

直立円柱群による波浪制御の最適配置について

経塚雄策*・北野和徳**

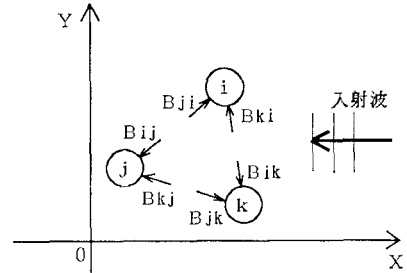
1. はじめに

近年、沿岸域の総合利用のために多くの新形式の海域制御構造物が提案、研究されている現状である。その中で、波浪制御については水質や生態系の保全という観点から海水の交換を妨げないでかつ、消波性能の優れたものが求められている。このため従来型の直線状防波堤に加えて規則的にスリットを入れたものや没水型のものも提案されている。また、多くの波浪制御構造物が波エネルギーを砕波や渦に転化させる減衰装置とみることができ、今井ら(1989)の没水平板型集波レンズや村重ら(1990)の海洋波集波レンズは波の屈折を利用するものでその段階ではポテンシャル装置とも呼べるものである。その観点からすれば、小規模構造物を平面的に多数配置し、構造物の散乱特性を利用して同様のことができるのではないかと考えられる。

そこで本研究では、直立円柱群によって特定の波浪制御を行う際の円柱の最適配置について考えてみた。任意配置された円柱群による波の散乱問題は、円柱間の相互干渉波を考慮して、いわゆるマトリックス法によって解いた。最適配置の決定については最終的には非線形計画法によったが、その際、初期値の選び方が重要であることを強調したい。最後に、水波投影法による円柱群周りの波紋の観察を行い、理論計算との定性的な比較を行った。

2. 円柱群による波の散乱問題の順解法

図一1の座標系において x 軸正方向からの入射波中に円柱群が置かれている問題を考える。入射波中の各円柱はそれぞれが散乱波を発生し、その結果各円柱間で相互干渉波のやり取りが行われる。相互干渉波は実際には、いくつかのモードのリング波の和で表現されるが、各円柱間距離が十分大きければ近似的に円柱中心で測られた波高の平面波で置き換えることができる (Simon, 1982)。従って、円柱 i から来る相互干渉波の円柱 j における複素波高は



図一1 円柱間の相互干渉波

$$B_{ij} = \sum_{k=0}^n B_{ki} F_{kij} (1 - \delta_{ki}) \quad \text{for } (i \neq j) \dots\dots (1)$$

ただし、 n : 円柱本数
 B_{0i} : 円柱 i における入射波高
 F_{kij} : k からの入射波に対する i の円柱の j 方向への反射波の伝達関数
 δ_{ki} : クロネッカーのデルタ関数

円柱が n 本の場合には、 $n(n-1)$ 通りの未知数 B_{ij} に対して (1) が成立するので、単円柱の散乱特性 F_{kij} があらかじめ求まっていれば $n(n-1)$ 元連立一次方程式を解くことによって求めることができる。

一定水深域 ($z = -h$) の単円柱の散乱問題の解については、以下のように解析解が知られている。

全速度ポテンシャルを

$$\Phi(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \frac{iga_0}{\omega} \phi(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{iat} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

とすれば、入射波および散乱ポテンシャルは次式で与えられる。

$$\phi(x, y) = \phi_0(x, y) + \phi_s(x, y) \dots\dots\dots (3)$$

$$\phi_0 = e^{ikx} = \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m i^m \cos m\theta J_m(kr) \dots\dots\dots (4)$$

$$\phi_s = - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\epsilon_m i^m J_m(ka)}{H_m^{(2)'}(ka)} \cos m\theta H_m^{(2)}(kr) \dots\dots (5)$$

ただし、

$$\frac{\omega^2}{g} = k \tanh(kh) \dots\dots\dots (6)$$

$$\epsilon_0 = 1, \quad \epsilon_n = 2, \quad (n=1, \dots)$$

a_0 : 入射波振幅, a : 円柱半径

* 正会員 工博 九州大学教授 総合理工学研究所
 ** 学生会員 九州大学大学院 大気海洋環境システム学専攻

このとき、水面変位を $\eta(x, y, t)$ とすれば次式となる。

$$\eta(x, y, t) = \operatorname{Re}\{a_0 \phi(x, y) e^{i\omega t}\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

従って、(1) の F_{kij} は (5) の結果を使って 適当な座標変換を施せば求められる。

3. 円柱群の最適配置問題

3.1 最適配置問題の設定

円柱群による波浪制御と言っても様々な問題が考えられるが、ここではある代表点周りの波高の絶対値を最小化(静穏)あるいは最大化(集中)する問題を考え、最適問題の目的関数を(7)から次式で与えた。

$$J = \sum_{j=1}^N |\phi(x_j, y_j)| \quad \dots\dots\dots (8)$$

制御代表点としては基準円柱の前方および後方、 $4a$ だけ離れた点とその点を中心として x 方向、 y 方向にそれぞれ $\pm a$ だけずれた4点の計5点を選んだ。また、入射波は x 軸正方向から来るものとして、 x 軸に対して対称な問題だけを考えているので円柱の数は基準円柱を含めて奇数であり、今回は5, 7, 9本の場合までを扱った。

3.2 順解法による探索

この方法は、 $(n-1)$ 本目までの円柱群の最適配置が求められているとき、 n 本目の円柱位置を一定範囲内で変化させて目的関数を計算し、それを等高線として描いて最適点を予想するものである。この結果の例が図-2で、これは3本円柱による後方静穏のための最適配置に加える4, 5本目の円柱位置を探索しているもので、 $\lambda/a=5$ の場合である。対称性から $y \geq 0$ の範囲について探索しているが、等高線のない白い部分はここで用いた順問題の解法が遠方近似であることから円柱間距離を $r \geq 3a$ としたために生じたものである。この結果からこの範囲で極大値、極小値が多数存在していて複雑であることが判る。図中+と×の印が目的関数の最大と最小点

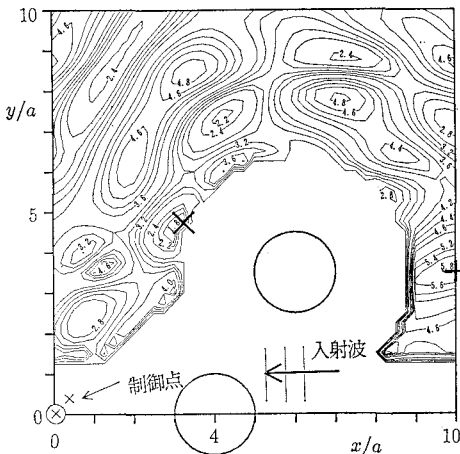


図-2 順解法による目的関数の等高線図

を与えており、いまの問題では×の位置に4本目の円柱を加えれば後方静穏の最適配置となる。ただ、この方法では、新たにつけ加わる n 本目の円柱によって $(n-1)$ 本目までの円柱配置が影響を受けるはずであるが、それを考慮できないことが欠点である。しかしながら、後に述べる非線形計画法による探索でも、この例のように多数の極大値、極小値が存在する場合には計算初期値が非常に重要であって、あらかじめ最適値の推定をやっておかないと最適値以外の極値に入り込んでしまうことが予想されるので、順解法による探索と併用することが不可欠であると思われる。

3.3 非線形計画法による探索

多変数関数の極小値を求める一般的な解法としては非線形計画法が良く知られている。本研究に関連した非線形計画法の応用例として、影本(1991)は海洋構造物に働く波力が最小となるような、構造物の要素部材の最適配置を求めた。他の問題についても多くの適用例が報告されており、かなり一般的な道具となっているようであるが、本研究で用いた方法について簡単に記述しておく。

不等式および等式制約条件付き非線形計画問題とは

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Minimize} & f(\mathbf{x}) \\ \text{subject to} & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (i=1, \dots, m) \\ & h_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (i=1, \dots, l) \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

を満たす n 次元ベクトル $\mathbf{x}$ を求める問題である。ここで、 $f(\mathbf{x})$ を目的関数、 g_i , h_i を制約関数と呼ぶ。

ここで用いた外点ペナルティ法(大野・磯田, 1990)では次式で与えられる拡張目的関数

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x}, r) &= f(\mathbf{x}) + r \sum_{i=1}^l [h_i(\mathbf{x})]^2 \\ &= f(\mathbf{x}) + r\Psi(\mathbf{x}) \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ただし、 r はペナルティパラメータと呼ばれる正数

$\Psi(\mathbf{x})$ は外点ペナルティ関数

を定義する。さらに、単調増加して無限大に発散する正数列 $\{r^k\}$ に対し、次の制約なし最小化問題

$$\text{Minimize } P(\mathbf{x}, r^k) = f(\mathbf{x}) + r^k \Psi(\mathbf{x}) \quad \dots\dots\dots (11)$$

を考え、この最小解を $\{\mathbf{x}^k\}$ とおけば、 $k \rightarrow \infty$ のとき $\{\mathbf{x}^k\}$ は(9)の最適解に収束するものと期待できる。これが外点ペナルティ法の原理である。

本研究では、不等式制約条件として円柱同士が一定距離以上近づかないように

$$(3a)^2 - (x_i - x_j)^2 - (y_i - y_j)^2 \leq 0 \quad (i \neq j) \quad \dots\dots\dots (12)$$

とした。また、各 k に対する収束計算では、パウエル法(共役傾斜法)を使った。

3.4 数値計算結果

図-3は、非線形計画法による計算の効果を調べるた

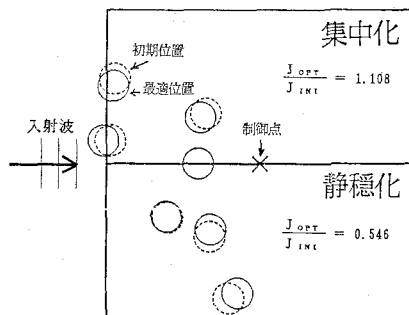


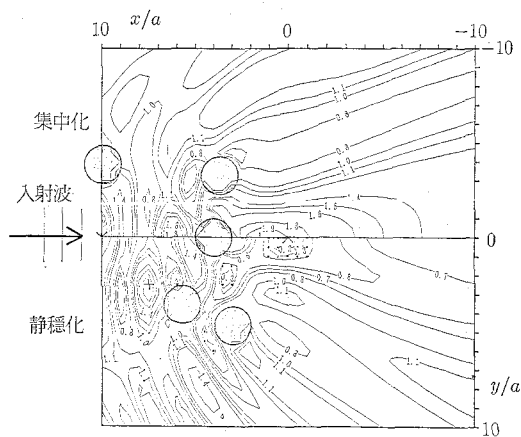
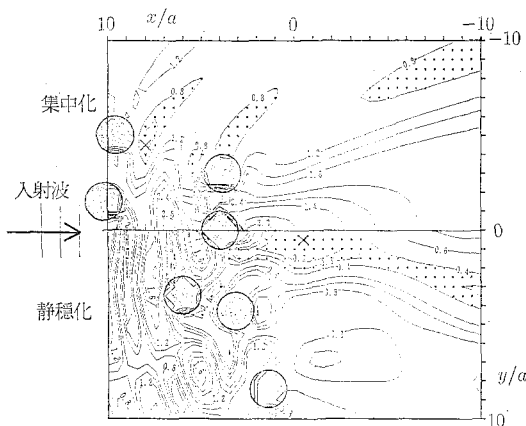
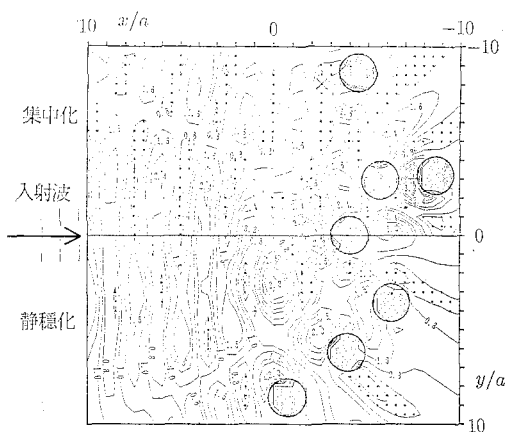
図-3 順解法と非線形計画法による最適配置

めに7本円柱群の後方制御について初期位置と計算で求められた最適位置の比較をしたものである。なお、以降の計算結果の図では、図-10, 11の実験画像との比較を考えて入射波方向は左手から来るものとして描いてある。図-3の上半分は集中化、下は静穏化で制御点の中心位置を×で示してある。非線形計画法の初期位置と最適位置はそれぞれ点線と実線であり、最適位置は初期位置から少し移動しただけという印象であるが両者の目的関数を比較してみると、集中化では1割程度の改善であるのに対し、静穏化では5割近くも改善されており、非線形計画法が有効に働いていると言える。

図-4は、5円柱による後方制御の波高分布の計算結果($\lambda/a=5$)であり、上半面は集中化、下半面は静穏化の場合である。対称性から半分だけを示している。制御点付近の波高は、集中化では1.8位、静穏化では0.2位とそれそりの効果が認められる。両方の配置を比較すると集中化の場合の1円柱が入射波側に飛び出しているのが目につくが、基準円柱の近くでは両者の違いはそれほど顕著ではなく波高分布のこれほどの違いは直感的には理解が難しい。

図-5は、同様にして7円柱の場合の波高分布の計算結果である。5円柱の配置と比較すると、新たな円柱は集中化では入射波側につけ加え、静穏化では横の方につけ加わったことが判る。両者ともに5円柱の場合よりも性能が良くなっていることは一目瞭然であるが、集中化の方が x 軸に近い方に集まっているのは直感とは異なるように思われる。

図-6は、7円柱による前方制御の波高分布の計算結果である。集中化について後方制御のものと比較すると、後方制御の結果は制御点付近でなだらかな等高線であったのに対し、前方制御では複雑になっていることが特徴である。これは、前方制御では定在波が造られているためと考えられる。集中化については性能的には同等であると見なせるのに対し、前方の静穏化の結果は後方制御に比較して予想以上に悪くなっている。このことは、前方の静穏化では入射波と反射波の干渉によって指定し

図-4 後方制御波高分布図 ($n=5, \lambda/a=5$)図-5 後方制御波高分布図 ($n=7, \lambda/a=7$)図-6 前方制御波高分布図 ($n=7, \lambda/a=7$)

た点が定在波の節になる必要があるが、目的関数として少し離れた5点の波高の絶対値の和をとるため、それらの点が全て定在波の節になるようなことは物理的に無理があるためだと思われる。

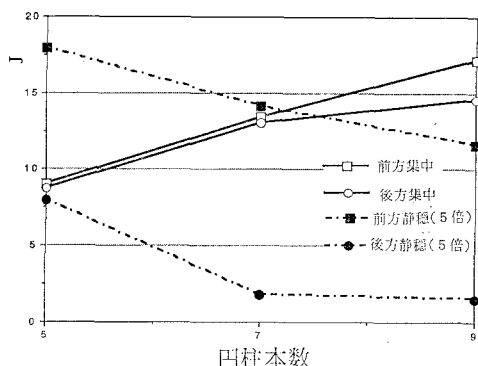


図-7 円柱本数と目的関数

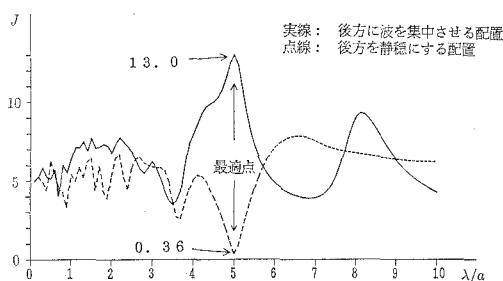


図-8 入射波長と目的関数

図-7 は、目的関数の値を円柱本数をパラメータにして比較したものである。4本の折れ線は前方、後方制御および集中化、静穏化の組み合わせとなっている。静穏化の値は、5倍したものをプロットした。この結果から、集中化では前方、後方制御ともに円柱本数に比例して目的関数が増大すること、9本円柱では増幅率が約3に達することが判る。一方、静穏化では、前方制御の特性が悪いことと、後方制御については7本円柱で既にほぼ完全に静穏化が達成されているので9本円柱にしても僅かな改善しか見込めないことが判る。

図-8 は、後方制御の最適配置について入射波長による性能の変化を調べたもので、集中化・静穏化のどちらも $\lambda/a=5$ において最適となるように計画されたものである。集中化における目的関数の値からすると5制御点平均で集波率は最大2.6に達することになる。また、静穏化では波高比で7.2%に抑えることができる。しかし、この結果からも分かるように、本方法では円柱間の相互干渉を利用しているので入射波の波長に対する依存性は強く、最適点から外れると性能はかなり低下する。また、入射波方向にも強く依存と思われるので、実際の適用範囲はかなり限定されるかも知れない。

4. 水波投影法による実験

4.1 実験装置および方法

図-9 に示すような実験装置によって円柱群周りの水

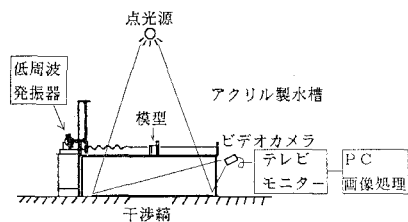
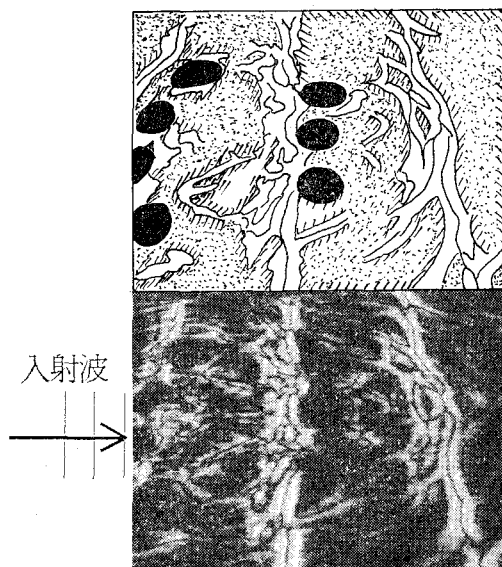


図-9 水波投影法実験装置

面変位のパターンを観察した。透明アクリル板製の浅水槽 ($L \times B \times d = 2\text{m} \times 1\text{m} \times 0.1\text{m}$) の上方約2mから点光源によって水面を照らし、水面変位によって床面に生ずる干渉縞をビデオカメラに収録するとともに画像信号をパソコンに取り込んで簡単な処理を行うものである。造波装置はD.C. モータ駆動で低周波発振器によって制御される。水深は約30mmとし、規則波中で実験しう。円柱模型は外径60mmの塩ビパイプを切り、内部に石膏を詰めて作った。

4.2 実験結果および考察

図-10, 11 は、得られた結果の例で7本円柱による後方集中化と静穏化の場合であり、どちらも同じ条件の入射波 ($H_w=3\text{mm}$, $\lambda=15\text{cm}$) 中での実験である。画面では白い部分が波の峰に対応しているが、この例では原画にエッジ強調処理を施したものである。制御点は、中央の円柱から2直径だけ離れた点であるが、その付近における光の強さの比較から両者の違いは明かである。もっとも、波高の大きさは一静止画では決まらないのでこのままでは図-5と直接比較できないが、ビデオ映像の印象では理論計算と同じような集中化・静穏化が実現できているように思われる。将来的には、複数の画

図-10 円柱群周りの波紋(後方集中, $n=7$, $\lambda/a=5$)

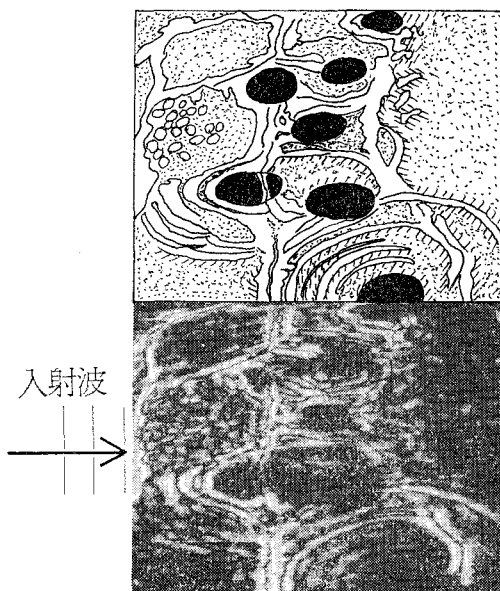


図-11 円柱群周りの波紋（後方静穏， $n=7$ ， $\lambda/a=5$ ）

面を用いて水面変位の定量化が行えれば波高分布を求められるが、今のところ大まかな波紋のパターンを観察する程度に留まっている。しかしながら、構造物による波の散乱問題の大まかな特性や防波堤の設計初期における基礎データの収集などにおいて、一定範囲の平面的な分布が直接可視化できる点で有用な方法ではないかと考えられる。

5. おわりに

以上、直立円柱群による波浪制御の最適配置について基礎的な研究を行った結果、

(1) 非線形計画法による最適配置の決定は有効であるが、本問題の場合には極値がたくさん存在しているので順解法によって最適値の予想を行い、適切な初期値を与える必要がある。

(2) 円柱本数を増せば波浪制御の性能は向上するが適当な数が存在し、ここで考えた後方静穏化の場合には7本円柱では十分であった。

(3) 波の集中化については前方および後方制御が可能であるが、静穏化の場合には前方制御は難しい。

(4) 水波投影法は、小模型を用いて簡単に実験が行えるので便利であり、それなりの精度もあるので有用と思われる。

などの結論を得た。

参考文献

- 今井貫爾・秋山義信・工藤君明・続 辰之介 (1989): クレセント型水平板を利用した波エネルギー吸収システム, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 534-538.
- 大野 豊・磯田和男 (1990): 新版数値計算ハンドブック, オーム社
- 影本 浩 (1991): 浮体群配置の流体力学的最適化に関する研究, 日本造船学会論文集, 第170号, pp. 65-72.
- 村重 淳・木下 健 (1990): 海洋集波レンズの基礎的研究, 日本造船学会論文集, 第168号, pp. 183-192.
- Simon, M. J. (1982): Multiple scattering in arrays of axisymmetric wave-energy devices. Part 1. A matrix method using a plane-wave approximation, J. Fluid Mech., Vol. 120, pp. 1-25.