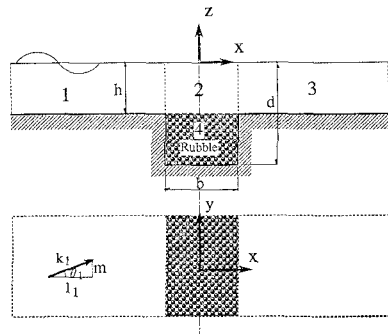
Kirby and Dalrymple (1983), Liu ら (1982) にならい、TRENCH での Snell の法則による屈折を考慮すると、各領域で速度ポテンシャルは次式のように表される。

$$\phi_j(x, y, z) = \phi_j(x, z) \cdot \exp(imy) \quad (j=1 \sim 4) \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 m は y 方向の波数であり、全領域で一定である。式 (15) を 3 次元 Laplace 方程式に代入すると、支配方程式として式 (16) に示す修正 Helmholtz Eq. を得る。

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial z^2} - m^2 \phi_j = 0 \quad (j=1 \sim 4) \dots\dots\dots (16)$$

PIT 問題と同様にグリーン公式を適用すると、 $x-z$ 平面内の境界値問題として定式化できる。ここでは、入射境界と透過境界での反射率、透過率を求め、TRENCH 内の砕石によるエネルギー損失を計算した。この問題は、グリーン関数に変形ベッセル関数であることを除けば、通常の 2 次元問題にはほぼ準ずるため、ここでは定式化の詳細および境界条件の記述は省略するが、透過層内の抵抗は、Sollitt and Cross (1974) の研究にならって、



図—2 Definition Sketch (Rubble Trench)

流速と流速の2乗に比例する項を Lorentz の等価仕事の原則を適用して得られた線形抵抗係数 f 式 (17) を用いて評価した。

$$f = \frac{1}{\omega} \left[\frac{\nu \varepsilon}{K} + \frac{8}{3} \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{K}} \frac{|\bar{q}|}{\pi} \right] \dots \dots \dots (17)$$

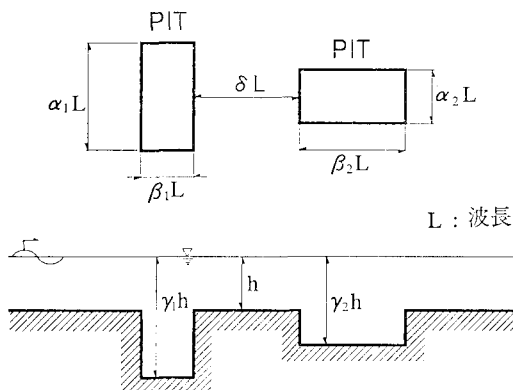
ここに、 ν は動粘性係数、 ε は碎石の空隙率、 C_f は乱流抵抗係数、そして $\bar{q}$ は碎石内の流速である。

この線形抵抗係数 f は透水係数 K の関数であるので透水係数を的確に設定するため、今回、既存のデータより、透水係数を碎石の空隙率 ε と粒径の関数で表し、任意の碎石条件に対して解析できるようにした。

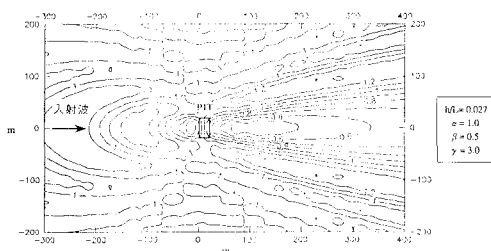
3. 解析結果

(1) 波高低減域の特性

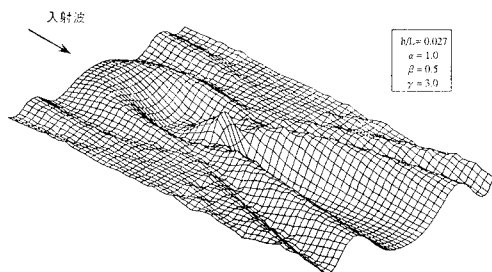
本解析法によれば、任意平面形状の PIT に対して解析が可能だが、今回は矩形 PIT のみを対象とした。



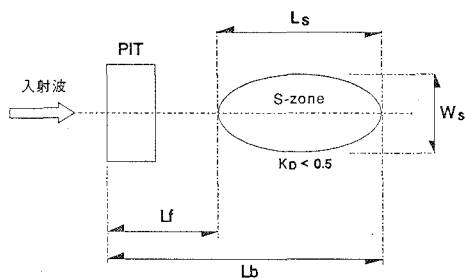
図—3 PIT 形状とパラメータの定義



図—4 (a) PIT による回折係数の平面分布 (1 PIT)



図—4 (b) PIT による回折係数の平面分布 (1 PIT)



図—5 波高低減域 (S-zone) の定義

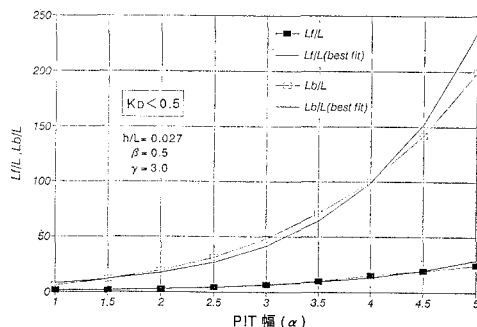
まず、PIT の大きさ、深さおよび配置が背後の波高低減特性に及ぼす影響を検討した。図—3 に示すように、矩形 PIT の幅、長さ、深さおよび PIT 間隔をパラメータとし、各パラメータの影響を調べた。

図—4 (a), (b) は 1 PIT の場合の回折係数 K_D の平面分布の一例であるが、PIT による回折効果のため、その背後にかなり大きい波高低減域が見られる。以下、PIT 背後のこの波高低減域を S-zone と呼ぶ。この S-zone の特性を論じるため、その大きさを図—5 のように定義する。1 PIT の場合は回折係数 K_D が 0.5 以下の領域、2 PIT の場合は波高がさらに低減されるため 0.3 以下の領域とした。

a) PIT 幅の影響

まず、PIT 幅の影響を考える。図—6 は α の変化に対する S-zone の長さの変化を示す。他のパラメータは図中に示す通りである。PIT 幅が増加するにつれて、S-zone の長さが飛躍的に増加するのが分かる。例えば、 $\alpha=3$ でその長さは波長の 40 倍以上となる。 α が 3 以上の幅広い PIT になると S-zone の長さはますます増加するが、その領域の始まる位置 (L_f) が PIT から離れ、また建設コストも増えるため実用的ではない。従って、 $\alpha=1\sim 3$ が実用的な範囲と考えられる。 α が 1~5 の範囲の結果から best fit 曲線を求めると式 (18) のようになる。この関係より S-zone の大きさが推定できる。

一方、S-zone の幅 W_s は α が 1~5 の範囲では、ほぼ PIT と同じ幅 ($W_s \div \alpha L$) であった。



図—6 PIT 幅による S-zone の長さの変化 (1 PIT)

$$\left. \begin{aligned} L_f/L &= 0.5931e^{0.7746\alpha} \\ L_b/L &= 3.0987e^{0.8652\alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

b) PIT 長の影響

次に, PIT の長さの影響を調べる. 図-7 は β の変化に対する S-zone の長さの変化を示す. β がおよそ 0.8 まではその長さが急激に増加するが, $\beta > 0.8$ では増加率はかなり小さい. 一方, $\beta < 0.5$ では, S-zone の長さはかなり小さくなるので, 少なくとも $\beta = 0.5$ は必要と思われる.

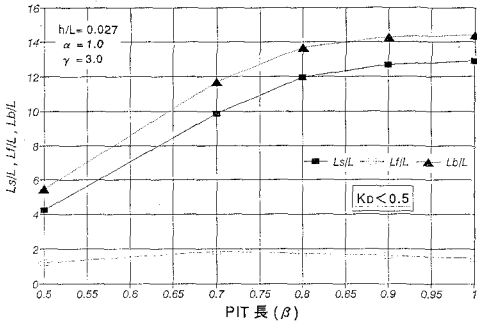


図-7 PIT 長さによる S-zone の長さの変化 (1PIT)

c) PIT 深さの影響

図-8 は, γ の変化に対する S-zone 内での回折係数の最小値 (K_{Dmin}) の変化を示す. γ が増加 (PIT 深さが増加) するにつれて, K_{Dmin} は一様に減少する. また, 図-9 に S-zone の長さの変化を示すが, S-zone の

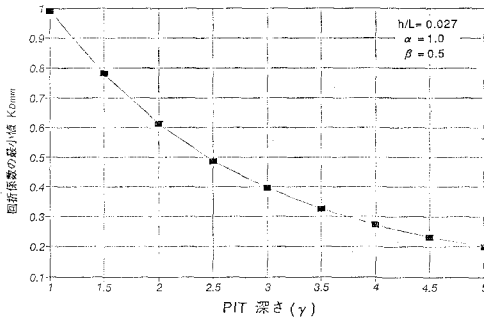


図-8 PIT 深さによる回折係数最小値の変化 (1PIT)

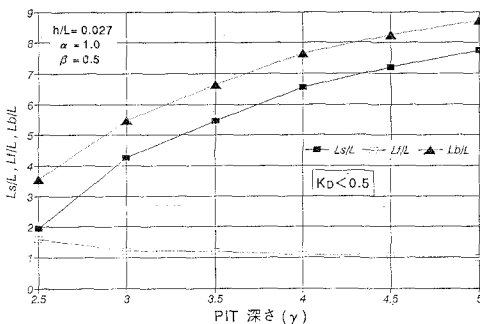


図-9 PIT 深さによる S-zone の長さの変化 (1PIT)

長さは γ の増加につれて拡大するものの, その増加率は除々に小さくなっている. これらより, $\gamma = 3$ が実用的な値と思われる.

以上の結果は 1 種類の波周期に関する結果だが, 長波条件を満たす他の波周期についても, ほぼ同じ結果が得られた. すなわち, 波周期によらず, K_{Dmin} はほぼ一定で, S-zone の長さや波長の関係もほぼ一定となっている.

(2) 複数個の PIT による結果

a) PIT 数の影響

これまで, 単一 PIT による S-zone の特性を述べたが, 次に複数個の PIT を考える. 複数個の PIT 配置を種々検討した結果, 波の進行方向に並列に配置するケースが, 最も基本的で, 効果的であった. 図-10 (a) は同一サイズの PIT を 2 つ平行に並べた場合, また図-10 (b) は 3 つ平行に並べた場合の回折係数の分布を示す. 1PIT の場合と比較すると, S-zone の回折係数の値はかなり小さくなっているが, 2 個と 3 個の場合はさほど大差がない. すなわち PIT を 3 個にするメリットはあまりない. 従って, 実用的には 2 つで十分だと考えられる.

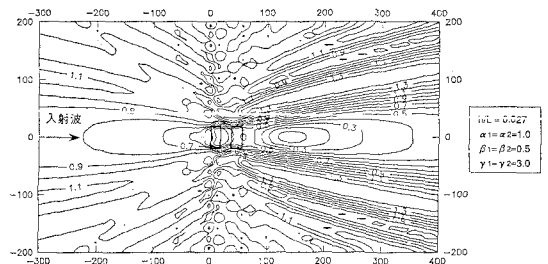


図-10 (a) PIT による回折係数の平面分布 (2PIT)

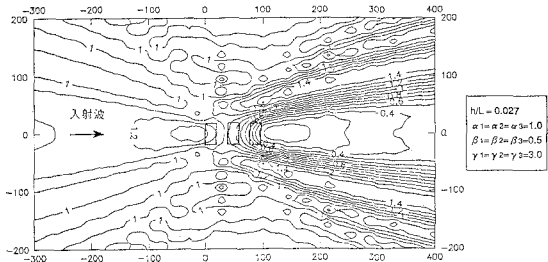


図-10 (b) PIT による回折係数の平面分布 (3PIT)

b) PIT 間隔の影響

PIT を 2 つ並列に配置したケースで, PIT 間隔を変化させた場合の S-zone 内の回折係数の最小値および S-zone の位置の変化を 図-11 に示す. 回折係数の最小値は十分小さく, PIT 間隔の違いによる変化は少ない. また, S-zone の現れる位置は PIT 間隔の変化に応じて変動するものの, 特に増加あるいは減少の傾向はな

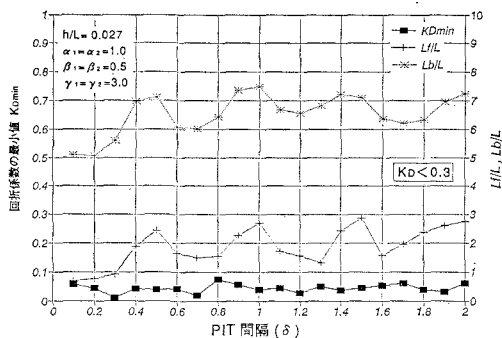


図-11 PIT 間隔による S-zone の長さと同折係数最小値の変化 (2PIT)

い。また、その長さもほぼ一定となっている。図-10 は、 $\delta=0.5$ の例である。

(3) 砕石 TRENCH による波の透過率

最後に、TRENCH 内の砕石が透過率に与える影響を解析する。図-12 に、入射角の違いによる透過率の変化を、砕石のない TRENCH と粒径 D が 10cm、空隙率 ϵ が 0.5 と 0.7 の砕石 TRENCH に対して示す。入射角が小さい範囲では、砕石 TRENCH の透過率は砕石のない時よりも若干小さく、また入射角の変化に対してもほぼ一定である。従って、適当な空隙率の PIT 内の砕石は、その背後の波高低減特性をあまり妨げないと推定される。

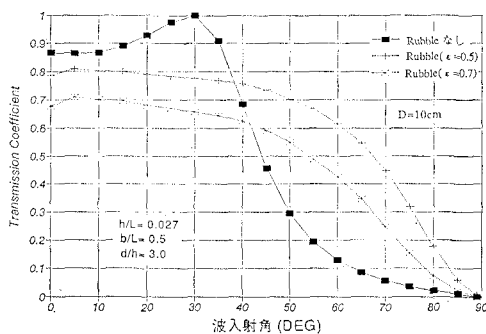


図-12 波入射角による透過率の変化 (TRENCH)

4. 結 論

今回の解析により、以下のことが分かった。

1. 浅海域における有限長 PIT は、その背後に広大な波高低減域を作り、複数個の PIT を適切に配置すれば、かなり有効な波浪制御技術となる。また矩形 PIT

の場合、波長の 1~3 倍幅 ($\alpha=1\sim3$)、 $1/2$ 波長の長さ ($\beta=0.5$) の平面形状と周辺水深の 3 倍 ($\gamma=3$) の深さが経済的である。

2. PIT 内の砕石は、その空隙率、粒径が適当であれば、上記の特性を殆ど妨げない。つまり、建設時の掘削やその後の埋戻りによって PIT 内に砕石等が残っていても、それらを完全に取り除く必要はない。これは、PIT の建設や維持費用を著しく低減させる。

この PIT は様々な応用が考えられる。例えば、沿岸域の航路沖合の適当な位置に PIT を設けると、航路内の波向を低減させ、航行安全に役立てることが可能である。

5. おわりに

ここでは、有限長 PIT 周辺の回折による波高分布をポテンシャル運動の境界値問題として解析したが、水深が一定で、対象を長波に限定する等の制約条件が多い。今後は、より現実的に、沿岸域の海底傾斜を考慮し、対象波浪を浅海波全体に拡張した 3 次元解析が必要であろう。また実験値との比較が最も重要な課題と考えている。

最後に、本研究は、著者が米国の Oregon State University において、W. G. McDougal 教授のもとで行ったものであり、また、解析手法に関して、U. of Houston の Williams 助教授より貴重な助言を頂いた。ここに記して関係各位に厚く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 井島武士・吉田明徳・北山 斎 (1982): 斜め入射波に対する潜堤の反射効果に関する数値解析, 第 29 回海岸工学講演会論文集, pp. 418-422.
- Kirby, J. T. and R. A. Dalrymple (1983): Propagation of obliquely incident water waves over a trench, J. Fluid Mech., Vol. 133, pp. 47-63.
- Lee, J. J. and R. M. Ayer (1981): Wave propagation over a rectangular trench, J. Fluid Mech., Vol. 110, pp. 335-347.
- Liu, P. L-F. and M. Abbaspour (1982): An integral equation method for the diffraction of oblique waves by an infinite cylinder, Int. J. Num. Meth. in Engrg., Vol. 18, pp. 1497-1504.
- Sollitt, C. K. and R. H. Cross (1972): Wave transmission through permeable breakwaters, Proc. 13th ICCE, pp. 1827-1846.
- Williams, A. N. (1990): Diffraction of long waves by rectangular pit, J. Wtrway., Port, Coast. and Oc. Engrg., ASCE, Vol. 116, pp. 459-467.